அழகப்பா பல்கலைக்கழகம்

தேசியத் தர நிர்ணயக் குழுவின் மூன்றாம் சுற்றுத் தர மதிப்பீட்டில் A+(CGPA:3.64) தகுதியும் மனிதவள மேம்பாட்டு அமைச்சகம் - பல்கலைக்கழக மானியக்குழுவின் முதல் தரப் பல்கலைக்கழகம் மற்றும் தன்னாட்சித் தகுதியும் பெற்றது

காரைக்குடி– 630003.

தொலைநிலைக்கல்வி இயக்ககம்

பி.பி.ஏ.,

மூன்றாம் பருவம்

தாள்-10432

வணிகப் புள்ளியியல்

Author :
Dr. S.Gopalsamy
Assistant Professor ,
Department of International Business
Alagappa University,
Karaikudi.

Reviewer :
Dr. R.Perumal
Professor of Management,
Directorate of Distance Education,
Alagappa University,
Karaikudi.

பி.பி.ஏ.,
மூன்றாம் பருவம் - தாள் 10432

பாடத் திட்டம் - பொருளடக்கம்

உள்ளடக்கம்

குறிப்பு

அலகு 1-அடிப்படை புள்ளியியல்

அமைப்பு

1.0 அறிமுகம்

புள்ளிவிவரம் என்பது தரவைச் சேகரித்தல், ஒழுங்கமைத்தல், பகுப்பாய்வு செய்தல், விளக்குதல் மற்றும் வழங்குதல் ஆகியவற்றைக் கையாளும் ஒரு ஆய்வுப் பகுதி. புள்ளிவிவரங்கள் பற்றிய ஆய்வில் தொழில்கள், விவசாயம், மருத்துவம் போன்றவற்றில் ஏராளமான பயன்பாடுகள் உள்ளன. இந்த பிரிவில், புள்ளிவிவரங்களின் பல்வேறு முக்கியத்துவம் மற்றும் நோக்கம் பற்றி நீங்கள் அறிந்து கொள்வீர்கள். தரவு வகைகள், அவற்றை சேகரிக்கும் வழிகள் மற்றும் தரவை எவ்வாறு வழங்குவது என்பதையும் நீங்கள் அறிந்து கொள்வீர்கள்.

1.1 நோக்கங்கள்

இந்த அத்தியாயத்தை படித்த பின்பு பின்வரும் பாடக் கருத்துக்களை புரிந்துக்கொள்ள இயலும்.

- ஆரம்பத்தில் புள்ளிவிவரங்களின் பொருள், முக்கியத்துவம் மற்றும் செயல்பாடுகளைப் புரிந்து கொள்ளலாம்.
- பல்வேறு வகையான தரவுகளையும் அவற்றை எவ்வாறு சேகரிப்பது என்பதையும் அறியலாம்.
- சேகரிக்கப்பட்ட தரவை எவ்வாறு வழங்க முடியும் என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

1.2 புள்ளியியல்

ஆங்கில மொழியின் புள்ளியியல் என்ற சொல் லத்தீன் சொல் நிலை அல்லது இத்தாலிய வார்த்தையான ˙ "டேடிஸ்டா" அல்லது ஜெர்மன் வார்த்தையான "ஸ்டாடஸ்டிக் " என்பதிலிருந்து பெறப்பட்டது. ஒவ்வொரு

சந்தர்ப்பத்திலும் இது ”ஒரு ஒழுங்கமைக்கப்பட்ட அரசியல் அரசு” என்று பொருள்படும். கடந்த காலங்களில், புள்ளியியல் ”புள்ளியியல் விஞ்ஞானம்” என்று கருதப்பட்டாலும், மக்கள் தொகை, பிறப்பு, இறப்பு, வரி போன்றவற்றைப் பற்றிய தரவுகளை சேகரிக்க பல்வேறு மாநிலங்களின் அரசாங்கத்தால் பயன்படுத்தப்பட்டது. .,. புள்ளியியல், இப்போதெல்லாம், ஒரு நவீன வளர்ச்சியை அனுபவித்தன. அந்தத் துறையில் தரவைச் சேகரிப்பதன் மூலம் ஒரு குறிப்பிட்ட களத்தை வளப்படுத்துவதில் புள்ளியியல் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன, பல்வேறு புள்ளியியல் நுட்பங்களைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் தரவைப் பகுப்பாய்வு செய்கின்றன மற்றும் அதைப் பற்றிய அனுமானங்களை உருவாக்குகின்றன. எடுத்துக்காட்டாக, மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தை அறிந்துகொள்வது பொறியாளருக்கு கதவின் அளவைப் பற்றி அறிய உதவும்.

1.2.1 புள்ளியியல் வரையறை

புள்ளியியளின் வரையறை இரண்டு வெவ்வேறு கருத்துக்களை கொண்டு இரண்டு வழிகளில் வெளிப்படுத்தலாம். அவை

1. எண் தரவுகளாக புள்ளிவிவரங்கள்
2. புள்ளிவிவர முறைக்கான புள்ளிவிவரம்

1. எண் தரவுகளாக புள்ளிவிவரங்கள்

”புள்ளிவிவரம் ” என்ற சொல் பன்மை அர்த்தத்தில் பயன்படுத்தப்படும்போது, அது எண் தரவுகளின் தொகுப்பைக் குறிக்கிறது.
எடுத்துக்காட்டாக: - ஏற்றுமதி அல்லது இறக்குமதி அளவு, அந்நிய நேரடி முதலீடு போன்றவை.,.

வெப்ஸ்டரின் கூற்றுப்படி, ”புள்ளிவிவரங்கள் ஒரு மாநிலத்தில் உள்ள மக்களின் நிலைமைகளைக் குறிக்கும் வகைப்படுத்தப்பட்ட உண்மைகள், குறிப்பாக எண்ணிக்கையில் அல்லது எண்களின் அட்டவணையில் அல்லது எந்தவொரு அட்டவணை அல்லது வகைப்படுத்தப்பட்ட ஏற்பாடுகளிலும் கூறக்கூடிய உண்மைகள்.

வெப்ஸ்டரின் இந்த வரையறை எண் உண்மைகளை மட்டுமே புள்ளிவிவரங்கள் என்று அழைக்க முடியும் என்பதை வெளிப்படுத்துகிறது. இது நவீன காலத்திற்கு ஒரு பழைய, குறுகிய மற்றும் போதுமான வரையறை.

பாவ்லியின் கூற்றுப்படி, ”புள்ளிவிவரங்கள் என்பது எந்தவொரு விசாரணைத் துறையிலும் ஒருவருக்கொருவர் தொடர்புபடுத்தப்பட்ட உண்மைகளின் எண்ணிக்கையிலான அறிக்கை”

இங்கே, பவுலி கூறுகையில், ”புள்ளிவிவரங்கள் எண்ணும் விஞ்ஞானம் மற்றும் பகுப்பாய்வு, விளக்கங்கள் போன்ற பிற அம்சங்களை புறக்கணிக்கிறது.

A+ẏ மற்றும் கெண்டலின் கூற்றுப்படி, "புள்ளிவிவரங்களின்படி, சந்தையின் அளவிற்கு பாதிப்புக்குள்ளான தரவை காரணத்தின் பெருக்கத்தால் பாதிக்கிறோம்"

A+y; மற்றும் கெண்டலின் வரையறை, எண்ணியல் தரவு காரணத்தின் பெருக்கத்தால் பாதிக்கப்படுகிறது என்று கூறுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, உற்பத்தி செலவு ஊதிய செலவு, பரிமாற்ற வீதம், மூலப்பொருள் போன்றவற்றால் பாதிக்கப்படுகிறது.,.

பேராசிரியர் ஹோரேஸ் செக்ரிஸ்ட்டின் கூற்றுப்படி, "இது காரணங்களின் பெருக்கத்தால் குறிக்கப்பட்ட பாதிப்புகளின் எண்ணிக்கையாகும், எண்ணியல் ரீதியாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது, கணக்கிடப்படுகிறது அல்லது ஒரு நியாயமான தரநிலைக்கு ஏற்ப மதிப்பிடப்படுகிறது, முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட நோக்கத்திற்காக முறையான முறையில் இணைக்கப்பட்டு தொடர்புடையது

புள்ளிவிவரங்களுக்கான செயலாளரின் வரையறை இன்னும் முழுமையானது. வரையறை உள்ளடக்கிய முக்கிய புள்ளி

1) உண்மைகளின் மொத்தம்
2) காரணத்தின் பெருக்கத்தால் பாதிக்கப்படுகிறது
3) எண்ணியல் ரீதியாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது
4) துல்லியத்தின் தரத்தின்படி மதிப்பிடப்படுகிறது
5) தரவின் முறையான சேகரிப்பு
6) முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட நோக்கத்திற்காக சேகரிக்கப்பட்ட தரவு
7) ஒப்பிடத்தக்கது

2. புள்ளிவிவர முறைகளாக புள்ளிவிவரங்கள்

பவுலியின் கூற்றுப்படி, "சமூக உயிரினத்தின் அளவீட்டு விஞ்ஞானத்தின் புள்ளிவிவரங்கள், அதன் அனைத்து வெளிப்பாடுகளிலும் ஒட்டுமொத்தமாகக் கருதப்படுகின்றன"

பவுலியின் இந்த வரையறை போதுமானதாக இல்லை

வாலிஸ் மற்றும் ராபர்ட்ஸின் கூற்றுப்படி, "புள்ளிவிவரம் என்பது நிச்சயமற்ற தன்மையை எதிர்கொள்வதில் புத்திசாலித்தனமான முடிவை எடுப்பதற்கான வழிமுறைகள்"

இந்த வரையறை நவீனமானது, ஏனெனில் இது புள்ளிவிவர முறைகள் சரியான முடிவுகளுக்கு வர எங்களுக்கு உதவுகிறது.

க்ரோக்ஸ்டன் மற்றும் க னநபெ டனின் கூற்றுப்படி "புள்ளிவிவரங்கள் எண் தரவுகளின் சேகரிப்பு, விளக்கக்காட்சி, பகுப்பாய்வு மற்றும் விளக்கம் ஆகியவற்றின் விஞ்ஞானமாக வரையறுக்கப்பட வேண்டும்".

இந்த வரையறை புள்ளிவிவர கருவிகளுக்கு புள்ளிவிவரங்களுக்கு மிகவும் விரிவான அர்த்தத்தை அளிக்கிறது.

1.2.2 புள்ளியியலின் முக்கியத்துவம்

பயனுள்ள முடிவுகளுக்கு வணிக நடவடிக்கைகளின் பல்வேறு பகுதிகளுக்கு புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்தலாம். சில முக்கிய பகுதிகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

1) **தொடக்கங்கள்** - ஒரு புதிய வணிகத்தைத் திறக்கும்போது அல்லது ஒன்றைப் பெறும்போது, சந்தை தேவை மற்றும் விநியோகத்தில் துல்லியத்தைப் பெறுவதற்கு புள்ளிவிவரக் கண்ணோட்டத்தில் சந்தையைப் படிக்க வேண்டும் .ஒரு தொழிலதிபர் தரவுகளைச் சேகரித்து, அவற்றை பகுப்பாய்வு செய்து விளக்கமளிப்பதன் மூலம் சரியான ஆராய்ச்சி செய்ய வேண்டும். தனது தொழிலைத் தொடங்குவதற்கு முன் சந்தை போக்குகள்.
2) **உற்பத்தி** - பொருட்களின் உற்பத்தி தேவை, மூலதன வழங்கல் போன்ற பல்வேறு காரணிகளைப் பொறுத்தது.,. இந்த காரணிகள் ஒரு துல்லியமான மற்றும் துல்லியமான பார்வையைப் பெற புள்ளிவிவர அடிப்படையில் பகுப்பாய்வு செய்யப்பட வேண்டும்.
3) **சந்தைப்படுத்தல்** - ஒரு சிறந்த சந்தைப்படுத்தல் உத்திக்கு மக்கள் தொகை, நுகர்வோரின் வருமானம், தயாரிப்பு எக்ட் கிடைப்பது பற்றிய புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு தேவைப்படுகிறது ..,.
4) **முதலீடு** - பங்குகள், கடன் பத்திரங்கள் அல்லது ரியல் எஸ்டேட் வாங்குவது தொடர்பான முடிவுகளை எடுப்பதில் புள்ளிவிவரங்கள் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. இந்த புள்ளிவிவரத் தரவைப் பயன்படுத்தி, ஒரு முதலீட்டாளர் குறைந்த விலையில் முதலீடுகளை வாங்கி விலை அதிகரிக்கும் போது விற்பனை செய்வார்.
5) **வங்கி** - வங்கி மற்றும் துறை பொருளாதார மற்றும் சந்தை நிலைமைகளால் மிகவும் பாதிக்கப்படுகிறது. பணவீக்க வீதம், வட்டி விகிதங்கள், வங்கி விகிதங்கள் போன்ற தகவல்களை சேகரித்து பகுப்பாய்வு செய்யும் தனி ஆராய்ச்சித் துறை வங்கியில் உள்ளது.

1.2.3 புள்ளியியலின் வரம்புகள்

1) புள்ளிவிவரங்கள் தரமான நிகழ்வை பகுப்பாய்வு செய்யவில்லை

புள்ளிவிவரங்கள் எண்ணியல் தொடர்பான ஒரு விஞ்ஞானம் என்பதால், அதை அளவீட்டு அளவீடுகளின் அடிப்படையில் அளவிட முடியாத தரவுகளில் பயன்படுத்த முடியாது. இருப்பினும், தரமான தரவை அளவு தரவுகளாக மாற்ற புள்ளிவிவர நுட்பங்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

2) புள்ளிவிவரங்கள் தனிநபர்களைப் படிக்கின்றன

புள்ளிவிவரங்கள் மொத்த அளவுகளைக் கையாளுகின்றன மற்றும் தனிப்பட்ட தரவுகளுக்கு முக்கியத்துவம் கொடுக்கவில்லை. புள்ளிவிவர பகுப்பாய்விற்கு தனிப்பட்ட தரவு பயனுள்ளதாக இல்லை என்பதே இதற்குக் காரணம்.

3) புள்ளிவிவர சட்டங்கள் சரியானவை அல்ல

புள்ளிவிவர விளக்கங்கள் சராசரியை அடிப்படையாகக் கொண்டவை, எனவே தோராயமான மதிப்பீடுகள் மட்டுமே செய்ய முடியும்.

4) புள்ளிவிவரங்கள் தவறாகப் பயன்படுத்தப்படலாம்

அனுபவமற்ற நபர் அல்லது படிப்பறிவற்ற நபர் பயன்படுத்தும் போது புள்ளிவிவரத் தரவு தவறான விளக்கங்களுக்கு வழிவகுக்கும். எனவே இதை வல்லுநர்கள் மட்டுமே பயன்படுத்த வேண்டும்.

1.2.4 புள்ளியியலின் செயல்பாடுகள்

1) ஒருங்கிணைப்பு

குறிப்பிடத்தக்க அவதானிப்புகளை மட்டுமே வழங்குவதன் மூலம் பெரிய தரவை ஒருங்கிணைக்கவும் புரிந்துகொள்ளவும் புள்ளிவிவரங்கள் உங்களுக்கு உதவுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, வகுப்பு சராசரியுடன் ஒவ்வொரு நபரின் மதிப்பெண்களைக் கவனிப்பதற்குப் பதிலாக, வகுப்பின் செயல்திறனை ஒட்டுமொத்தமாக அறிந்து கொள்ள உங்களுக்கு உதவும்.

2) ஒப்பீடு

தரவை ஒப்பிடுவதற்கு தரவின் வகைப்பாடு மற்றும் அட்டவணைப்படுத்தல் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. வரைபடம், மனச்சோர்வு சிதறலின் அளவு, தொடர்பு போன்ற பல்வேறு புள்ளிவிவர கருவிகள் ஒப்பிடுவதற்கு எங்களுக்கு பெரிய வாய்ப்பை அளிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு தயாரிப்புக்கான சந்தை தேவையை மாநிலங்களிடையே ஒப்பிடலாம். இது இலக்கு சந்தையை அடையாளம் காணவும் பகுப்பாய்வு செய்யவும் நிறுவனத்திற்கு உதவுகிறது.

3) முன்னறிவிப்பு

முன்னறிவிப்பு என்பது எதிர்கால வாய்ப்புகளை முன்னறிவித்தல். எதிர்காலத்தை முன்னறிவிப்பதில் புள்ளிவிவரங்கள் பெரும் பங்கு வகிக்கின்றன.

எடுத்துக்காட்டாக, கடந்த 10 ஆண்டுகளாக விற்பனை மதிப்பின் தரவுகளுடன், வரவிருக்கும் ஆண்டின் விற்பனையை தோராயமாக கணிக்க முடியும். முன்னறிவிப்புக்கு நேர வரிசை பகுப்பாய்வு மற்றும் பின்னடைவு பகுப்பாய்வு முக்கியம்.

4) மதிப்பீடு

ஒரு மாதிரிக் குழுவின் பகுப்பாய்வின் அடிப்படையில் ஒரு பெரிய மக்கள் தொகை குறித்த முடிவுகளை எடுப்பதே புள்ளிவிவரங்களின் முக்கிய நோக்கங்களில் ஒன்றாகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 10 மாணவர்களின் மாதிரி உயரத்திலிருந்து வகுப்பிலிருந்து அனைத்து மாணவர்களின் சராசரி உயரத்தையும் மதிப்பிட முடியும்.

5) கருதுகோளின் சோதனை

புள்ளிவிவரக் கருதுகோள் ஒரு மாதிரி அவதானிப்பின் அனுமானங்களிலிருந்து ஒரு பெரிய மக்களை சித்தரிக்கிறது.
உதாரணமாக, ஒரு குறிப்பிட்ட உரமானது ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியில் பயிர் விளைச்சலை அதிகரிக்க உதவினால், அது இந்த மாதிரியின் அடிப்படையில் மற்ற பகுதிகளில் பயன்படுத்தப்படும்.

1.2.5 புள்ளியியலின் நோக்கம் (Scope of Statistics)

1) புள்ளியியலும் தொழில் துறையும்

புள்ளிவிவரங்கள் அதிக எண்ணிக்கையிலான தொழில்களில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. விற்பனை முன்கணிப்பு, நுகர்வோர் விருப்பம், தரக் கட்டுப்பாடு, சரக்குக் கட்டுப்பாடு, இடர் மேலாண்மை போன்றவற்றில் புள்ளிவிவரங்கள் பயன்படுத்தப்படலாம். ஆய்வுத் திட்டங்களுக்கு மாதிரி முக்கியமானது.

2) புள்ளியியலும் கல்வியும்

புள்ளிவிவரங்கள் கல்வியில் முக்கிய பங்கு வகிக்கின்றன. புள்ளிவிவரங்கள் மாணவரின் முன்னேற்றத்தை அளவிடுவதற்கும் மதிப்பீடு செய்வதற்கும், கொள்கைகளை வகுப்பதற்கும் உதவுகின்றன, மேலும் மாணவர்களின் எதிர்கால செயல்திறனை முன்னறிவிப்பதற்கும் உதவுகின்றன.

3) புள்ளியியலும் பொருளியலும்

பொருளாதாரக் கோட்பாடுகளைப் புரிந்துகொள்ளவும் பகுப்பாய்வு செய்யவும் புள்ளிவிவரங்கள் நமக்கு உதவுகின்றன. தயாரிப்புக்கான தேவை, வெவ்வேறு சந்தைகளைப் பற்றிய ஆராய்ச்சி, பணவீக்கம் போன்ற பெரிய பொருளாதாரக் கருத்து வரை வேலையின்மை போன்ற புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்தி பகுப்பாய்வு செய்யலாம்.

4) புள்ளியியலும் மருத்துவமும்

மருத்துவ பரிசோதனைகள் மற்றும் விசாரணைகளை ஆராய்ச்சி மற்றும் பகுப்பாய்வு செய்ய புள்ளிவிவரங்கள் உதவுகின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட சிகிச்சை அல்லது மருந்து செயல்படுகிறதா, அது எவ்வளவு பயனுள்ளதாக இருக்கும் என்பதை அடையாளம் காண பயோஸ்டேடிக் ஆராய்ச்சியாளர்களுக்கு உதவுகிறது.

5) புள்ளியியலும் அதன் நவீன பயன்பாடுகளும்

சோதனை, முன்கணிப்பு மற்றும் மதிப்பீட்டிற்காக நிறைய மென்பொருள்கள் நாளுக்கு நாள் உருவாக்கப்படுகின்றன.
எடுத்துக்காட்டாக, ளுலுளுயுவு என்பது அறிவியல் மற்றும் தொழில்நுட்ப வரைகலை விருப்பங்களை வழங்கும் அத்தகைய ஒரு மென்பொருளாகும்.

6) புள்ளியியலும் விவசாயமும்

உரங்களின் செயல்திறனை பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலம் விவசாயத்தில் புள்ளிவிவரங்களைப் பயன்படுத்தலாம். உள்ளீடுகள் மற்றும்

வெளியீடுகள், சரக்குகள் போன்றவற்றை எடுப்பதில் இது பயன்படுத்தப்படலாம்.,.

1.3 விவரம்

விவரம் என்பது பதிவுசெய்யப்பட்டு பகுப்பாய்விற்குப் பயன்படுத்தப்படும் உண்மைத் தகவல்களின் துண்டுகள். விவரம் என்பது எங்களுக்கு ஒரு தகவலை வழங்குவதன் மூலம் சில சிக்கல்களைப் புரிந்துகொள்ள உதவும் ஒரு கருவியாகும். அவை தரமான மற்றும் அளவு மாறுபாடுகளைக் கொண்ட மதிப்புகளின் தொகுப்பாகும்.

குறிப்பு

1.3.1 விவரங்களின் வகைகள்

புள்ளியியல் விவரமானது யார் சேகரித்தார்கள் என்பதன் அடிப்படையில் பரவலாக இரண்டாக வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது

முதல் நிலை விவரங்கள்

முதல் நிலை விவரங்கள் என்பது புலனாய்வாளரால் தனது சொந்த ஆராய்ச்சி மற்றும் பகுப்பாய்விற்காக முதன்முறையாக சேகரிக்கப்பட்ட விவரம். இது முதல் கை தகவல் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. தனிப்பட்ட நேர்காணல், கணக்கெடுப்பு போன்ற முறைகளைப் பயன்படுத்தி முதன்மை தரவு சேகரிக்கப்படுகிறது.

இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்

இரண்டாம்நிலை விவரங்கள் என்பது அவரது ஆராய்ச்சியின் நோக்கத்திற்காக நபர் ஏற்கனவே சேகரித்து செயலாக்கிய விவரம். பத்திரிகைகள், உள் மூலங்கள், பத்திரிகைகள், புத்தகம் போன்றவை இரண்டாம் நிலை விவரங்களின் ஆதாரங்கள்.

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்

1. புள்ளிவிவரங்களை வரையறுக்கக்கூடிய இரண்டு வழிகள் யாவை?
2. பேராசிரியர் ஹோரேஸ் செக்ரிஸ்ட்டின் கூற்றுப்படி புள்ளிவிவரங்களின் வரையறை என்ன?
3. தரவை ஒப்பிடுவதற்கு புள்ளிவிவரங்கள் எவ்வாறு உதவுகின்றன?
4. மருத்துவத்தில் புள்ளிவிவரங்களின் பங்கு என்ன?
5. இரண்டாம்நிலை தரவு என்றால் என்ன?

1.4 விவரங்களை சேகரிக்கும் தொழில்நுட்பங்கள்

1.4.1 முதல் நிலை விவரங்கள்

1) நேரிடையாக விவரங்களைச் சேகரித்தல் (Direct Personal Interview)

நேரிடையாக விவரங்களைச் சேகரித்தல் என்பது புலனாய்வாளர் நேரடியாக தகவல்களைச் சேகரிக்க மூலத்திற்குச் செல்லும் முறையாகும்.

நன்மைகள்:

1) இந்த முறையில் சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்கள் மிகவும் நம்பகமானவை மற்றும் துல்லியமானவை
2) தரமான தகவல்களில் அதிக அளவு துல்லியம் உள்ளது
3) அசல் கருத்து அல்லது தரவு பெறப்படும்.

குறிப்பு

குறைபாடுகள்:

1. இது நேரத்தை எடுத்துக்கொள்ளும் செயல்
2. மூலத்தின் மன நிலையைப் புரிந்துகொள்ளும் அளவுக்கு புலனாய்வாளர் புத்திசாலி இல்லை என்றால் அது தவறான விளக்கத்திற்கு வழிவகுக்கும்.
3. இது தனிப்பட்ட சார்புடையதாக இருக்கலாம்.

2) மறைமுக வாய்மொழி முறை மூலம் சேகரித்தல் (Indirect Oral Interview)

விவரங்களைக் கொடுப்பவர்களை நேரிடையாக அணுகாமல் அவர்கள் வீட்டிற்கு அருகில் வசிப்பவர்கள் அல்லது அவர்களின் நண்பர்கள் அல்லது மற்றவர்களிடம் இருந்து விவரங்கள் பெறுவதை இம்முறை குறிக்கும். விவரங்களைக் கொடுப்பவரின் தயக்கம் காரணமாக இது செய்யப்படுகிறது.

நன்மைகள்:

1. இது நேரத்தையும் உழைப்பையும் மிச்சப்படுத்துகிறது.
2. இது எளிதானது மற்றும் வசதியானது.
3. இது பரந்த அளவிலான பரப்பளவை உள்ளடக்கியது.

குறைபாடுகள்:

1) பெறப்பட்ட தகவல்கள் நம்பகமானதாக இருக்காது
2) இந்த நோக்கத்திற்காக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட நபர் எனக்கு பொருத்தமானவர் அல்ல
3) பல்வேறு மூலங்களிலிருந்து தகவல்கள் சேகரிக்கப்படுவதால் இது விலை உயர்ந்ததாக இருக்கலாம்.

3) **செய்தியாளர்கள் மூலம் விவரங்கள் சேகரித்தல் (Information collected from local agencies)**

இந்த முறையில் புலனாய்வாளர் பல்வேறு பிராந்தியங்களில் ஒரு சில ஏஜென்சிகளை நியமிக்கிறார். இந்த முறை பொதுவாக செய்தித்தாள் நிறுவனங்களால் விளையாட்டு, பொருளாதாரம் போன்ற பல்வேறு தலைப்புகளில் பல்வேறு இடங்களிலிருந்து தகவல்களைப் பெற பயன்படுத்தப்படுகிறது.,.

நன்மைகள்:

1) தவிர்க்கும் பகுதியை எளிதில் மறைக்க முடியும்
2) இது தரவைச் சேகரிக்கும் நேரத்தைச் சேமிக்கும் முறையாகும்
3) தரவு சேகரிப்பதற்கான செலவு குறைவாக உள்ளுத

குறைபாடுகள்:

1. சில நேரங்களில் சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்கள் ஒருவருக்கொருவர் முரண்படக்கூடும்
2. தகவல் குறைவாக துல்லியமாக இருக்கும்
3. இந்த முறை விலை உயர்ந்ததாக இருக்கும், மேலும் ஒரு முழுநேர முகவர் வெவ்வேறு இடங்களில் பணியமர்த்தப்படுவார்

குறிப்பு

4) தபால் வாயிலாக வினாப்பட்டியல் அனுப்பி சேகரிக்கும் முறை (Mailed Questionnaire Method)

தபால் வாயிலாக வினாப்பட்டியல் அனுப்பி சேகரிக்கும் முறை என்பது முதல் நிலை விவரங்களைச் சேகரிப்பதற்கான மிகவும் பிரபலமான முறையாகும் .ஒரு வினாத்தாள் என்பது கணக்கெடுப்பை நடத்துவதற்கான கேள்விகளின் சாதனமாகும். வினாத்தாள் பதிலளித்தவருக்கு அதை நிரப்பவும், ஒரு குறிப்பிட்ட நேரத்திற்குள் திருப்பி அனுப்பவும் கோரிக்கையுடன் அனுப்பப்படுகிறது.

நன்மைகள்:

1) இந்த முறை மலிவானது
2) இந்த செயல்முறைக்கு செலவிடப்படும் நேரம் மிகவும் குறைவு
3) இது தரவுகளை சேகரிக்கும் ஒரு பக்கச்சார்பற்ற முறையாகும்

குறைபாடுகள்:

1. சில நேரங்களில் பதிலளிப்பவர் தவறான தகவல்களை வழங்கக்கூடும்
2. இந்த முறையில் தனிப்பட்ட உந்துதல் இல்லை
3. பதிலளித்தவர்களிடமிருந்து அறியாமை அல்லது தாமதமாக பதிலளிப்பதற்கான வாய்ப்புகள் உள்ளன

கேள்வித்தாளை வடிவமைப்பதற்கான பொதுவான கொள்கைகள்

1) வினாத்தாள் மிக நீளமாக இருக்கக்கூடாது

கேள்விகளை முடிந்தவரை குறைந்தபட்சம் கொடுக்க முயற்சிக்க வேண்டும். நீண்ட கேள்வித்தாள் பதிலளித்தவர்களிடையே சலிப்பு அல்லது அதிருப்திக்கு வழிவகுக்கும்.

2) கேள்வி பொதுவில் இருந்து குறிப்பிட்டதாக மாற வேண்டும்

கேள்வி பொதுவாக இருந்து குறிப்பிட்ட பதிலளிப்பவருக்கு நகரும்போது கேள்விகளுக்கு பதிலளிப்பதில் மிகவும் வசதியாக இருக்கும்

3) கேள்வி தெளிவற்றதாக இருக்க வேண்டும்

கேள்விகள் பதிலளித்தவர்கள் கேள்விகளுக்கு தெளிவான மற்றும் விரைவான பதில்களை வழங்கக்கூடிய வகையில் இருக்க வேண்டும்

4) நபர் இரட்டை எதிர்மறைகளைக் கொண்டிருக்கக்கூடாது

கேள்விகளில் நீங்கள் பயன்படுத்தக்கூடாது அல்லது விரும்பக்கூடாது போன்ற சொற்கள் பதிலளிப்பவரை ஒரு பக்கச்சார்பான பதிலைக் கொடுக்க தூண்டக்கூடும்.

5) கேள்வி கடன் வழங்கும் கேள்வியாக இருக்கக்கூடாது

கேள்விகள் பதிலளித்தவருக்கு அவர்கள் எவ்வாறு பதிலளிக்க வேண்டும் என்பதற்கான தடயங்களை கொடுக்கக்கூடாது.

6) கேள்வி பதிலுக்கு மாற்றிகளை வழங்கக்கூடாது

உதாரணமாக, 12 ஆம் வகுப்புக்குப் பிறகு பொறியியல் அல்லது மருத்துவம் செய்ய விரும்புகிறீர்களா என்று கேட்பதற்கு பதிலாக,

கேள்வியைக் கேட்பதற்கான சரியான வழி நீங்கள் பொறியியல் செய்ய விரும்புகிறீர்களா?

குறிப்பு

1.4.2 இரண்டாம் நிலை விவரங்கள்

1) வெளியிடப்பட்ட ஆதாரங்கள்

சில அரசு மற்றும் அரசு சாரா நிறுவனங்கள் பல்வேறு பத்திரிகைகள், ஆய்வுக் கட்டுரைகள், ஆய்வுகள் போன்றவற்றை வெளியிடுகின்றன, அவை மிகவும் பயனுள்ளதாகவும் நம்பகமானதாகவும் உள்ளன. அவற்றில் சில கீழே குறிப்பிடப்பட்டுள்ளன

1) UNO, WTO மற்றும் WHO போன்ற சர்வதேச அமைப்புகளின் வெளியீடுகள்.
2) ஐ.எஸ்.ஐ, என்.சி.இ.ஆர்.டி, ஐ.சி.ஏ.ஆர் போன்ற ஆராய்ச்சி நிறுவனங்களின் வெளியீடுகள்.
3) அரசு வெளியீடுகள்
4) வணிக மற்றும் நிதி நிறுவனங்களின் வெளியீடுகள்.
5) அரசாங்க அமைப்புகளின் வெளியீடுகள்.
6) செய்தித்தாள், பத்திரிகைகள் மற்றும் பத்திரிகைகள்.

2) வெளியிடப்படாத ஆதாரங்கள்

சில தனியார் ஏஜென்சிகள் அல்லது நிறுவனங்களால் தரவுகள் தனிப்பட்ட முறையில் பராமரிக்கப்படும் அனைத்து ஆதாரங்களையும் வெளியிடப்படாத ஆதாரங்கள் உள்ளடக்குகின்றன. பல்கலைக்கழகங்கள், ஆராய்ச்சி நிறுவனங்கள் சேகரித்த தகவல்கள் வெளியிடப்படாத ஆதாரங்களின் கீழ் வருகின்றன.

1.5 தரவு வழங்கல்

முந்தைய தலைப்பில் தரவை எவ்வாறு சேகரிக்க முடியும் என்பதைக் கண்டோம். சேகரிக்கப்பட்ட தரவு பொதுவாக மிகப் பெரியதாக இருப்பதால், அதை உள்ளடக்கிய வடிவத்தில் வழங்க வேண்டும். தரவை வழங்குவதற்கு பொதுவாக மூன்று வழிகள் உள்ளன. அவை

1) உரை அல்லது விளக்க விளக்கக்காட்சி
2) அட்டவணை விளக்கக்காட்சி
3) வரைபட விளக்கக்காட்சி

1.5.1 உரை அல்லது விளக்க விளக்கக்காட்சி

சேகரிக்கப்பட்ட தரவு உரையின் வடிவத்தில் வழங்கப்படும்போது அது உரை அல்லது விளக்க விளக்கக்காட்சி என்று அழைக்கப்படுகிறது. பொதுவாக பெரிய தரவை வழங்க இந்த முறையைப் பயன்படுத்த முடியாது.

உதாரணமாக, 2011 மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பில், இந்தியாவின் மக்கள் தொகை 58, 64, 69,174 பெண்கள் மற்றும் 62, 37, 24,248 ஆண்களைக் கொண்ட 1,21,08,54,977 ஆகும். கல்வியறிவு விகிதம் 74.0 4

சதவீதம் மற்றும் மக்கள் அடர்த்தி ஒரு சதுர கிலோமீட்டருக்கு 382 நபர்கள்.

மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில் இருந்து, தரவு உரைநடையில் குறிப்பிடப்படுவதைக் காணலாம். இந்த முறையின் முக்கிய வரம்புகளில் ஒன்று என்னவென்றால், வாசகர்கள் முழு உரையையும் கடந்து தேவையான தகவல்களைப் பெற வேண்டும்.

1.5.2 தரவின் அட்டவணை விளக்கக்காட்சி

தரவு வரிசைகள் மற்றும் நெடுவரிசைகளின் வடிவத்தில் வழங்கப்படும்போது, அது தரவின் அட்டவணை விளக்கக்காட்சி என்று அழைக்கப்படுகிறது.

உதாரணமாக:

பகுதி	**பெண்**	**ஆண்**	**மொத்தம்**
நகர்ப்புறம்	90%	89%	89.5%
கிராமப்புறம்	87%	88%	87.5%
மொத்தம்	88.5%,	88.5%,	88.5%

சுமார் அட்டவணை தமிழ்நாட்டில் நடத்தப்பட்ட தேர்வின் தேர்ச்சி சதவீதத்தை குறிக்கிறது, அதில் மூன்று வரிசைகள் (நகர்ப்புற, கிராமப்புற, மொத்தம்) மற்றும் மூன்று நெடுவரிசைகள் (பெண், ஆண், மொத்தம்) உள்ளன. இது 3 × 3 அட்டவணையாகும், அங்கு ஒவ்வொரு சிறிய பெட்டியும் செல் என அழைக்கப்படுகிறது, இது தேர்ச்சி சதவீதம் தொடர்பான தகவல்களை வழங்குகிறது. இந்த முறை மிகவும் முக்கியமானது, ஏனெனில் இது மேலும் புள்ளிவிவர சிகிச்சைக்கு பயன்படுத்த உதவுகிறது. இந்த அட்டவணை பிரதிநிதித்துவம் மேலும் நான்காக வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது

(i) தரமான வகைப்பாடு

சேகரிக்கப்பட்ட தகவல்கள் பாலினம், தேசியம் போன்ற பண்புகளின் வடிவத்தில் வகைப்படுத்தப்படும் போது தரமான வகைப்பாடு ஆகும். மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணை தரமான வகைப்பாட்டிற்கு ஒரு எடுத்துக்காட்டு, அங்கு தகவல் பாலினம் மற்றும் இருப்பிட வடிவில் வகைப்படுத்தப்படுகிறது.

(ii) அளவு வகைப்பாடு

வயது, வருமானம், மதிப்பெண்கள் போன்ற தகவல்களை அளவீடு செய்யும்போது, அத்தகைய வகைப்பாடுகளை அளவு வகைப்பாடு என்று அழைக்கப்படுகிறது

உதாரணமாக

மதிப்பெண்	**அலைவெண்**
0-10	5
10-20	10
20-30	20
30-40	15
40-50	10

(iii) தற்காலிக வகைப்பாடு

ஆண்டு, மாதங்கள், நாட்கள் போன்ற நேரத்தின் அடிப்படையில் வகைப்பாடு இருக்கும்போது தற்காலிக வகைப்பாடு ஆகும்.,.

ஊதாரணமாக

ஒரு வாரத்தின் நாட்கள்	உற்பத்தி (ஜோடி காலணிகள் இல்லை)
திங்கள	2000
செவ்வாய	1750
புதன்	3000
வியாழன்	2250
வெள்ளி	1550

(iv) இடஞ்சார்ந்த வகைப்பாடு

தரவு வகைப்பாடு நகரம், நகரம், மாவட்டம், மாநிலம், நாடு போன்ற இடங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டால் இடஞ்சார்ந்த வகைப்பாடு ஆகும்.

உதாரணமாக

மாநிலம்	எழுத்தறிவு வீதம்
தமிழ்நாடு	80.09%
ஆந்திரப் பிரதேசம்	67.02%
கர்நாடகா	75.36%;
கேரளா	93.91%

1.5.3 வரைபட விளக்கக்காட்சி

இந்த முறையில் தரவு வரைபட ரீதியாக குறிப்பிடப்படுகிறது மற்றும் பொதுவாக புரிந்துகொள்வது மிகவும் எளிதானது தரவு மூன்று வழிகளில் வரைபட ரீதியாக குறிப்பிடப்படுகிறது.

1) வடிவியல் வரைபடம்

இந்த வகை பார் வரைபடங்கள் மற்றும் பை விளக்கப்படங்களைக் கொண்டுள்ளது.

(i) பார் வரைபடம்

பார் வரைபடம் என்பது ஒவ்வொரு வகை தரவிற்கும் சமமான மற்றும் சமநிலை செவ்வகக் கம்பிகளில் தரவின் வரைபட பிரதிநிதித்துவம் ஆகும் .கட்டியின் உயரம் அல்லது நீளம் வர்க்கத்தின் அளவைப் பற்றி நமக்குக் கூறுகிறது. தரவை ஒப்பிடுவதற்கு பட்டி வரைபடங்கள் எளிதில் பயன்படுத்தப்படலாம். பட்டி வரைபடத்தில் தரமான மற்றும் அளவு தரவு இரண்டையும் குறிப்பிடலாம். அவற்றை மேலும் இரண்டு பரந்த பிரிவுகளாகப் பிரிக்கலாம்.

a) பல பட்டி வரைபடம்

இரண்டு செட் தரவை ஒப்பிட வேண்டிய தேவை இருக்கும்போது பல பட்டி வரைபடம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக இறக்குமதி மற்றும் ஏற்றுமதி, உற்பத்தி மற்றும் விற்பனை போன்றவை.,.

b) உபகரணப் பட்டி வரைபடம்

ஒரு குறிப்பிட்ட வகுப்பின் வெவ்வேறு கூறுகளை ஒப்பிடுவதற்கு துணை வரைபடங்கள் என்றும் அழைக்கப்படும் உபகரண பட்டி வரைபடம்

பயன்படுத்தப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, வாடகை, மருந்து, கல்வி போன்ற பல்வேறு கூறுகளை மாத சம்பளம் செலவழிப்பது ஒரு கூறு பட்டி வரைபடத்திலிருந்து எளிதாக புரிந்து கொள்ள முடியும்.

குறிப்பு

(ii) பை வரைபடம்

ஒரு பை வரைபடம் ஒரு கூறு பட்டை வரைபடத்தைப் போன்றது, ஆனால் இது கம்பிகளுக்கு பதிலாக விகிதத்தில் வட்டத்தில் குறிப்பிடப்படுகிறது. ஒவ்வொரு வகுப்பிலும் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகள் சதவீதமாக மாற்றப்பட்டு பின்னர் ஒவ்வொரு உருவமும் 3.6 டிகிரி மூலம் பெருக்கப்படுகிறது. (ஒரு வட்டத்தின் 360.∴100 - 360 டிகிரி 100 பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது) பின்னர் மதிப்புகள் வட்டத்தில் அதற்கேற்ப பிரிக்கப்படுகின்றன.

2) அதிர்வெண் வரைபடம்

தரவு தொகுக்கப்பட்ட அதிர்வெண் வடிவத்தில் இருக்கும்போது பொதுவாக அதிர்வெண் வரைபடங்களால் குறிப்பிடப்படுகின்றன. ஹிஸ்டோகிராம், அதிர்வெண் பலகோணம், அதிர்வெண் வளைவு மற்றும் ஆகிவ் ஆகியவை அதிர்வெண் வரைபடத்தின் வகைகள்.

(i) பட்டை வரைபடம்

ஹிஸ்டோகிராம் என்பது ஒரு வரைபடமாகும், இது செவ்வக கம்பிகளைக் கொண்டுள்ளது, அதன் பரப்பளவு ஒரு மாறியின் அதிர்வெண்ணுக்கு விகிதாசாரமாகவும் அதன் அகலம் வர்க்க இடைவெளிக்கு சமமாகவும் இருக்கும்

(ii) அதிர்வெண் பலகோணம்

அதிர்வெண் பலகோணம் என்பது மற்றொரு வகை அதிர்வெண் விநியோக வரைபடமாகும். ஒரு அதிர்வெண் பலகோணத்தில், அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கை ஒவ்வொரு இடைவெளியின் நடுப்பகுதியிலும் ஒரு புள்ளியுடன் குறிக்கப்படுகிறது. பின்னர் புள்ளிகள் ஒரு நேர் கோட்டைப் பயன்படுத்தி இணைக்கப்படுகின்றன.

(iii) அதிர்வெண் வளைவு

அதிர்வெண் வளைவு ஒரு மென்மையான ∴ப்ரீஹேண்ட் வளைவை வரைவதன் மூலம் பெறப்படுகிறது, இது ஒரு அதிர்வெண் பலகோணத்தின் புள்ளிகளை முடிந்தவரை நெருக்கமாக கடந்து செல்கிறது.

(iv) கூர்முனை வளைவு

ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்கள் என்றும் அழைக்கப்படும் கூர்முனை வளைவு இரண்டு வகையாகும். ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்கள் முறையே அவற்றின் மேல் வரம்புகளுக்கு எதிராக திட்டமிடப்படும்போது, கூர்முனை வளைவு-ஐ விட குறைவாக இருக்கும். ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்கள் முறையே அவற்றின் குறைந்த வரம்புகளுக்கு எதிராக திட்டமிடப்படும்போது, அது கூர்முனை வளைவு-ஐ விட அதிகமாகும்.

3) எண்கணித வரி வரைபடம்

டைம் சீரிஸ் வரைபடம் என்றும் அழைக்கப்படும் ஒரு எண்கணித வரி வரைபடம் என்பது ஒரு வரைபடமாகும், அங்கு நேரம் (மாதங்கள், ஆண்டுகள், வாரங்கள்) x அச்சில் திட்டமிடப்பட்டு அவற்றின் மதிப்புகள் y அச்சில் திட்டமிடப்படுகின்றன. தரவுகளின் போக்குகள் மற்றும் கால இடைவெளியை பகுப்பாய்வு செய்ய இது எங்களுக்கு உதவுகிறது.

குறிப்பு

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்

6. மறைமுக வாய்வழி விசாரணை என்றால் என்ன?
7. கேள்வித்தாள் முறையின் இரண்டு தகுதிகளைக் குறிப்பிடவும்
8. வெளியிடப்பட்ட ஆதாரங்களின் சில எடுத்துக்காட்டுகளைக் கொடுங்கள்
9. கூறு பட்டை வரைபடம் என்றால் என்ன?
10. இடஞ்சார்ந்த வகைப்பாடு என்றால் என்ன?

1.6 சுருக்கம்

- "புள்ளியியல்" என்ற சொல் பன்மை அர்த்தத்தில் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பது எண்ணியல் தரவுகளின் தொகுப்பைக் குறிக்கிறது மற்றும் ஒற்றை அர்த்தத்தில் புள்ளிவிவரங்களை சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல் மற்றும் பயன்படுத்துதல்
- பயனுள்ள முடிவுகளுக்கான தொடக்க, உற்பத்தி மற்றும் சந்தைப்படுத்தல் போன்ற வணிக நடவடிக்கைகளின் பல்வேறு பகுதிகளுக்கு புள்ளியியலைப் பயன்படுத்தலாம்.
- தரவு என்பது எங்களுக்கு ஒரு தகவலை வழங்குவதன் மூலம் சில சிக்கல்களைப் புரிந்துகொள்ள உதவும் ஒரு கருவியாகும். இதை முதன்மை மற்றும் இரண்டாம்நிலை தரவுகளாக மேலும் பிரிக்கலாம்.
- நேரடி தனிப்பட்ட விசாரணை, மறைமுக வாய்வழி விசாரணை, கேள்வித்தாள் முறைகள் முதன்மை தரவுகளை சேகரிக்கும் சில முறைகள். சர்வதேச அமைப்புகளின் வெளியீடுகள், ஆராய்ச்சி நிறுவனங்கள் இரண்டாம் நிலை தரவுகளை சேகரிக்கும் முறைகள்.

தரவை மூன்று வழிகளில் வழங்கலாம். அவை உரை அல்லது விளக்க விளக்கக்காட்சி,அட்டவணை விளக்கக்காட்சி, வரைபட விளக்கக்காட்சி.

1.7 முக்கிய சொற்கள்

புள்ளிவிவரங்கள், தரவு, முதன்மைத் தரவு, இரண்டாம்நிலை தரவு, நேரடி தனிப்பட்ட நேர்காணல், மறைமுக வாய்வழி விசாரணை, கேள்வித்தாள், தரமான, அளவு, தற்காலிக, இடஞ்சார்ந்த, பார் வரைபடம், பை வரைபடம், ஹிஸ்டோகிராம், அதிர்வெண் பலகோணம், அதிர்வெண் வளைவு, கூர்முனை வளைவு, எண்கணித வரி வரைபடம்.

1.8 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்கள்

1. "புள்ளியியல்" என்ற சொல் பன்மை அர்த்தத்தில் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பது எண்ணியல் தரவுகளின் தொகுப்பைக் குறிக்கிறது, மேலும் ஒற்றை

அர்த்தத்தில் புள்ளிவிவரங்களை சேகரித்தல், வகைப்படுத்துதல் மற்றும் பயன்படுத்துதல்

2. பேராசிரியர் ஹோரேஸ் செக்ரிஸ்ட்டின் கூற்றுப்படி, ''இது காரணங்களின் பெருக்கத்தால் குறிக்கப்பட்ட பாதிப்புகளின் எண்ணிக்கையாகும், எண்ணியல் ரீதியாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது, கணக்கிடப்படுகிறது அல்லது நியாயமான துல்லியமான தரத்தின்படி மதிப்பிடப்படுகிறது, முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட நோக்கத்திற்காக முறையான முறையில் இணைக்கப்பட்டு வைக்கப்படுகிறது ஒருவருக்கொருவர் உறவு

3. தரவை ஒப்பிடுவதற்கு தரவின் வகைப்பாடு மற்றும் அட்டவணைப்படுத்தல் பயன்படுத்தப்படுகிறது. வரைபடம், மனச்சோர்வு சிதறலின் அளவு, தொடர்பு போன்ற பல்வேறு புள்ளிவிவர கருவிகள் ஒப்பிடுவதற்கு எங்களுக்கு பெரிய வாய்ப்பை அளிக்கிறது.

4. மருத்துவ பரிசோதனைகள் மற்றும் விசாரணைகளை ஆராய்ச்சி மற்றும் பகுப்பாய்வு செய்ய புள்ளிவிவரங்கள் உதவுகின்றன. ஒரு குறிப்பிட்ட சிகிச்சை அல்லது மருந்து செயல்படுகிறதா, அது எவ்வளவு பயனுள்ளதாக இருக்கும் என்பதை அடையாளம் காண பயோஸ்டேடிக் ஆராய்ச்சியாளர்களுக்கு உதவுகிறது.

5. இரண்டாம்நிலை தரவு என்பது அவரது ஆராய்ச்சியின் நோக்கத்திற்காக ஏற்கனவே சேகரிக்கப்பட்ட மற்றும் செயலாக்கப்பட்ட தரவு.

6. மறைமுக வாய்வழி விசாரணை என்பது புலனாய்வாளர் மூலத்திற்கு நெருக்கமான ஒருவரை விசாரிக்கும் போது. அசல் நபரின் தயக்கம் காரணமாக இது செய்யப்படுகிறது.

7. (i) இந்த முறை மலிவானது

(ii) இந்த செயல்முறைக்கு செலவிடப்படும் நேரம் மிகவும் குறைவு.

8. UNO, WTO மற்றும் WHO போன்ற சர்வதேச அமைப்புகளின் வெளியீடுகள், ஐ�ளுஐ, NCERT, ICAR போன்ற ஆராய்ச்சி நிறுவனங்களின் வெளியீடுகள் மற்றும் அரசு வெளியீடுகள்.

9. ஒரு குறிப்பிட்ட வகுப்பின் வெவ்வேறு கூறுகளை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க துணை வரைபடங்கள் துணை வரைபடங்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

10. தரவு வகைப்பாடு நகரம், நகரம், மாவட்டம், மாநிலம், நாடு போன்ற இடங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டால் இடஞ்சார்ந்த வகைப்பாடு ஆகும்.

1.9 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய விடை கேள்விகள்

1. தேதி வகைகளைப் பற்றி சிறு குறிப்புகளை எழுதுங்கள்
2. நேரடி தனிப்பட்ட நேர்காணலின் தகுதிகள் மற்றும் குறைபாடுகளை பட்டியலிடுக
3. கேள்வித்தாளை வடிவமைக்கும்போது பின்பற்றப்படும் பொதுவான கொள்கைகள் யாவை?

4. தரவின் அட்டவணை விளக்கக்காட்சியின் வகைப்பாடு பற்றி எழுதுங்கள்.

5. பார் வரைபடம் என்றால் என்ன? அதன் வகைகள் என்ன?

நீண்ட விடை கேள்விகள்

குறிப்பு

1. புள்ளிவிவரங்களின் முக்கியத்துவத்தையும் நோக்கத்தையும் பகுப்பாய்வு செய்யுங்கள்

2. முதன்மை தரவுகளில் பயன்படுத்தப்படும் தரவு சேகரிப்பு நுட்பங்களைப் பற்றி விரிவாக விளக்குங்கள்.

3. புள்ளிவிவரங்களின் செயல்பாடுகள் மற்றும் வரம்புகள் பற்றி விவாதிக்கவும்.

4. தரவை வழங்குவதற்கு பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறு வேறு முறைகளை விளக்குங்கள்.

1.10 மேலும் படிக்க

1. Gupta, S. P. : Statistical Methods, Sultan chand and Sons, New Delhi.
2. Hooda, R. P.: Statistics for Business and Economics, Macmillan, New Delhi.
3. Hein, L. W. Quantitative Approach to Managerial Decisions, Prentice Hall,NJ.
4. Levin, Richard I. and David S. Rubin: Statistics for Management, Prentice Hall, New Delhi.
5. Lawrance B. Moore: Statistics for Business & Economics, Harper Collins, NY.
6. Watsman Terry J. and Keith Parramor: Quantitative Methods in Finance International, Thompson Business Press, London.

அலகு2 தரவு ஒடுக்கம் மற்றும் வரைகலை முறைகள்

அமைப்பு

குறிப்பு

2.0 அறிமுகம்

பல்வேறு மூலங்களிலிருந்து தரவைச் சேகரித்த பிறகு, தரவைப் புரிந்துகொள்வதற்கும், அதிலிருந்து முடிவுகளுக்கு வருவதற்கும் அவற்றை ஒழுங்கமைக்க வேண்டும். மேலும் புள்ளிவிவர சிகிச்சையின் மூலம் தரவை வரிசைப்படுத்தி ஒடுக்க வேண்டும். இந்த அத்தியாயத்தில் மூல தரவு மற்றும் பல்வேறு வரைபடங்கள் மற்றும் வரைபடங்களின் வடிவத்தில் அவற்றை எவ்வாறு ஒழுங்கமைப்பது என்பதைப் பற்றி அறிந்து கொள்வோம்.

2.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகு இருந்து நீங்கள்

- சுய மூல தரவு, பண்புக்கூறுகள் மற்றும் மாறிகள் பற்றி அறியலாம்
- டீயச பார் வரைபடம், வட்ட வரைபடங்கள் போன்ற பல்வேறு வகையான வரைபடங்களைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.
- ஹிஸ்டோகிராம், அதிர்வெண் பலகோணம், ஆகிவ் போன்றவற்றை எவ்வாறு உருவாக்குவது என்று தெரிந்து கொள்ளலாம்.

2.2 தரவு ஒடுக்கம்

தரவு ஒடுக்கம் என்பது தரவைக் குறைப்பதாகும், அதாவது தரவை எளிதில் புரிந்துகொள்வதற்கும் விளக்குவதற்கும் ஒழுங்கமைப்பதாகும்.

2.2.1 மூல தரவு

மூல தரவு என்பது ஒழுங்கற்ற அந்த தரவைக் குறிக்கிறது. மேலதிக பயன்பாட்டிற்காக செயலாக்கப்படாத தரவு இவை. புள்ளிவிவர நுட்பங்களுக்கு விண்ணப்பிக்க இதுபோன்ற தரவுகளை ஒழுங்கமைத்து வழங்க வேண்டிய தேவை உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டாக, 50 மாணவர்களால் புள்ளிவிவரத்தில் அடித்த மதிப்பெண்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன

57 55 20 70 61 70 69 66 65 72

52 79 74 67 72 74 40 47 85 87

72 61 65 24 35 80 57 59 92 50

59 64 74 92 50 59 64 74 79 80

77 63 56 80 53 55 54 67 86 92

மேலே உள்ள தரவுகளிலிருந்து எத்தனை மாணவர்கள் தேர்ச்சி பெற்றிருக்கிறார்கள் அல்லது தோல்வியுற்றார்கள், எத்தனை மாணவர்கள் 80 க்கு மேல் மதிப்பெண் பெற்றிருக்கிறார்கள் என்பதைக் கண்டுபிடிப்பது கடினம். தரவு ஒற்றுமைகளுக்கு ஏற்ப வகைப்படுத்தப்படும் போது, எந்தவொரு சிரமமும் இல்லாமல் எளிதில் அடையாளம் காணவும், ஒப்பிட்டு, முடிவுகளை எட்டவும் இது நமக்கு உதவுகிறது.

2.2.2 முயற்சிகள் மற்றும் மாறுபாடுகள்

பண்புக்கூறுகள் எண்களை மையமாகக் கொண்ட தரவு. அவை பொதுவாக தரவை வரையறுக்கும் ஒன்று. மாறி என்பது அந்தத் தரவைக் குறிக்கிறது, இது தரவைப் பற்றிய இன்னும் தெளிவான தகவல்களைத் தருகிறது மற்றும் கணக்கீட்டை உள்ளடக்கியது

எடுத்துக்காட்டாக, இயந்திரங்களின் பண்புக்கூறுகளுக்கு ஒரு குறைபாடுள்ள இயந்திரத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் போது, இயந்திரங்கள் குறைபாடுள்ளதா இல்லையா என்பதை அடையாளம் காண எங்களுக்கு உதவும், ஆனால் மாறிகள் குறைபாட்டின் அளவை அறிய உதவும், அதாவது 20% குறைபாடு அல்லது 10% குறைபாடு போன்றவை.

மாறுபாடுகளை மேலும் தனித்தனியாகவும் தொடர்ச்சியாகவும் வகைப்படுத்தலாம். ஒரு மாறி கணக்கிட முடியாத மதிப்புகளை எடுத்துக் கொண்டால், அது தொடர்ச்சியான மாறி என்று அழைக்கப்படுகிறது .உதாரணமாக மாணவரின் எடை 40 கிலோவிலிருந்து 50 கிலோ வரை அதிகரிக்கும், அவரது எடை 40 முதல் 50 கிலோ வரை எந்த மதிப்வட்டயும் எடுக்கக்கூடும், 40.5 கிலோ, 45.3 கிலோ போன்ற பின்னங்கள் கூட இருக்கலாம். தனித்துவமான மாறிகள் சில மதிப்புகளை மட்டுமே எடுக்க முடியும். உதாரணமாக, ஒரு வகுப்பின் வலிமை முழு எண்ணாக மட்டுமே இருக்க முடியும்.

2.2.3 தரவுகளை வகைப்படுத்தல்

காலவரிசை வகைப்பாடு

வாரங்கள், மாதங்கள், ஆண்டுகள் போன்ற நேரத்திற்கு ஏற்ப மாறிகள் வகைப்படுத்தப்படும் போது, அது காலவரிசை வகைப்பாடு ஆகும்.

இடஞ்சார்ந்த வகைப்பாடு

மாநிலங்கள், நாடுகள், நகரங்கள் போன்ற புவியியல் இடங்களின்படி மாறுபாடுகள் வகைப்படுத்தப்படுகின்றன, பின்னர் அது இடஞ்சார்ந்த வகைப்பாடு ஆகும்.

தரமான தரவு

பாலின மதம் கல்வியறிவு தேசியம் போன்ற பண்புகளின் படி மாறிகள் வகைப்படுத்தப்படும்போது, அவை தரமான வகைப்பாடு என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

அளவு தரவு

உயரம், எடை, வருமானம் போன்ற எண்ணியல் ரீதியாக வெளிப்படுத்தக்கூடிய குணாதிசயங்களின்படி மாறிகள்

வகைப்படுத்தப்படும்போது, அது அளவு வகைப்பாடு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

2.3 விளக்கப்படங்கள்

ஒரு விளக்கப்படங்கள் என்பது புள்ளிவிவர தரவை வழங்குவதற்கான ஒரு காட்சி வடிவம். வரைபடங்கள் வெவ்வேறு வகைகளாக இருக்கின்றன, அவை பார்கள், வட்டங்கள், வரைபடங்கள், உருவப்படம் மற்றும் வரைபடங்கள்.

நன்மைகள்

- வரையவும் படிக்கவும் மிகவும் எளிது.
- வரைபடத்தின் ஒரே வடிவம் இது ஒரு துண்டு காகிதத்தில் அதிக எண்ணிக்கையிலான தரவைக் குறிக்கும்.
- இதை செங்குத்தாகவும் கிடைமட்டமாகவும் வரையலாம்.
- இது ஒரு சிறந்த தோற்றத்தை அளிக்கிறது மற்றும் ஒப்பிடுவதற்கு உதவுகிறது

குறிப்பு

குறைபாடுகள்:

- இதன் மூலம் தரவின் அதிக எண்ணிக்கையிலான அம்சங்களை வெளிப்படுத்த முடியாது.
- பார்கள் தன்னிச்சையாக சரி செய்யப்படுகின்றன.

விளக்கப்படங்களின் வகைகள்

- ஒரு பரிமாண விளக்கப்படங்கள்
- இரு பரிமாண விளக்கப்படங்கள்
- முப்பரிமாண விளக்கப்படங்கள்
- உருவப்படங்கள் மற்றும் கார்ட்டோகிராம்கள்

2.3.1 ஒரு பரிமாண விளக்கப்படங்கள்

இவை பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் விளக்கப்படங்கள். வழக்கமாக கிடைமட்ட அல்லது செங்குத்து கோடுகள் அல்லது ஒவ்வொரு வகையுடனும் தொடர்புடைய அவதானிப்புகளின் அளவிற்கு விகிதாசாரமாக அவற்றின் நீளங்களைக் கொண்ட பார்கள் இந்த விளக்கப்படத்தை உருவாக்குகின்றன.

பார் விளக்கப்படங்கள் பல்வேறு வகைகளில் உள்ளன

- எளிய பட்டை விளக்கப்படங்கள்
- பிரிக்கப்பட்ட பட்டி விளக்கப்படங்கள்
- சதவீத பட்டி விளக்கப்படங்கள்
- பல பட்டி விளக்கப்படங்கள்
- விலகல் பட்டி விளக்கப்படங்கள்

எளிய பட்டி விளக்கப்படங்கள்

ஒரே அகலத்துடன் கிடைமட்ட அல்லது செங்குத்து பார்கள் (முழுமையாக நிழலாடிய செவ்வகங்கள்), ஒரே கிடைமட்ட அல்லது செங்குத்து கோட்டில் அவற்றின் தளங்களுடன் சம இடைவெளிகளுடன் வரையப்பட்டிருக்கும் மற்றும் அவதானிப்புகளின் அளவுகளுக்கு விகிதாசார நீளங்கள் ஒரு பட்டை விளக்கப்படத்தை உருவாக்குகின்றன.

உதாரணமாக:-

55 ஆண்டுகளாக ஒரு வங்கியின் லாபத்தைக் குறிக்க எளிய பார் விளக்கப்படத்தை வரையவும்.

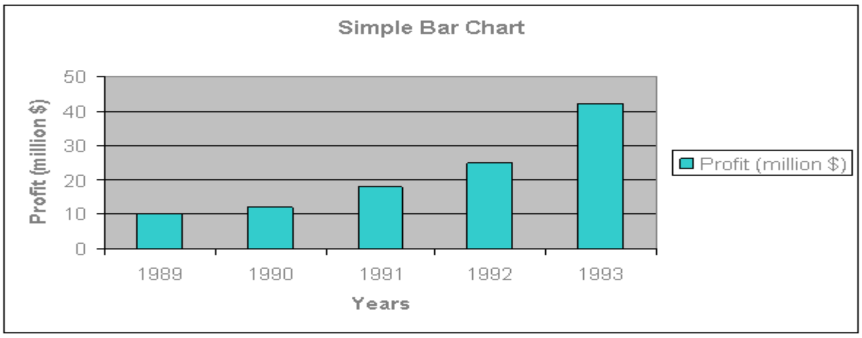
வருடங்கள்	1989	1990	1991	1992	1993
லாபம் (மில்லியன்)	10	12	18	25	48

5 ஆண்டுகளாக வங்கியின் லாபத்தைக் காட்டும் எளிய பார் விளக்கப்படம்:

தரவு ஒடுக்கம் மற்றும் வரைகலை முறைகள்

.

குறிப்பு



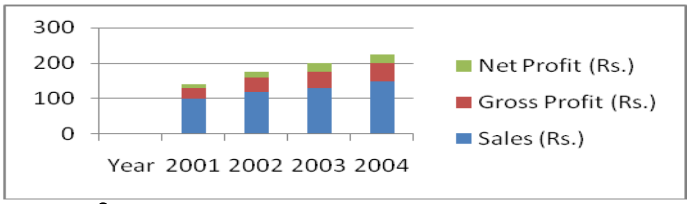
பிரிக்கப்பட்ட பட்டை விளக்கப்படங்கள் அல்லது கூறு பட்டி விளக்கப்படங்கள்

பல்வேறு வகைகளுடன் தொடர்புடைய அவதானிப்புகள் வெவ்வேறு கூறுகளைக் கொண்டிருக்கும்போது இந்த வகை விளக்கப்படங்கள் பயன்படுத்தப்படுகிறது மற்றும் கூறு பாகங்களின் ஒப்பீடு முக்கியமானது என்று உணரப்படுகிறது. இங்கே ஒரு எளிய பட்டை விளக்கப்படம் முதலில் கூறுகளின் நீளத்திற்கு விகிதாச்சாரத்துடன் வரையப்பட்டுள்ளது, பின்னர் அது துணைப் பகுதிகளுக்கு விகிதாசார விகிதத்தில் நீளமாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் ஒவ்வொரு பகுதிக்கும் வெவ்வேறு நிறம் அல்லது நிழல் கொடுக்கப்படுகிறது

உதாரணமாக:-

பின்வரும் தரவுகளுக்கு ஒரு கூறு பட்டை விளக்கப்படத்தை வரையவும்

ஆண்டு	விற்பனை (ரூ.)	மொத்த லாபம் (ரூ.)	நிகர லாபம் (ரூ.)
20001	100	30	10
2002	120	40	15
2003	130	45	25
2004	150	100	25



சதவீத பட்டி விளக்கப்படங்கள்

இதில், கூறு பாகங்கள் மொத்தத்தின் சதவீதங்களாக வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன மற்றும் அனைத்து பட்டிகளுக்கும் சம நீளம் கொண்ட ஒரு கூறு பட்டை விளக்கப்படங்கள் வரையப்படுகிறது

சில நேரங்களில் வெவ்வேறு பண்புகளின் தொகுதிகள் அர்த்தமுள்ள ஒப்பீடுகளை செய்வதற்கு பெரிதும் வேறுபட்டிருக்கும்போது, பண்புக்கூறுகள் சதவீதங்களாகக் குறைக்கப்படுகின்றன. அவ்வாறான நிலையில் ஒவ்வொரு பண்புக்கும் அதன் அதிகபட்ச அளவாக 100 இருக்கும். இந்த வகையான கூறு பட்டை விளக்கப்படம் சதவீதம் பட்டி வரைபடம் என அழைக்கப்படுகிறது.

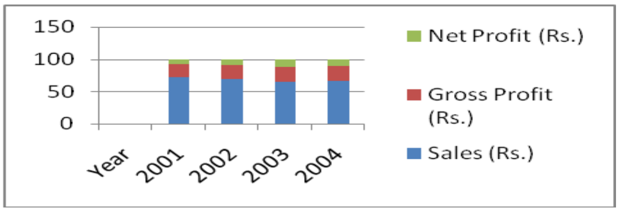
சதவீதம் = (உண்மையான மதிப்பு / உண்மையான மதிப்பின் மொத்தம்) x 100

உதாரணமாக:-

பின்வரும் தரவுகளுக்கு சதவீத பட்டி வரைபடத்தை வரையவும்

சதவீதம் = (உண்மையான மதிப்பு / உண்மையான மதிப்பின் மொத்தம்) x 100 என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, மேலே உள்ள அட்டவணை மாற்றப்படுகிறது

ஆண்டு	விற்பனை (ரூ.)	மொத்த லாபம் (ரூ.)	நிகர லாபம் (ரூ.)
2001	71.43	21.43	7.14
2002	68.57	22.86	8.57
2003	65	22.5	12.5
2004	66.67	22.22	11.11



குறிப்பு

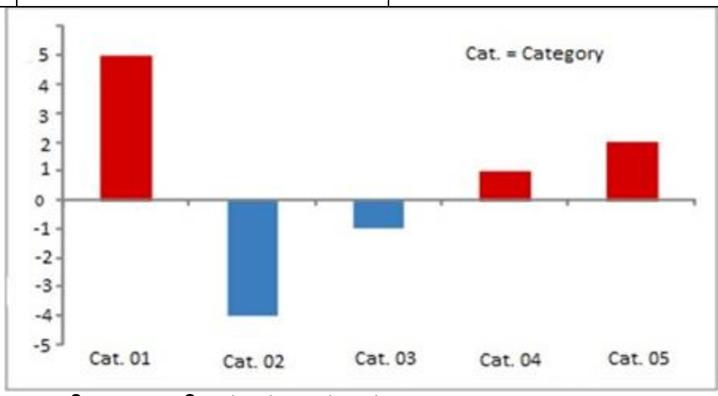
விலகல் பட்டி விளக்கப்படங்கள்

இந்த விளக்கப்படங்கள் வழக்கமாக நிகர லாபம், செலுத்த வேண்டிய இருப்பு, பற்றாக்குறை அல்லது அதிகப்படியான போன்ற நிகர அளவைக் குறிக்கப் பயன்படுகிறது, ஏனெனில் அவதானிப்புகள் நேர்மறை அல்லது எதிர்மறையாக இருக்கலாம், அடிப்படைக் கோடு வழக்கமாக காகிதத்தின் நடுவில் கிடைமட்டமாக வரையப்படுகிறது மற்றும் நேர்மறை மதிப்புகள் பட்டிகளால் குறிக்கப்படுகின்றன விகிதாசார நீளத்தின், கிடைமட்ட கோட்டிற்கு மேலே வரையப்பட்ட மற்றும் கிடைமட்ட கோட்டிற்குக் கீழே வரையப்பட்ட விகிதாசார நீளத்தின் பட்டிகளால் எதிர்மறை மதிப்புகள்.

உதாரணமாக:-

பின்வரும் பட்டியை பொருத்தமான பட்டி வரைபடத்தில் குறிப்பிடவும்

ஆண்டு	விற்பனை (‘0000 இல் ரூ)	லாபம் / இழப்பு (‘ 0000 இல் ரூ)
2001	24	10
2002	35	-3
2003	45	7
2004	59	-5



2.3.2 இரு பரிமாண விளக்கப்படங்கள்

இரு பரிமாண விளக்கப்படங்களில், விளக்கப்படங்களின் பகுதிகள் அளவைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அவதானிப்புகளுக்கு விகிதாசார பரப்பளவு கொண்ட செவ்வகங்கள், சதுரங்கள் மற்றும் வட்டங்கள் ஒவ்வொரு வகையையும் குறிக்கப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இவற்றில், வட்டங்கள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இத்தகைய வரைபடங்கள் வட்ட-வரைபடங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அவதானிப்பின் அளவிற்கு விகிதாசார பகுதிகளுடன் வரையப்பட்ட வட்டங்கள் வட்ட-வரைபடத்தை உருவாக்குகின்றன.

வட்ட விளக்கப்படங்கள்:

இரு பரிமாண வரைபடத்தைத் தயாரிப்பதற்கான மற்றொரு வழி வட்டங்களின் வடிவத்தில் உள்ளது. அத்தகைய வரைபடங்களில், மொத்த மற்றும் கூறு பாகங்கள் அல்லது பிரிவுகள் இரண்டையும் காட்டலாம். ஒரு

குறிப்பு

வட்டத்தின் பரப்பளவு அதன் ஆரம் சதுரத்திற்கு விகிதாசாரமாகும். ஒப்பீடுகள் செய்யும் போது, வட்ட வரைபடங்கள் ஒரு சதவீத அடிப்படையில் பயன்படுத்தப்பட வேண்டும், ஆனால் ஒரு முழுமையான அடிப்படையில் அல்ல.

- ஒரு வட்ட வரைபடத்தை உருவாக்குவதில் முதல் படி தரவைத் தயாரிப்பது, இதனால் பல்வேறு கூறுகளின் மதிப்புகள் வட்டத்தில் தொடர்புடைய டிகிரிகளாக மாற்றப்படும்.
- இரண்டாவது திசையானது திசைகாட்டி மூலம் பொருத்தமான அளவிலான வட்டத்தை வரைய வேண்டும். ஆரம் அளவு கிடைக்கக்கூடிய இடத்தைப் பொறுத்தது மற்றும் மொத்த அதிர்வெண்ணின் சதுர மூலத்திற்கு விகிதாசாரமாகும்.
- மூன்றாவது படி வட்டத்தில் புள்ளிகளை அளவிடுவது மற்றும் ஒவ்வொரு துறையின் அளவையும் ஒரு நீரிழிவு உதவியுடன் குறிக்கிறது. ஒரு வட்டத்தில் 360 டிகிரி இருப்பதால், .25 இன் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் கொண்ட ஒரு வர்க்கம் .25 (360) = 90 டிகிரி வட்டத்தை நுகரும்.

உதாரணமாக:-

இந்தியாவின் நான்கு தென் மாநிலங்களில் பயிரிடக்கூடிய நிலங்களின் பகுதிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பின்வரும் தரவுகளுக்கு வட்ட வரைபடத்தை உருவாக்கவும்.

நிலை	சாகுபடி பகுதி (ஹெக்டேரில்)
ஆந்திரா	663
கர்நாடக	448
கேரளா	290
தமிழ்நாடு	556
மொத்தம்	1957

சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி,

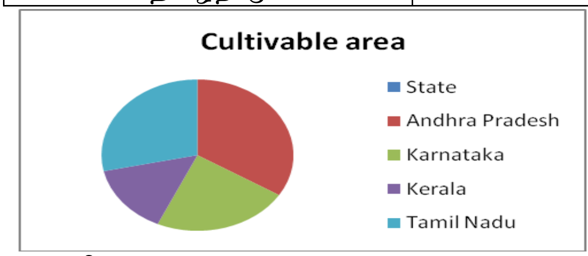
கோணம்=(உண்மையான மதிப்பு / உண்மையான மதிப்பின் மொத்தம்) x 360°

(அல்லது)

கோணம் = சதவீதம் / 100 x 360 °

அட்டவணை மதிப்பு ஆகிறது

மாநிலம்	சாகுபடி பகுதி
ஆந்திரா	121.96
கர்நாடகா	82.41
கேரளா	53.35
தமிழ்நாடு	102.28



2.3.3 முப்பரிமாண விளக்கப்படங்கள்

கனங்கள், சிலிண்டர்கள், தொகுதிகள் போன்றவை அவதானிப்பின் அளவுகளுக்கு விகிதாசார அளவுகளுடன் இந்த வழக்கில் அவற்றைக் குறிக்க வரையப்படுகின்றன.

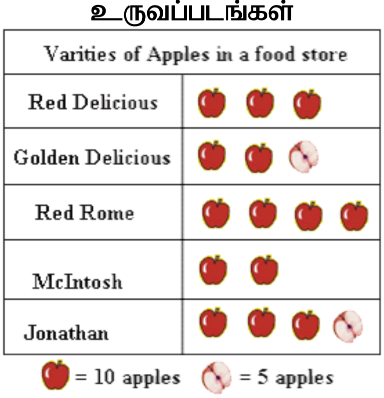
உருவப்படங்கள் மற்றும் கார்ட்டோகிராம்கள்

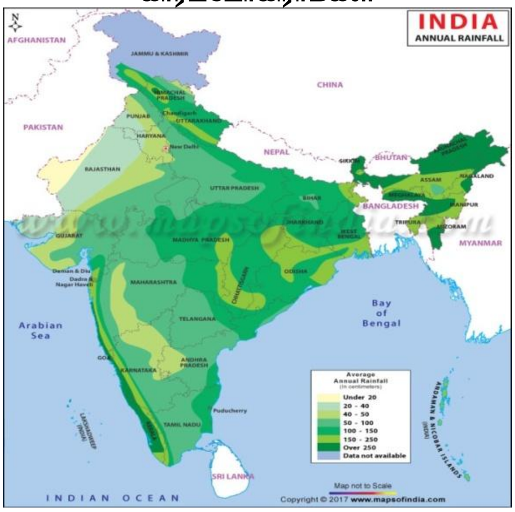
புவியியல் அடிப்படையில் அளவு தகவல்களை வழங்க கார்ட்டோகிராம்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அதே வருடத்தில் நிழலாடிய அதே வருடாந்திர மழையைப் பெறும் பிராந்தியங்களைக் கொண்ட ஒரு நாட்டின் வரைபடம் ஒரு வரைபடமாகும். இந்த வழக்கின் அளவு வருடாந்திர மழைப்பொழிவு மற்றும் ஒவ்வொரு வகை நிழலுக்கும் ஒத்த மழையை வழங்கும் ஒரு கால் குறிப்பால் அதைக் குறிக்கலாம்.

உதாரணமாக:-

ஒரு சூப்பர் மார்க்கெட்டில் சேமித்து வைக்கப்பட்டிருக்கும் ஆப்பிள்களின் எண்ணிக்கையை உருவப்படங்கள் காட்டுகிறது

உருவப்படங்கள் **கார்ட்டோகிராம்கள்**





உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 1

1. மூல தரவு என்றால் என்ன?
2. ஒரு உதாரணத்தைப் பயன்படுத்தி பண்புகளையும் மாறிகளையும் விளக்குங்கள்
3. வட்ட விளக்கப்படத்தில் கோணத்தைக் கண்டுபிடிக்க பயன்படுத்தப்படும் சூத்திரம் என்ன?
4. துணைப்பிரிவு பட்டை வரைபடம் என்றால் என்ன?
5. இரு பரிமாண வரைபடங்கள் எதற்காகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன?

ஒரு வரைபடத்தின் 2 தகுதிகளைக் குறிப்பிடுங்கள்.

2.4 வரைபடங்கள்

வரைபடம் என்பது புள்ளிவிவர தரவின் விளக்கக்காட்சியின் காட்சி வடிவம். உருவ அட்டவணையை விட ஒரு வரைபடம் மிகவும் கவர்ச்சியானது. ஒரு சாதாரண மனிதர் கூட வரைபடத்திலிருந்து தரவின் செய்தியைப் புரிந்து கொள்ள முடியும். ஒரு வரைபடத்தின் உதவியுடன் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகளுக்கு இடையில் ஒப்பீடுகள் மிக எளிதாக செய்யப்படலாம். வரைபடங்களின் மிக முக்கியமான வகைகள்

- பட்டை வரைபடம்
- அதிர்வெண் பலகோணம்
- அதிர்வெண் வளைவு
- கூர்முனை வளைவு

2.4.1 பட்டை வரைபடம்

பட்டை வரைபடம் என்பது ஒரு பட்டி விளக்கப்படம் அல்லது வரைபடமாகும், இது பகுப்பாய்வு செய்யப்படும் மாறியின் ஒவ்வொரு மதிப்பின் நிகழ்வின் அதிர்வெண்ணைக் காட்டுகிறது. ஹிஸ்டோகிராமில், தரவு தொடர்ச்சியான செவ்வகங்களாக திட்டமிடப்பட்டுள்ளது. வகுப்புகள்

குறிப்பு

சமமான அகலமாக இருந்தால், வகுப்புகள் சம அகலம் மற்றும் அதிர்வெண் அடர்த்தி (f/c) “y-அச்சில்“ இருந்தால் “x-அச்சில்“ மற்றும் “ y-அச்சில்“ அதிர்வெண்கள் காட்டப்படுகின்றன. . ஒவ்வொரு செவ்வகத்தின் உயரமும் வர்க்க இடைவெளியின் அதிர்வெண் அல்லது அதிர்வெண் அடர்த்தியைக் குறிக்கிறது. ஒவ்வொரு செவ்வகமும் தொடர்ச்சியான படத்தைக் கொடுக்கும் வகையில் மற்றொன்றுடன் உருவாகின்றன. அத்தகைய வரைபடம் படிக்கட்டு அல்லது தொகுதி வரைபடம் என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. இருப்பினும், திறந்தநிலை வகுப்புகளுடன் விநியோகிப்பதற்கான ஒரு வரைபடத்தை நாங்கள் உருவாக்க முடியாது.

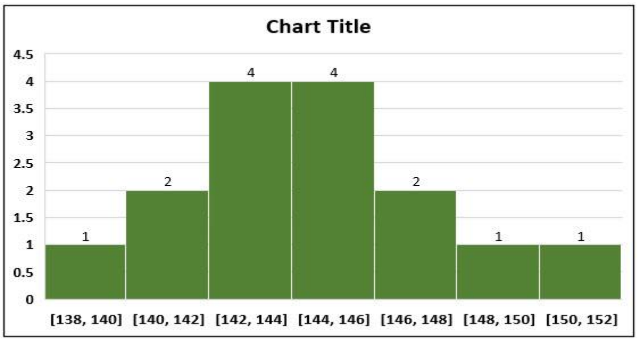
உதாரணமாக:-

திரு. லாரி ஒரு பிரபல மருத்துவர் 8 ஆம் வகுப்பு படிக்கும் மாணவர்களின் உயரம் குறித்து ஆய்வு நடத்தி வருகிறார். அவர் 15 மாணவர்களின் மாதிரியை சேகரித்துள்ளார், ஆனால் அவர்கள் எங்கிருந்து அதிகபட்ச வகை என்பதை அறிய விரும்புகிறார்.

Sr No	Height (in cms)
1	141
2	143
3	145
4	145
5	147
6	152
7	143
8	144
9	149
10	141
11	138
12	143
13	145
14	148
15	145

தீர்வு:

விளக்கப்படத்தில் கீழே காணப்படுவது போல் 6 வெவ்வேறு அதிர்வெண்களுடன் 6 பின்களைப் பயன்படுத்தி ஒரு வரைபடத்தை உருவாக்கியுள்ளோம். லு அச்சில், அந்த குறிப்பிட்ட பிரிவில் வரும் மாணவர்களின் சராசரி எண்ணிக்கை இது. எக்ஸ்-அச்சில் நாம் உயரத்தின் வரம்வட்டக் கொண்டுள்ளோம், எடுத்துக்காட்டாக, 1 வது பின் வரம்பு 138 செ.மீ முதல் 140 செ.மீ வரை இருக்கும். அட்டவணையில் இருந்து அந்த வகைக்கு எண்ணிக்கை 1 என்பதையும், கீழே உள்ள வரைபடத்தில் காணப்படுவதையும் நாம் கவனிக்க முடியும்.



8 ஆம் வகுப்புக்கு சராசரியாக மாணவர்களின் உயரங்கள் 142 செ.மீ முதல் 146 செ.மீ வரை இருப்பதை இங்கே காணலாம். மேலும், சராசரியின் ஒரு பக்கமும் சராசரியின் மறுபக்கத்தில் விழுகிறது என்பதை இது கவனிக்க முடியும், இது சாதாரண விநியோகத்தின் அறிகுறியாகும்.

2.4.2 அதிர்வெண் பலகோணம்

செவ்வகங்களின் மேல் கிடைமட்ட பக்கங்களின் நடுப்பகுதிகளை ஒரு வரைபடத்தில் குறித்து அவற்றை ஒரு நேர் கோட்டில் இணைத்தால்,

அவ்வாறு உருவாகும் உருவம் அதிர்வெண் பலகோணம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு வர்க்க இடைவெளியில் அதிர்வெண்கள் வகுப்பு முழுவதும் சமமாக விநியோகிக்கப்படுகின்றன என்ற அனுமானத்தின் கீழ் இது செய்யப்படுகிறது. பலகோணத்தின் பரப்பளவு ஹிஸ்டோகிராமின் பரப்பிற்கு சமம், ஏனென்றால் வெளியில் விடப்பட்ட பகுதி அதில் சேர்க்கப்பட்டுள்ள பகுதிக்கு சமம். அதிர்வெண் பலகோணத்தை வரைவதற்கான மற்றொரு முறை, X அச்சில் நடுப்பகுதிகளையும், Y அச்சில் அதிர்வெண் அடர்த்தி (f / c) ஐ வரையவும் ஆகும். அதிர்வெண் பலகோணத்தைப் பெற புள்ளிகளை நேர் கோட்டில் சேரவும்.

குறிப்பு

உதாரணமாக:-

400 மாணவர்களைக் கொண்ட ஒரு குழுவில், மாணவர்களின் உயரம் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அதிர்வெண் பலகோணம் மூலம் அதைக் குறிக்கவும்.

Height (in cm)	Number of Students(Frequency)
140 – 150	74
150 – 160	163
160 – 170	135
170 – 180	28
Total	400

தீர்வு:

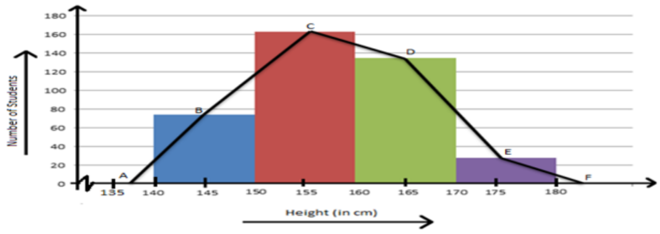
கொடுக்கப்பட்ட தரவிலிருந்து ஒரு வரைபடத்தை உருவாக்க பின்வரும் வழிமுறைகள் பின்பற்றப்பட வேண்டும்:

- உயரங்கள் கிடைமட்ட அச்சுகளில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி பொருத்தமான அளவில் குறிப்பிடப்படுகின்றன.

மாணவர்களின் எண்ணிக்கை செங்குத்து அச்சுகளில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி பொருத்தமான அளவில் குறிப்பிடப்படுகிறது.

இப்போது வர்க்க அளவிற்கு சமமான அகலங்களின் செவ்வக பார்கள் மற்றும் வர்க்க இடைவெளியின் அதிர்வெண்ணுடன் தொடர்புடைய பட்டிகளின் நீளம் வரையப்படுகிறது.

கொடுக்கப்பட்ட தரவை ABCDEF அதிர்வெண் பலகோண வடிவில் வரைபடமாகக் குறிக்கிறது:



பட்டை வரைபடங்களை வரையாமல் அதிர்வெண் பலகோணங்களையும் சுயாதீனமாக வரையலாம். இதற்காக, வகுப்பு மதிப்பெண்கள் எனப்படும் வர்க்க இடைவெளிகளின் நடுப்பகுதிகள் புள்ளிகளைத் திட்டமிட பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

$$Class\ Mark = \frac{Upper\ Limit + Lower\ Limit}{2}$$

2.4.3 அதிர்வெண் வளைவு

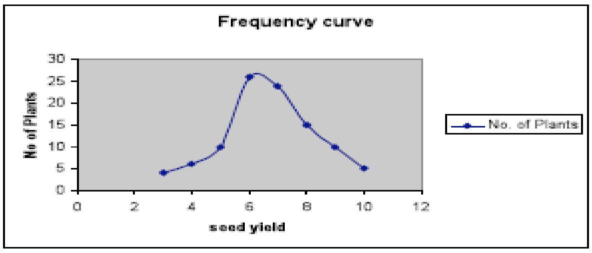
ஒரு வரைபடத்தின் செவ்வகங்களின் மேல் எல்லைகளின் நடுத்தர புள்ளி ஒரு மென்மையான நேரடியான வளைவு மூலம் சரிசெய்யப்பட்டால், அந்த வரைபடம் அதிர்வெண் வளைவு என்று அழைக்கப்படுகிறது. வளைவு அடிப்படைக் கோட்டில் தொடங்கி முடிவடைய வேண்டும்.

உதாரணமாக:-

பின்வரும் தரவுக்கு அதிர்வெண் வளைவை வரையவும்

விதை மகசூல் (கிராம்)	எண் தாவரங்கள்
2.5-3.5	4
3.5-4.5	6
4.5-5.5	10
5.5-6.5	26
6.5-7.5	24
7.5-8.5	15
8.5-9.5	10
9.5-10.5	5

தீர்வு:



2.4.4 கூர்முனை வளைவு

ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் ஒவ்வொரு வகுப்பின் ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்ணையும் தருகிறது. ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்களைத் திட்டமிடுவதன் மூலம் பெறப்பட்ட வளைவு அட்டவணை ஒரு ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் வளைவு அல்லது ஒரு கூர்முனை வளைவு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

இரண்டு வகையான கூர்முனை வளைவு உள்ளன: அதாவது

1. 'கூர்முனை வளைவு I விடக் குறைவானது'
2. 'கூர்முனை வளைவு I விட அதிகமானது'.

கூர்முனை வளைவு முறையை விட குறைவாக, வகுப்புகளின் மேல் வரம்புகளுடன் தொடங்கி அதிர்வெண்களைச் சேர்ப்போம். இந்த அதிர்வெண்கள் திட்டமிடப்படும்போது, உயரும் வளைவைப் பெறுகிறோம். ஆகிவ் முறையை விட, வகுப்புகளின் குறைந்த வரம்புகளிலிருந்து தொடங்குகிறோம், மொத்த அதிர்வெண்களிலிருந்து ஒவ்வொரு வகுப்பினதும் அதிர்வெண்ணைக் கழிக்கிறோம். இந்த அதிர்வெண்கள் திட்டமிடப்படும்போது குறைந்து வரும் வளைவைப் பெறுகிறோம்.

உதாரணமாக:-

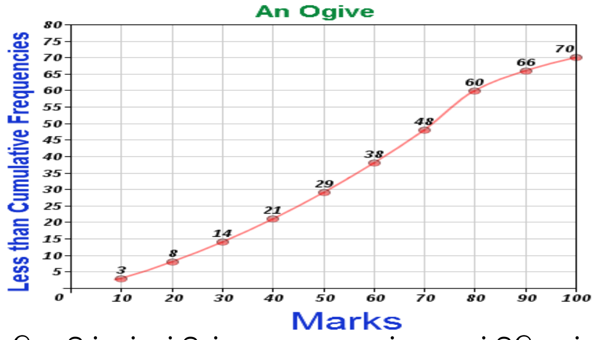
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு, ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் அட்டவணையை விடக் குறைவாக கட்டமைத்து அதன் கூர்முனை வளைவைக் குறிக்கவும்.

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
அதிர்வெண்	3	5	6	7	8	9	10	12	6	4

தீர்வு:

மதிப்பெண்கள்	அதிர்வெண்	ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்ணை விட குறைவாக
0-10	3	3
10-20	5	8
20-30	6	14
30-40	7	21
40-50	8	29
50-60	9	38
60-70	10	48
70-80	12	60
80-90	6	66
90-100	4	70

அப்சிஸ்ஸாவைக் கொண்ட புள்ளிகளை மேல் வரம்புகளாகத் திட்டமிடுங்கள் மற்றும் ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்கள் (10, 3), (20, 8), (30, 14), (40, 21), (50, 29), (60,38), (70, 48), (80, 60), (90, 66), (100, 70) மற்றும் மென்மையான வளைவின் மூலம் புள்ளிகளில் சேருங்கள்.



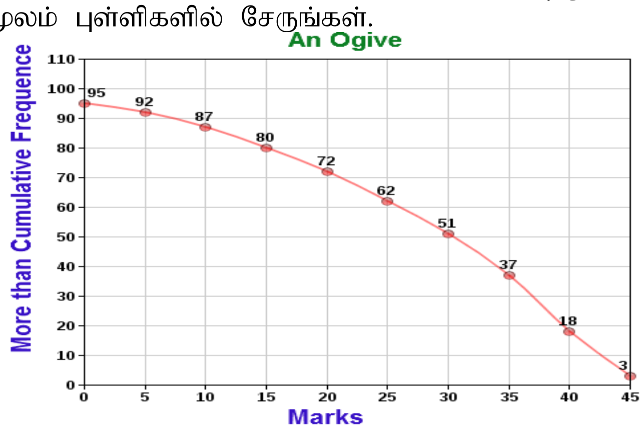
உதாரணமாக:-கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கு, ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் அட்டவணையை விட அதிகமானவற்றை உருவாக்கி, அதன் கூர்முனை வளைவைக் குறிக்கவும்.

மதிப்பெண்கள்	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
அதிர்வெண	3	5	7	8	10	11	14	19	15	13

தீர்வு:

மதிப்பெண்கள்	அதிர்வெண	ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்ணை விட அதிகம்
0 - 5	3	95
5 - 10	5	95 - 3 = 92
10 -15	7	92 - 5 = 87
15 - 20	8	87 - 7 = 80
20 - 25	10	80 - 8 = 72
25 - 30	11	72 - 10 = 62
30 - 35	14	62 - 11 = 51
35 - 40	19	51 - 14 = 37
40 - 45	15	37 - 19 = 18
45 - 50	13	18 - 15 = 3

வரைபடத்தில், புள்ளிகள் (0, 95), (5, 92), (10, 87), (15, 80), (20, 72), (25, 62), (30, 51), (35, 37), (40, 18), (45, 3) மற்றும் மென்மையான வளைவின் மூலம் புள்ளிகளில் சேருங்கள்.



உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 2

7. பின்வரும் அறிக்கை உண்மையா பொய்யா என்பதைக் குறிப்பிடவும்

- கூர்முனை வளைவு முறைக்குக் குறைவாக, வகுப்புகளின் மேல் வரம்புகளுடன் தொடங்கி அதிர்வெண்களைச் சேர்ப்போம்.
- செவ்வகங்களின் மேல் கிடைமட்ட பக்கங்களின் நடுப்பகுதிகளை ஒரு வரைபடத்தில் குறி வைத்து அவற்றை ஒரு நேர் கோட்டில் இணைத்தால், அவ்வாறு உருவாகும் உருவம் அதிர்வெண் வளைவு என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- வரைபடத்திலிருந்து தரவின் செய்தியை ஒரு சாதாரண மனிதனால் புரிந்து கொள்ள முடியாது.
- பட்டை வரைபடங்களை வரையாமல் அதிர்வெண் பலகோணங்களையும் சுயாதீனமாக வரையலாம்

குறிப்பு

2.5 சுருக்கம்

- தரவு ஒடுக்கம் என்பது தரவைக் குறைப்பதாகும், அதாவது தரவை எளிதில் புரிந்துகொள்வதற்கும் விளக்குவதற்கும் ஒழுங்கமைப்பதாகும். மூல தரவு என்பது ஒழுங்கற்ற அந்த தரவைக் குறிக்கிறது. மேலதிக பயன்பாட்டிற்காக செயலாக்கப்படாத தரவு இவை.
- பண்புக்கூறுகள் எண்களை மையமாகக் கொண்ட தரவு. அவை பொதுவாக தரவை வரையறுக்கும் ஒன்று. மாறி என்பது அந்தத் தரவைக் குறிக்கிறது, இது தரவைப் பற்றிய இன்னும் தெளிவான தகவல்களைத் தருகிறது மற்றும் கணக்கீட்டை உள்ளடக்கியது.
- ஒரு வரைபடம் என்பது புள்ளிவிவர தரவை வழங்குவதற்கான ஒரு காட்சி வடிவம். வரைபடங்கள் வெவ்வேறு வகைகளாக இருக்கின்றன, அவை பார்கள், வட்டங்கள், வரைபடங்கள், உருவப்படம் மற்றும் வரைபடங்கள். அவை மேலும் வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன
- ஒரு பரிமாண வரைபடங்கள், இரு பரிமாண வரைபடங்கள், முப்பரிமாண வரைபடங்கள், உருவப்படங்கள் மற்றும் வரைபடங்கள்.
- ஒரு வரைபடம் என்பது புள்ளிவிவர தரவின் விளக்கக்காட்சியின் காட்சி வடிவம். உருவ அட்டவணையை விட ஒரு வரைபடம் மிகவும் கவர்ச்சியானது. . வரைபடங்களின் மிக முக்கியமான வகைகள் ஹிஸ்டோகிராம், அதிர்வெண் பலகோணம், அதிர்வெண் வளைவு மற்றும் ஆகிவ்.

2.6 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்கள்

1. மூல தரவு என்பது ஒழுங்கற்ற அந்த தரவைக் குறிக்கிறது. மேலதிக பயன்பாட்டிற்காக செயலாக்கப்படாத தரவு இவை.

2. எடுத்துக்காட்டாக, இயந்திரங்களின் பண்புக்கூறுகளுக்கு ஒரு குறைபாடுள்ள இயந்திரத்தைக் கண்டுபிடிக்கும் போது, இயந்திரங்கள் குறைபாடுள்ளதா இல்லையா என்பதை அடையாளம் காண எங்களுக்கு உதவும், ஆனால் மாறிகள் குறைபாட்டின் அளவை அறிய உதவும், அதாவது 20மூ குறைபாடு அல்லது 10மூ குறைபாடு போன்றவை. .

3.கோணம்=(உண்மையான மதிப்பு/உண்மையான மதிப்பின் மொத்தம்) x 360 °

4. இங்கே ஒரு எளிய பார் விளக்கப்படம் முதலில் கூறுகளின் நீளத்திற்கு விகிதாச்சாரமாக வரையப்பட்டுள்ளது, பின்னர் அது துணைப் பகுதிகளுக்கு விகிதாசார விகிதத்தின் நீள பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது, மேலும் ஒவ்வொரு பகுதிக்கும் வெவ்வேறு நிறம் அல்லது நிழல் கொடுக்கப்படுகிறது.

5. இரு பரிமாண விளக்கப்படங்களில், விளக்கப்படங்களின் பகுதிகள் அளவைக் குறிக்கப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

6. வரையவும் படிக்கவும் மிகவும் எளிது.

இது ஒரு வரைபடத்தின் ஒரே வடிவமாகும், இது ஒரு காகிதத்தில் அதிக எண்ணிக்கையிலான தரவைக் குறிக்கும்.

7. a) உண்மை b) பொய் c) பொய் d) உண்மை

2.7 முக்கிய சொற்கள்

மூல தரவு, பண்புக்கூறுகள், மாறிகள், வரைபடம், ஒரு பரிமாண விளக்கப்படங்கள், இரு பரிமாண விளக்கப்படங்கள், முப்பரிமாண விளக்கப்படங்கள், வரைபடங்கள் மற்றும் எளிய பட்டி விளக்கப்படங்கள், பிரிக்கப்பட்ட பட்டி விளக்கப்படங்கள், சதவீத பட்டி விளக்கப்படங்கள், பல பட்டி விளக்கப்படங்கள், விலகல் பட்டை விளக்கப்படங்கள், ஹிஸ்டோகிராம், அதிர்வெண் பலகோணம், அதிர்வெண் வளைவு, மற்றும் கூர்முனை வளைவு.

2.8 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில்கள்

1) மாறிகள் மற்றும் பண்புகளில் சிறு குறிப்புகளை எழுதுங்கள்.

2) ஒரு விளக்கப்படத்தின் சிறப்புகள் மற்றும் குறைபாடுகளைக் குறிப்பிடுங்கள்

3) ஒரு பரிமாண விளக்கப்படங்கள் மற்றும் அவற்றின் வகைப்பாடு பற்றி விளக்குங்கள்

4) வட்ட விளக்கப்படத்தை எவ்வாறு வரையலாம் என்பதை விவரிக்கவும்

5) கூர்முனை வளைவு பற்றிய விரிவான கணக்கைக் கொடுங்கள்.

6) பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து ஒரு பட்டை வரைபடத்தை வரையவும்

பொருள்	ஆங்கிலம்	தமிழ்	கணிதம்	அறிவியல்	சமூக அறிவியல்
மதிப்பெண்கள்	76	58	98	86	77

நீண்ட விடை கேள்விகள்

1) பின்வரும் தகவல்களிலிருந்து, கூர்முனை வளைவை விடக் குறைவாகவும் அதிகமாகவும் வரையவும்

மதிப்பெண்கள்	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
அதிர்வெண	6	9	5	3	8	6	14	10	7	3

2) பின்வரும் தரவிலிருந்து, ஒரு அதிர்வெண் பலகோணம் மற்றும் அதிர்வெண் வளைவை வரையவும்.

மதிப்பெண்கள்	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
அதிர்வெண	6	10	14	16	20	22	28	38	30	26

3) வரைபடங்கள் மற்றும் அவற்றின் வகைப்பாடு பற்றி விரிவாக விளக்குங்கள்

4) பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து ஒரு வரைபடத்தை உருவாக்குங்கள்

மதிப்பெண	அலைவெண்
0-10	5
10-20	10
20-30	20
30-40	15
40-50	10

2.9 மேலும் படிக்க

1. Business Statistics by Shenoy and Shenoy.
2. Statistical Methods by S.P. Gupta.
3. Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda.

குறிப்பு

அலகு 3- மையப் போக்கு அளவைகள்

அமைப்பு

3.0 அறிமுகம்

கொடுக்கப்பட்ட தரவின் மைய மதிப்பை சித்தரிக்கும் தரவைச் சுருக்கமாகக் கூறும் புள்ளிவிவரக் கருவி மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகள். இந்த நடவடிக்கைகள் பெரும்பாலான மதிப்புகள் எங்கு விழுகின்றன என்பதை அடையாளம் காண எங்களுக்கு உதவுகின்றன. மையப் போக்கின் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் மூன்று நடவடிக்கைகள் சராசரி, சராசரி மற்றும் பயன்முறை. இந்த அலகு நீங்கள் அவற்றைப் பற்றி விரிவாக அறிந்து கொள்வீர்கள், மேலும் வேறு சில பகிர்வு மதிப்புகளைப் பற்றியும் அறிந்து கொள்வீர்கள்.

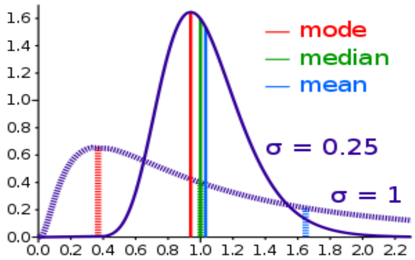
3.1 நோக்கங்கள்

இந்த அலகு இருந்து நீங்கள்

- மையப் போக்கு அளவைகள் பற்றி அறியலாம்.
- சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடுயை கணக்கிடுவதற்கான பல்வேறு முறைகள் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.
- பகிர்வு மதிப்புகளைப் பற்றி தெரிந்து கொள்ளலாம்.

3.2 மையப் போக்கு அளவைகள்

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்பில் பணிபுரியும் போது, அந்த தொகுப்பில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளையும் நினைவில் வைத்துக் கொள்ள முடியாது. ஆனால் எங்களுக்கு வழங்கப்பட்ட தரவின் அனுமானம் எங்களுக்குத் தேவை. இந்த சிக்கல் சராசரி, இடைநிலை மற்றும் முகடுகளால் தீர்க்கப்படுகிறது. இவை மையப் போக்கு அளவீடுகள் என அழைக்கப்படுகின்றன, அவை தரவின் அனைத்து மதிப்புகளையும் குறிக்கின்றன. இதன் விளைவாக, அனைத்து மதிப்புகளின் மதிப்பீட்டையும் மதிப்பீட்டையும் வரைய அவை நமக்கு உதவுகின்றன. அவை புள்ளிவிவர சராசரி என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன. அவற்றின் எளிய செயல்பாடு ஒரு குறிப்பிட்ட தரவுகளின் தொகுப்பில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளையும் கணித ரீதியாக பிரதிநிதித்துவப்படுத்துவதாகும். எனவே, இந்த பிரதிநிதித்துவம் அனைத்து மதிப்புகளின் பொதுவான போக்கு மற்றும் சாய்வைக் காட்டுகிறது.



குறிப்பு

சராசரி அனைத்து தனிப்பட்ட தரவையும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் எளிய வழியை வழங்குகிறது. தரவுகளின் வெவ்வேறு குழுக்களின் ஒப்பீட்டிலும் இது உதவுகிறது. இது தவிர, பொருளாதார அடிப்படையில் ஒரு பொருளாதாரம் ஒரு திசையை நோக்கி செல்லும் திசையை குறிக்கும். எனவே, கொள்கைகளை வகுப்பதற்கும் சிறந்த பொருளாதாரத்திற்கான சீர்திருத்தத்தைக் கொண்டுவருவதற்கும் இது எளிதாகப் பயன்படுத்தப்படலாம்.

3.3 சராசரி

3.3.1 கூட்டுச் சராசரி அல்லது சராசரி (Arithmetic Mean)

தொடர் எண்களின் எண்கணித சராசரி என்பது தொடரின் மொத்த அவதானிப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கப்பட்டுள்ள அனைத்து அவதானிப்புகளின் கூட்டுத்தொகையாகும்.

உதாரணமாக:வெவ்வேறு உயரங்களுடன் இரண்டு சகோதரர்கள் உள்ளனர். தம்பியின் உயரம் 138 செ.மீ மற்றும் மூத்த சகோதரரின் உயரம் 154 செ.மீ. இரண்டு சகோதரரின் சராசரி உயரம் மொத்த உயரம் இரண்டு சம பாகங்களாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது,

(138 + 154) ÷ 2 = 292 ÷ 2 = 146 செ.மீ.

எனவே 146 செ.மீ என்பது சகோதரர்களின் சராசரி உயரம். இங்கே 154 > 146 > 138. சராசரி மதிப்பு குறைந்தபட்ச மதிப்புக்கும் அதிகபட்ச மதிப்புக்கும் இடையில் உள்ளது.

இவ்வாறு x1,x2, ..., xn என்பது ெ அவதானிப்புகளின் மதிப்புகளைக் குறிக்கும் என்றால், அவதானிப்புகளுக்கான கூட்டுச் சராசரி (A.M.): (நேரடி முறை)

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

எண்கணித சராசரியைக் கணக்கிடுவதற்கு இரண்டு முறைகள் உள்ளன: (i) நேரடி முறை (ii) குறுக்கு வெட்டு முறை.

நேரடி முறை:

உதாரணமாக:

17,1 9, 22, 25, 15, 40, 21 ஆகிய 7 வெவ்வேறு நாட்களில் இருந்து கல்லூரி நூலகத்தில் வெளியிடப்பட்ட புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையை பின்வரும் தரவு குறிக்கிறது.

தீர்வு:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\overline{x} = \frac{20 + 39 + 22 + 25 + 45 + 40 + 54}{7} = \frac{245}{7} = 35$$

எனவே புத்தகங்களின் எண்ணிக்கையின் சராசரி 35 ஆகும்

மறைமுக முறை:

இந்த முறையில் தனிப்பட்ட மதிப்புகளிலிருந்து விலகல்களை (d_i) கணக்கிடுவதற்கான அடிப்படையாக கருதப்படும் சராசரி அல்லது தன்னிச்சையான மதிப்பு (A) பயன்படுத்தப்படுகிறது. $d_i = xi – A$ என்றால்,

$$\overline{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

குறிப்பு

உதாரணமாக:

5 பாடங்களில் ஒரு மாணவரின் மதிப்பெண்கள் 95, 78, 88, 72,99. அவரது மதிப்பெண்களின் சராசரியைக் கண்டறியவும்.

A = 88 என்று கருதப்படும் சராசரியை எடுத்துக் கொள்வோம்

x_i	$d_i = x_i - 88$
95	7
78	10
88	0
72	-16
99	10
மொத்தம்	11

தீர்வு:

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

$$= 88 + \frac{11}{5} = 88 + 5.5 = 93.5$$

சராசரி மதிப்பெண்களின் எண்கணித சராசரி 93.5 ஆகும்

தனித்தனி தொகுக்கப்பட்ட தரவு

x1> x2> ...> xn என்பது தொடர்புடைய அதிர்வெண்களான f1> f2>…> fn உடன் தனித்துவமான மதிப்புகள் என்றால்.

தனித்துவமான தொகுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான சராசரி (நேரடி முறை) என வரையறுக்கப்படுகிறது

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}$$

குறுக்கு வெட்டு முறையில் சூத்திரம் இவ்வாறு மாற்றப்பட்டுள்ளது

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i d_i}{N} \quad \text{where} \quad d_i = x_i - A$$

உதாரணமாக:

பின்வரும் அதிர்வெண் விநியோகத்தின் அடிப்படையில், எண்கணித சராசரியைக் கணக்கிடுங்கள்

மதிப்பெண்கள்	64	63	62	61	60	59
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	18	12	9	7	6

தீர்வு:

x_i	f_i	$f_i x_i$	$d_i = x_i - A$ (A=62)	$f_i d_i$
64	8	512	2	16
63	18	1134	1	18
62	12	744	0	0
61	9	549	-1	-9
60	7	420	-2	-14
59	6	354	-3	-18
	60	3713		-7

நேரடி முறை

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}$$

$\bar{x}$ = 3713 / 60 = 61.88

குறுக்கு வெட்டு முறை

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i d_i}{N}$$

இங்கே A = 62

$\bar{x} = 62 - \frac{7}{60} = 61.88$

மதிப்பெண் சராசரி 61.88

தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட தரவுகளின் சராசரி:

நேரடி முறை

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}, \quad x_i \text{ is the midpoint of the class interval}$$

குறுக்கு வெட்டு முறை

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i d_i}{N} \times C$$

$$d = \frac{x_i - A}{c}$$

எங்கே A - எந்த தன்னிச்சையான மதிப்பு

c - வகுப்பு இடைவெளியின் அகலம்

xi - வர்க்க இடைவெளியின் நடுப்பகுதி

குறிப்பு

உதாரணமாக:

அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட தக்காளியின் விளைச்சலின் அதிர்வெண் விநியோகத்திற்கு ஒரு சதித்திட்டத்தின் சராசரி மகசூலைக் கணக்கிடுங்கள்.

மகசூல் (கிலோவில்)	64-84	84-104	104-124	124-144
அடுக்குகளின் எண்ணிக்கை	3	5	7	20

மகசூல்(in Kg)	அடுக்குகளின் எண்ணிக்கை (f_i)	Mid x_i	$f_i x_i$	$d = (x_i - A) / c$	$f_i d_i$
64 - 84	3	74	222	-1	-3
84 - 104	5	94	470	0	0
104 – 124	7	114	798	1	7
124 – 144	20	134	2680	2	40
	35		**4170**		**44**

நேரடி முறை:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N},$$

$\bar{x}$ = 4170 / 35 = 119.143

குறுக்கு வெட்டு முறை

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i d_i}{N} \times C$$

$$\bar{x} = 94 + \frac{44}{35} \times c = 119.143$$

3.3.2 நிறையிட்ட கூட்டுச் சராசரி

எளிய சராசரியைக் கணக்கிடுவதற்கு, விநியோகத்தில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகள் அல்லது பொருட்களின் அளவுகள் சமமான முக்கியத்துவத்தைக் கொண்டுள்ளன. ஆனால் நடைமுறை வாழ்க்கையில் இது அவ்வாறு இருக்கக்கூடாது, சில உருப்படிகள் மற்றவர்களை விட முக்கியமானவை என்றால், ஒரு எளிய சராசரி கணக்கிடப்படுவது விநியோகத்தின் பிரதிநிதி அல்ல. பல்வேறு பொருட்களுக்கு சரியான நிறை வழங்கப்பட வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு மாணவர் ஒரு பாடத்திட்டத்தில் தங்கள் சதவீத தரத்தைக் கணக்கிடுவதற்காக ஒரு எடையைப் பயன்படுத்தலாம், இதில் மாணவர் பாடநெறியில் உள்ள அனைத்து மதிப்பீட்டு பொருட்களின் எடையும் (எ.கா.: பணி, தேர்வுகள், திட்டங்கள் போன்றவை) அந்தந்த தரத்தால் பெருக்கப்படுவார். ஒவ்வொரு வகைகளிலும் பெறப்பட்டது

நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரியானது, மதிப்புகள் அதன் எடைகளால் பெருக்கப்பட்டு, பெருக்கி வரும் கூடுதலை எடைகளின் மொத்த கூடுதலால் வகுத்து கிடைப்பது ஆகும்.

x1, x2 ...... xn என்ற மதிப்புகளுக்கு கொடுக்கப்படும் நிறைகள் முறையே w1, w2 ...... wn எனில் அம்மதிப்புகளின் நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரி,

$$\bar{x}_{w}= \frac{w_1\ x_1\ +\ \ w_2\ x_2 +\ \ldots\ldots\ldots w_n\ x_n}{w_1\ +\ w_2\ +\ w_{3+\cdots\ldots\ldots\ldots+}w_1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i\ x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$$

உதாரணமாக:

ஒரு மாணவர் முறையே கணித, புள்ளிவிவரம், இயற்பியல், வேதியியல் மற்றும் உயிரியலில் 40,50,60,80, மற்றும் 45 மதிப்பெண்களைப் பெற்றார். மேலே குறிப்பிடப்பட்ட பாடங்களுக்கு முறையே 5,2,4,3, மற்றும் 1 எடைகளைக் கருதி, ஒரு பாடத்திற்கு நிறையிட்ட கூட்டுச்சராசரியைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

கூறுகள்	மதிப்பெண்கள் (x_i)	w_i	$w_i\ x_i$
கணிதம்	40	5	200
புள்ளியியல்	50	2	100
இயர்பியல்	60	4	240
வேதியியல்	80	3	240
உயிரியல்	45	1	45
மொத்தம்		15	825

நிறையிட்ட சராசரி:

$$\overline{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

= 825 / 15 = 55 marks / subject

ஒருங்கிணைந்த சராசரி:

எண்கணித சராசரிகளிலும், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தொடர்புடைய குழுக்களில் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையும் அறியப்பட்டால், முழுக் குழுவின் ஒருங்கிணைந்த அல்லது கலப்பு சராசரியைப் பெறலாம்

$$\bar{x}_{12} = \frac{n_1 \overline{x1} + n_2 \overline{x2}}{n_1 + n_2}$$

ஒருங்கிணைந்த எண்கணித சராசரியின் நன்மை என்னவென்றால், அசல் தரவுக்குத் திரும்பிச் செல்லாமல் ஒருங்கிணைந்த தரவின் எல்லா சராசரிகளையும் நாம் தீர்மானிக்க முடியும்.

உதாரணமாக:

22 உருப்படிகளின் மாதிரி அளவு 15 சராசரி மற்றும் 18 உருப்படிகளின் மற்றொரு மாதிரி அளவு 20 சராசரியைக் கொண்டிருந்தால். ஒருங்கிணைந்த மாதிரியின் சராசரியைக் கண்டுபிடிக்கவா?

தீர்வு:

$$\bar{x}_{12} = \frac{n_1\overline{x_1} + n_2\overline{x_2}}{n_1 + n_2}$$

$$= \frac{22 \text{ x } 15 + 18 \text{ x } 20}{22 + 18}$$

$$= \frac{330 + 360}{40} = \frac{690}{40} = 172.5$$

AM இன் சிறப்புகள்

1. இதை எளிதாக கணக்கிட முடியும், மேலும் புரிந்து கொள்ளவும் எளிதானது.
2. ஏற்ற இறக்கத்தைக் குறைக்கலாம்
3. இது இடைநிலை மற்றும் முகடு போன்ற புள்ளிவிவர மதிப்பீட்டிற்கு மேலும் பயன்படுத்தப்படலாம்.
4. இந்த முறை கடுமையாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது, எனவே ஒப்பிட்டுப் பயன்படுத்தலாம்

AM இன் குறைபாடுகள்

1. இதை ஒரு வரைபடத்தில் திட்டமிட முடியாது.
2. இது தரமான தரவுகளில் பொருந்தாது.
3. வகுப்பு இடைவெளிகளில் திறந்த முனைகள் இருந்தால் யுஆ ஐ கணக்கிட முடியாது.
4. இது தீவிர அவதானிப்புகளால் அதிகம் பாதிக்கப்படுகிறது.

3.3.2 பெருக்குச்சராசரி (Geometric Mean)

ஒரு பெருக்குச்சராசரி என்பது ஒரு சராசரி, இது அவற்றின் மதிப்புகளின் உற்பத்தியைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் எண்களின் தொகுப்பின் மையப் போக்கைக் காட்டுகிறது.

இரண்டு எண்களின் பெருக்குச்சராசரி, x என்று சொல்லுங்கள், மற்றும் y என்பது அவர்களின் தயாரிப்பு x × y இன் சதுர மூலமாகும். மூன்று எண்களுக்கு, இது அவர்களின் தயாரிப்புகளின் கன மூலமாக இருக்கும், அதாவது, (x y z) 1⁄3.

அவதானிப்புகளைக் கொண்ட ஒரு தொடரின் வடிவியல் சராசரி என்பது மதிப்புகளின் உற்பத்தியின் வது வேர் ஆகும். X1> x2> …… xn என்றால் அவதானிப்புகள்.

$$\text{G. M.} = \sqrt[n]{x_1, x_2 ... x_n}$$

மையப் போக்கு அளவைகள்

குறிப்பு

$$= (x_1 . x_2 ... x_n)^{\frac{1}{n}}$$

$$\log G.M. = \log (x_1 . x_2 . . . x_n)$$

$$= (\log x_1 + \log x_2 + . . . + \log x_n)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n}$$

$$G.M. = \text{Antilog} \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n}$$

உதாரணமாக:

ஆண்டுக்கு 100 கிலோவிற்கு வெங்காயத்தின் விலை 180, 250, 490, 1400 மற்றும் 1050 இன் பின்வரும் வளர்ச்சியின் பெருக்குச்சராசரியைக் கணக்கிடுங்கள்

x	180	250	490	1400	1050	**Total**
log x	2.2553	2.3979	2.6902	3.1461	3.0212	**13.5107**

தீர்வு:

$$G.M. = \text{Antilog} \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n}$$

$$= \text{Antilog} \frac{13.5107}{5}$$

$$= \text{Antilog } 2.7021 \quad = 503.6$$

வெங்காய வீதத்தின் பெருக்குச்சராசரி 503.6 ஆகும்

உதாரணமாக:

மாணவர்களின் மதிப்பெண்களின் பின்வரும் விநியோகத்திற்கான பெருக்குச்சராசரியைக் கண்டறியவும்:

Marks	0 – 30	30 – 50	50 – 80	80 - 100
No . of students	20	30	40	10

தீர்வு:

Marks	No of students f	Mid points x	f log x
0 – 30	20	15	20 (log 15) = 20(1.1761) = 23.5218
30 – 50	30	40	30 (log 40) = 30 (1.6020)= 48.0168
50 – 80	40	65	40 (log 65) = 20(1.8129)= 72.5165
80 - 100	10	90	10 (log 90)= 20(1.9542) = 19.5424
Total	**100**		**163.6425**

$$G.M. = \text{Antilog} \frac{\sum_{i=1}^{n} \log x_i}{n}$$

$$= \text{Antilog} \frac{163.6425}{100}$$

$$= \text{Antilog } 1.6364 \quad = 503.6$$

வெங்காய வீதத்தின் பெருக்குச்சராசரி 43.29 ஆகும்

பெருக்குச்சராசரியின் நன்மைகள்:

1. இது கண்டிப்பாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது
2. இது அனைத்து பொருட்களையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது.
3. சராசரி விகிதம், விகிதங்கள் மற்றும் சதவீதங்களுக்கு இது மிகவும் பொருத்தமானது
4. இது மேலும் கணித சிகிச்சைக்கு திறன் கொண்டது.

5. AM போலன்றி, தீவிர மதிப்புகள் இருப்பதால் இது அதிகம் பாதிக்கப்படுவதில்லை

பெருக்குச்சராசரியின் குறைபாடுகள்:

1. மதிப்புகள் எதிர்மறையாக இருக்கும்போது அல்லது அவதானிப்புகள் ஏதேனும் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும்போது இதைப் பயன்படுத்த முடியாது
2. குறிப்பாக உருப்படிகள் மிகப் பெரியதாக இருக்கும்போது அல்லது அதிர்வெண் விநியோகம் இருக்கும்போது கணக்கிடுவது கடினம்
3. இது மாற்றத்தின் விகிதத்தின் சொத்தை வெளிப்படுத்துகிறது, ஆனால் எண்கணித சராசரியில் உள்ள மாற்றத்தின் முழுமையான வேறுபாடு அல்ல
4. GM தொடரின் உண்மையான மதிப்பாக இருக்கக்கூடாது

3.3.3 இசைச்சராசரி (Harmonic Mean)

ஒரு மாறியின் மதிப்புகளின் தலைகீழிகளின் சராசரியின் தலைகீழ் அதன் இசைச்சராசரி எனப்படும்.. X என்ற மாறியின் n மதிப்புகள் X1, X2 .... Xn எனில்

விகிதங்களின் சராசரியில் ஒரு இசைச்சராசரி பயன்படுத்தப்படுகிறது. விகிதங்களின் மிகவும் பொதுவான எடுத்துக்காட்டுகள் வேகம் மற்றும் நேரம், பொருள் மற்றும் பொருள், வேலை மற்றும் நேரம் ஆகியவற்றின் அலகு. N மாறியின் இசைச்சராசரி (H.M.)

எச்.எம் தொகுக்கப்படாத தரவுகளுக்கு

$$\text{H. M.} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)}$$

உதாரணமாக:

13.5, 14.5, 14.8, 15.2 மற்றும் 16.1 எண்களின் இசைச்சராசரியைக் கணக்கிடுங்கள்

தீர்வு:

இசைச்சராசரி கீழே கணக்கிடப்படுகிறது:

X	1 / x
13.2	0.0758
14.2	0.0704
14.8	0.0676
15.2	0.0658
16.1	0.0621
Total	**0.3417**

$$\text{H. M.} = \frac{n}{\Sigma\left(\frac{1}{x_i}\right)}$$

$$= \frac{5}{0.3417} = 14.63$$

H .M தனித்தனி தொகுக்கப்பட்ட தரவு:

அதிர்வெண் விநியோகத்திற்கு

$$\text{H. M.} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} f_i\left(\frac{1}{x_i}\right)}$$

உதாரணமாக:

ஒரு குறிப்பிட்ட கல்லூரியின் முதல் ஆண்டு மாணவர்களின் அதிர்வெண் விநியோகம், இசைச்சராசரியைக் கணக்கிடுங்கள்

Age (years)	17	18	19	20	21
Number of students	2	5	13	7	3

குறிப்பு

தீர்வு:

Age (years) x	Number of students f	f / x
17	2	0.1176
18	5	0.2778
19	13	0.6842
20	7	0.3500
21	3	0.1429
Total	**30**	**1.5725**

$$\text{H. M.} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{n} f_i\left(\frac{1}{x_i}\right)}$$

$$= 30 / 1.5725 = 19.0779 \approx 19 \text{ years}$$

H.M இன் சிறப்புகள்:

1. இது கண்டிப்பாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது
2. இது அனைத்து அவதானிப்புகளிலும் வரையறுக்கப்படுகிறது.
3. மேலும் இயற்கணித செயல்களுக்கு இது ஏற்றது
4. சிறிய அவதானிப்புகளுக்கு அதிக எடையும் பெரிய அவதானிப்புகளுக்கு குறைந்த எடையும் கொடுக்க விரும்பும்போது இது மிகவும் பொருத்தமான சராசரி.

H.M இன் குறைபாடுகள்:

1. இது எளிதில் புரியவில்லை.
2. கணக்கிடுவது கடினம்.
3. இது ஒரு சுருக்கமான உருவம் மட்டுமே மற்றும் தொடரின் செயலாக இருக்கக்கூடாது.

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 1

1) மையப் போக்கின் 3 நடவடிக்கைகள் என்ன?
2) நேரடி முறையின் கீழ் எண்கணித சராசரிக்கான சூத்திரம் என்ன?
3) பெருக்குச்சராசரியின் 2 தகுதிகளைக் குறிப்பிடுங்கள்
4) இசைச்சராசரி என்றால் என்ன?

3.4 மீடியன்

உங்கள் வகுப்பறையில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை, உங்கள் பெற்றோர் சம்பாதிக்கும் பணம், உங்கள் நகரத்தின் வெப்பநிலை அனைத்தும் முக்கியமான எண்கள். ஆனால் உங்கள் பள்ளியில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை அல்லது உங்கள் முழு நகரத்தின் குடிமகன் சம்பாதித்த தொகை பற்றிய தகவல்களை எவ்வாறு பெறுவது?

இடைநிலை என்பது மாறியின் மதிப்பு, இது குழுவை இரண்டு சம பாகங்களாக பிரிக்கிறது, ஒரு பகுதி அனைத்து மதிப்புகளையும் உள்ளடக்கியது, மற்றொன்று எல்லா மதிப்புகளையும் சராசரியை விட குறைவாக உள்ளது.

தொகுக்கப்படாத தரவு

கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை ஏறுவரிசை அல்லது இறங்கு வரிசையில் ஏற்பாடு செய்யுங்கள்.

மதிப்பின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படை என்றால், சராசரி என்பது நடுத்தர மதிப்பு.

எடுத்துக்காட்டாக, நம்மிடம் 12, 15, 21, 27, 35 மதிப்புகள் இருந்தால். எண்கள் ஒற்றைப்படை, பின்னர் சராசரியை 21 புள்ளியாக எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்.

ஒற்றைப்படை என்றால் சராசரி $= \frac{(n+1)^{th}}{2}$ வது சொல்

மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை சமமாக இருந்தால், சராசரி என்பது நடுத்தர இரண்டு மதிப்புகளின் சராசரி.

உதாரணமாக நம்மிடம் 12, 15, 21, 27, 35, 40 இருந்தால். எண்கள் கூட எண்களின் சராசரியை எடுத்துக்கொள்கின்றன,

சராசரி = சராசரி $\frac{(n)^{th}}{2}\, and\, \frac{(n+1)^{th}}{2}$ வது சொற்கள்

எனவே மேலே உள்ள எடுத்துக்காட்டில், 21 மற்றும் 27 இன் சராசரியை எடுத்து அதை 2 ஆல் வகுத்தால் அது உங்களுக்கு 24 தரும்.

குறிப்பு

உதாரணமாக:

ஒரு சிறிய நிறுவனத்தில் பணிபுரியும் 8 ஊழியர்களின் சம்பளம் கீழே பட்டியலிடப்பட்டுள்ளது. சராசரி சம்பளம் என்ன?

40,000 29,000 35.500 31,000 43,000 30,000 27,000 32,000

தீர்வு:

தரவை ஏறுவரிசையில் ஒழுங்கமைக்கவும்

27,000 29,000 30,000 31,000 32,000 35.500 40,000 43,000

தரவுத் தொகுப்பில் இன்னும் பல உருப்படிகள் இருப்பதால், இரண்டு நடுத்தர எண்களின் சராசரியை எடுத்துக்கொண்டு சராசரியைக் கணக்கிடுகிறோம்.

Mean $\left(\frac{(n)^{th}}{2}\, and\, \frac{(n+1)^{th}}{2}\right.$ terms $\left.\right) = \frac{4^{th} + 5^{th}\ item}{2}$

$= \frac{31{,}000 + 32{,}000}{2} = \frac{63{,}000}{2} = 31{,}500$

சராசரி சம்பளம் 31,500

எடுத்துக்காட்டு: 13

ஒரு விளையாட்டில் பின்வரும் புள்ளிகளின் சராசரியைக் கண்டறியவும்: 15, 14, 10, 8, 12, 8, 16

தீர்வு:

முதலில் மதிப்புகளை ஏறும் வரிசையில் 8, 8, 10, 12, 14, 15, 16 இல் ஏற்பாடு செய்யுங்கள்

புள்ளி மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை 7, ஒற்றைப்படை எண். எனவே, சராசரி என்பது நடுத்தர நிலையில் உள்ள மதிப்பு.

$$\text{Median} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th} \text{term}$$

$$= \left(\frac{7+1}{2}\right)^{th} \text{term} = 4^{th}$$

சராசரி 12 ஆகும்

தொகுக்கப்பட்ட தரவு:

தொகுக்கப்பட்ட விநியோகத்தில், மதிப்புகள் அதிர்வெண்களுடன் தொடர்புடையவை. தொகுத்தல் ஒரு தனி அதிர்வெண் விநியோகம் அல்லது தொடர்ச்சியான அதிர்வெண் விநியோகம் வடிவத்தில் இருக்கலாம். விநியோகம் எதுவாக இருந்தாலும், ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்களின் மொத்த பொருட்களின் எண்ணிக்கையை கணக்கிட வேண்டும்.

Self-Instructional Material

ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்: (cf)

ஒவ்வொரு வகுப்பினதும் ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் என்பது வகுப்பின் அதிர்வெண் மற்றும் பரவலான வகுப்புகளின் அதிர்வெண்களின் கூட்டுத்தொகை ஆகும்,

அதாவது அதிர்வெண்களை அடுத்தடுத்து சேர்ப்பது, இதனால் கடைசி ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் மொத்த பொருட்களின் எண்ணிக்கையை அளிக்கிறது.

அளவு குழுவாக மதிப்பிடப்பட்ட தனித்தனி மதிப்புகளின் தொகுப்பைப் பின்தொடரும்போது, கண்டுபிடிப்பதற்கு சூத்திரம் $\frac{(n+1)^{th}}{2}$வது உருப்படியைப் பயன்படுத்துகிறோம்

சராசரி. முதலில் நாம் ஒரு ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் விநியோகத்தை உருவாக்குகிறோம், மற்றும் சராசரி என்பது அந்த மதிப்பு

$\frac{(n+1)^{th}}{2}$) வது உருப்படி இருக்கும் ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்ணுடன் ஒத்துள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு: 14

வெவ்வேறு கிளைகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து பின்வரும் அதிர்வெண் விநியோகம் வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு கிளைக்கு இலைகளின் சராசரி எண்ணிக்கையைக் கணக்கிடுங்கள்.

மாணவர்கள் இல்லை	1	2	3	4	5	6	7
கிளைகளின் எண்ணிக்கை	2	11	15	20	25	18	10

தீர்வு:

No of Students x	No of Branches f	Cumulative Frequency cf
1	2	2
2	11	13
3	15	28
4	20	48
5	25	73
6	18	91
7	10	101
Total	**101**	

$$\text{Median} = \text{size of } \left(\frac{N+1}{2}\right)^{th} \text{ item}$$

$$= \text{size of } \left(\frac{101+1}{2}\right)^{th} \text{ item}$$

= 51 வது உருப்படி

சராசரி = 5 ஏனெனில் 51 வது உருப்படி 5 உடன் ஒத்துள்ளது

தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கான சராசரி

வழக்கில், வர்க்க இடைவெளி போன்றவற்றைக் கொண்ட அதிர்வெண் அட்டவணையின் வடிவத்தில் தரவு வழங்கப்படுகிறது, பின்னர் தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட தரவுகளில் சராசரியைக் கணக்கிட பின்வரும் சூத்திரம் பயன்படுத்தப்படுகிறது

$$\text{Median} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

எங்கே l = சராசரி வகுப்பின் கீழ் வரம்பு

m = சராசரிக்கு முந்தைய ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்

c = சராசரி வகுப்பின் அகலம்

f = சராசரி வகுப்பில் அதிர்வெண்

N = மொத்த அதிர்வெண்

உதாரணமாக:

பின்வரும் தரவிலிருந்து சராசரியைக் கணக்கிடுங்கள்

வகுப்புஇடைவெளி	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
அதிர்வெண	5	8	10	12	7	6	3	2

குறிப்பு

தீர்வு:

Class interval	Frequency f	True class interval	Cumulative frequency cf
0-4	5	0.5 - 4.5	5
5-9	8	4.5 - 9.5	13
10-14	10	9.5 - 14.5	23
15-19	12	14.5 - 19.5	35
20-24	7	19.5 - 24.5	42
25-29	6	24.5 - 29.5	48
30-34	3	29.5 - 34.5	51
35-39	2	34.5 - 39.5	53
	53		

$\frac{N}{2} = \frac{53}{2} = 26.5$

இங்கே ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் 26.5 ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ 14.5 ஆகும்

$$\text{Median} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

l = 14.5

N/2 = 26.5

m = 23

f = 12

$$= 14.5 + \frac{(26.5 - 23)}{12} \times 5 = 14.5 + 1.46 = 15.96$$

சராசரி நன்மைகள்:

1. மீடியன் தீவிர மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படுவதில்லை, ஏனெனில் அது ஒரு நிலை சராசரி.
2. திறந்த இறுதி இடைவெளிகளுடன் விநியோகிக்கப்பட்டால் சராசரி கணக்கிட முடியும்.
3. தரவு முழுமையடையாவிட்டாலும் மீடியன் அமைந்திருக்கும்.
4. திறன், நேர்மை போன்ற தரமான காரணிகளுக்காக கூட மீடியன் அமைந்திருக்கும்.

மீடியனின் குறைபாடுகள்:

குறிப்பு

1. தொடரில் ஒரு சிறிய மாற்றம் சராசரி மதிப்பில் கடுமையான மாற்றத்தைக் கொண்டு வரக்கூடும்
2. உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை அல்லது தொடர்ச்சியான தொடர்களில், சராசரி என்பது தொடரின் எந்த மதிப்பையும் தவிர வேறு மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்பு.
3. சராசரி விலகலில் அதன் பயன்பாட்டைத் தவிர மேலும் கணித சிகிச்சைக்கு பொருத்தமானதல்ல.
4. அனைத்து அவதானிப்புகளையும் கணக்கில் எடுத்துக்கொள்ளவில்லை.

3.5 முறை

பயன்முறை என்பது அடிக்கடி நிகழும் மதிப்புகள் அல்லது மதிப்பெண்கள். மீண்டும் மீண்டும் மதிப்புகள் நிறைய இருக்கும்போது பயன்முறை பயனுள்ளதாக இருக்கும். பயன்முறை, ஒரு முறை அல்லது பல முறைகள் இருக்க முடியாது.

மார்க்கெட்டிங் ஆய்வுகளில் அதன் முக்கியத்துவம் மிகச் சிறந்தது, அங்கு ஒரு மேலாளர் அளவைப் பற்றி அறிந்து கொள்வதில் ஆர்வம் காட்டுகிறார், இது பொருட்களின் அதிக செறிவுகளைக் கொண்டுள்ளது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு ஆர்டர் ∴பாட் ஷூக்கள் அல்லது ஆயத்த ஆடைகளை வைப்பதில் மாதிரி அளவு உதவுகிறது, ஏனெனில் அளவுகள் மற்றும் பிற அளவுகள் பொதுவான தேவையில் உள்ளன.

தொகுக்கப்படாத தரவு:

தொகுக்கப்படாத மதிப்புகள் அல்லது தொடர்ச்சியான தனிப்பட்ட கண்காணிப்பு பயன்முறையில் பெரும்பாலும் வெறும் ஆய்வு மூலம் காணப்படுகிறது

உதாரணமாக:

பின்வரும் மதிப்புகளின் பட்டியலுக்கான பயன்முறையைக் கண்டறியவும்: 13,18,13,14,13,16,14,21,13

தீர்வு:

பயன்முறையானது மற்ற எல்லாவற்றையும் விட அடிக்கடி மீண்டும் மீண்டும் செய்யப்படும் எண்

எனவே பயன்முறை = 13

சில சந்தர்ப்பங்களில் பயன்முறை இல்லாமல் இருக்கலாம், சில சந்தர்ப்பங்களில் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட பயன்முறைகள் இருக்கலாம்.

உதாரணமாக:

திருமதி ரோஸி தனது வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களுக்கு தலா எத்தனை உடன்பிறப்புகள் உள்ளனர் என்று கேட்டார்.

தரவின் பயன்முறையைக் கண்டறியவும்: 0,0,0,1,1,1,1,2,2,2,2,3,3,4

தீர்வு:

முறைகள் 1 மற்றும் 2 உடன்பிறப்புகள்

தொகுக்கப்பட்ட தரவு

தனித்துவமான விநியோகத்திற்கு X , ன் மிக உயர்ந்த அதிர்வெண் மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய மதிப்பு பயன்முறையாகும்.

தொடர்ச்சியான விநியோகம்:

$$\text{Mode} = L + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

எங்கே

L என்பது மோடல் வகுப்பின் கீழ் வகுப்பு வரம்பு

f1 என்பது மாதிரி வகுப்பின் அதிர்வெண்

f0 என்பது அதிர்வெண் அட்டவணையில் மோடல் வகுப்பிற்கு முந்தைய வகுப்பின் அதிர்வெண் ஆகும்

f2 என்பது அதிர்வெண் அட்டவணையில் மோடல் வகுப்பிற்குப் பின் வரும் வகுப்பின் அதிர்வெண் ஆகும்

குறிப்பு

h என்பது மாதிரி வகுப்பின் வர்க்க இடைவெளி

உதாரணம்: 18
பின்வருவனவற்றைக் கணக்கிடுங்கள்:

C -I	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400	400 & above
f	5	14	40	91	450	87	60	38	15

தீர்வு:

மிக உயர்ந்த அதிர்வெண் 450 மற்றும் 200 - 250 இல் வர்க்க இடைவெளி, இது மாதிரி வர்க்கமாகும்

இங்கே L = 200, f1 = 150, f0 = 91, f2 = 87, h = 50

$$\text{Mode } = L + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 200 + \frac{150 - 91}{2 \times 150 - 91 - 87} \times 50$$

$$= \frac{2450}{122} = 200 + 24.18 = \mathbf{224.18}$$

எடுத்துக்காட்டு: 19

மாதிரி வகுப்பு மற்றும் கீழே அமைக்கப்பட்ட தரவின் உண்மையான பயன்முறையைக் கண்டறியவும்

எண்	1-3	4-6	7-9	10-12	13-15	16-18	19-21	22-24	25-27	28-30
அதிர்வெண	7	6	4	2	2	8	1	2	3	2

தீர்வு:
மாதிரி வகுப்பு ஸ்ரீ 10 - 12

$$\text{Mode } = L + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

Here L = 10, $f_1 = 9$, $f_0 = 4$, $f_2 = 2$, h = 3

$$= 10 + \frac{9 - 4}{2 \times 9 - 2 - 4} \times 3$$

$$= 10 + \underline{5} \times 3 = 10 + 1.25 = 11.25$$

12

Mode = 11.25

பயன்முறையின் சிறப்புகள்:

- கணக்கிட எளிதானது மற்றும் சில சந்தர்ப்பங்களில் இது வெறும் பரிசோதனையாக அமைந்திருக்கும்.
- பயன்முறை தீவிர மதிப்புகளால் பாதிக்கப்படுவதில்லை
- திறந்தநிலை வகுப்புகளுக்கு இதைக் கணக்கிடலாம்
- இது வழக்கமாக தொடரின் ஒரு முக்கியமான பகுதியின் உண்மையான மதிப்பு
- சில சூழ்நிலைகளில் இது தரவின் சிறந்த பிரதிநிதி

பயன்முறையின் குறைபாடுகள்:

- இது எல்லா அவதானிப்பையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது அல்ல
- இது மேலும் கணித சிகிச்சைக்கு திறன் இல்லை
- பயன்முறை தவறாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது பொதுவாக சில சந்தர்ப்பங்களில் பயன்முறையைக் கண்டுபிடிக்க முடியாது.
- சராசரியுடன் ஒப்பிடுகையில், ஏற்ற இறக்கங்களை மாதிரிப்படுத்துவதன் மூலம் பயன்முறை பெருமளவில் பாதிக்கப்படுகிறது
- பொருட்களின் முக்கியத்துவத்தை கருத்தில் கொள்ள வேண்டிய சந்தர்ப்பங்களில் இது பொருத்தமற்றது.

3.6 பகிர்வு நடவடிக்கைகள்

3.6.1 QUARTILES

காலாண்டுகள் விநியோகத்தை நான்கு பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றன. Q1, Q2 மற்றும் Q3 ஆல் குறிக்கப்பட்ட மூன்று காலாண்டுகள் உள்ளன, அதிர்வெண் விநியோகத்தை நான்கு சம பாகங்களாக பிரிக்கிறது

அதாவது 25 சதவீத தரவு Q1 க்குக் கீழும், 50 சதவீத தரவு Q2 க்குக் கீழும், 75 சதவீதம் Q3 க்குக் கீழேயும் இருக்கும். இங்கே Q2 மீடியன் என்று அழைக்கப்படுகிறது. காலாண்டுகள் சராசரியாக கிட்டத்தட்ட அதே வழியில் பெறப்படுகின்றன.

தொகுக்கப்படாத தரவு:

தரவு தொகுப்பு n உருப்படிகளைக் கொண்டிருந்தால் மற்றும் ஏறுவரிசையில் அமைக்கப்பட்டால்

$$Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ item}, \quad Q_2 = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th} \text{ item and } Q_3 = 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ item}$$

தீர்வு:

$$Q1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ item} = \left(\frac{10+1}{4}\right) \text{th item} = (2.75)^{th} \text{ item}$$

$$= 2^{nd} \text{ item} + \left(\frac{3}{4}\right)\left(3^{rd} \text{ item} - 2^{nd} \text{ item}\right)$$

$$= 8 + \left(\frac{3}{4}\right)(10 - 8) = 8 + 1.5$$

Q1= 9.5

$$Q3 = 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ item } = \left(\frac{10+1}{4}\right) \text{th item } = 3 \times (2.75)^{th} \text{ item}$$

$$= (8.25)^{th} \text{ item}$$

$$= 2^{nd} \text{ item} + \left(\frac{1}{4}\right)(9^{th} \text{ item} - 8^{th} \text{ item})$$

$$= 35 + \left(\frac{1}{4}\right)(40 - 35) = 35 + 1.25$$

Q3 = 36.25

தொடர் தொடர்:

குறிப்பு

தொடர்ச்சியான தொடரின் விஷயத்தில், ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்ணைக் கண்டுபிடித்து, பின்னர் இடைக்கணிப்பு சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தவும்.

- ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்களைக் கண்டறியவும்
- N =N / 4 கண்டறியவும்
- Q1 வகுப்பு என்பது N / 4 ஐ விட அதிகமான ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்ணின் மதிப்புடன் தொடர்புடைய வர்க்க இடைவெளி
- Q3 வகுப்பு என்பது 3 N / 4 ஐ விட அதிகமான ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்ணின் மதிப்புடன் தொடர்புடைய வர்க்க இடைவெளி

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - m_1}{f_1} \times c_1 \quad \text{and} \quad Q_3 = l_3 + \frac{3\left(\frac{N}{4}\right) - m_3}{f_3} \times C_3$$

N = Σ f = அனைத்து அதிர்வெண் மதிப்புகளின் மொத்தம்
l1 = முதல் காலாண்டு வகுப்பின் குறைந்த வரம்பு
f1 = முதல் காலாண்டு வகுப்பின் அதிர்வெண்
c1 = முதல் காலாண்டு வகுப்பின் அகலம்
m1 = முதல் காலாண்டு வகுப்பிற்கு முந்தைய ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்
l3 = 3 வது காலாண்டு வகுப்பின் குறைந்த வரம்பு
f3 = 3 வது காலாண்டு வகுப்பின் அதிர்வெண்
m3 = 3 வது காலாண்டு வகுப்பிற்கு முந்தைய ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்
c3 = மூன்றாவது காலாண்டு வகுப்பின் அகலம்

உதாரணமாக:

மாணவர்களின் குழு அவர்களின் உள்ளகங்களில் பெற்ற மதிப்பெண்கள்.

வர்க்கம்	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
அதிர்வெண	4	3	2	1	5

தீர்வு:

வகுப்பு	அதிர்வெண	ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண
10 - 20	4	4
20 - 30	3	7
30 - 40	2	9
40 - 50	1	10
50 - 60	5	15

N / 4 = 15/4 = 3.75 = 10 - 12 இல் உள்ளது
10 - 20 குழுவில் உள்ளது

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - m_1}{f_1} \times c_1$$

$$= 10 + \frac{(3.75 - 0)}{4} \times 10 = 10 + 9.38 = \mathbf{19.38}$$

3N / 4 = 3x15 / 4 = 11.25 இது 50 - 60 இல் உள்ளது
எனவே Q3, 50 - 60 குழுவில் உள்ளது

குறிப்பு

$$Q_3 = l_3 + \frac{\frac{3}{N} - m_3}{f_3} \times c_3$$

$$= 50 + \frac{(11.25 - 10)}{5} \times 10$$

$$= 50 + 2.5 = \mathbf{52.5}$$

3.6.1 தீர்மானங்கள்

மொத்த மதிப்பீடுகளின் எண்ணிக்கையை 10 சம பாகங்களாக பிரிக்கும் மதிப்புகள் இவை. அவை டி 1, டி 2, டி 3, டி 4, டி 5, டி 6, டி 7, டி 8, டி 9 மற்றும் டி 10.

தொகுக்கப்படாத தரவு:

உதாரணமாக:

தரவுக்கு டி 7 ஐ கணக்கிடுங்கள்: 5, 24, 36, 12, 20 மற்றும் 8.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட தரவை ஏறுவரிசையில் 5,8,12,20,24,36 இல் ஏற்பாடு செய்தல்

$D5 = \left(\frac{5\ (n+1)}{10}\right)^{th}$ observation $= \left(\frac{5\ (6+1)}{10}\right)^{th}$ observation

$= (3.5)^{th}$ observation

$= 3^{rd}$ item $+ \frac{1}{2}\,(4^{th}$ item $-$ 3^{rd} item$)$

$= 12 + \frac{1}{2}\,(20-12) = 12 + 4$

$= 16$

தொகுக்கப்பட்ட தரவு:

உதாரணமாக:

கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு டி 1 மற்றும் டி 7 ஐக் கணக்கிடுங்கள்

வகுப்பு இடைவெளி	0 -10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
அதிர்வெண	5	7	12	16	10	8	4

தீர்வு:

வகுப்பு	இடைவெளி அதிர்வெண	ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண
0 -10	5	5
10-20	7	12
20-30	12	24
30-40	16	40
40-50	10	50
50-60	8	58
60-70	4	62

$D_4 = (4N / 10)^{th}$ item $= (4 \times 62 / 10)^{th}$ item $= (24.8)^{th}$ item

This lies in the interval 30 – 40

$$D_4 = l + \frac{(4N / 10 - m)}{f} \times c$$

$$= 30 + \frac{(24.8 - 24)}{16} \times 10 = 30 + \frac{(0.8)}{16} \times 10$$

$$= 30 + 0.5 = \mathbf{30.5}$$

$D_7 = (7N / 10)^{th}$ item $= (7 \times 62 / 10)^{th}$ item $= (43.4)^{th}$ item

Self-Instructional Material

This lies in the interval 40 – 50

$D_4 = l + \left(\frac{7N/10 - m}{f}\right) \times c$

$= 40 + \left(\frac{43.4 - 40}{10}\right) \times 10 = 30 + \left(\frac{3.4}{10}\right) \times 10$

$= 40 + 3.4 = \mathbf{43.4}$

3.6.3 PERCENTILE

சதவிகித மதிப்புகள் விநியோகத்தை 100 பகுதிகளாக பிரிக்கின்றன, ஒவ்வொன்றும் 1 சதவிகித வழக்குகளைக் கொண்டுள்ளது. சதவீதம் (Pk) என்பது மொத்த கண்காணிப்பு எண்ணிக்கையில் சரியாக k% வரை இருக்கும் மாறியின் மதிப்பு

உறவு

$P_{25} = Q_1$

P_{50} = சராசரி = Q_2

P_{75} = 3 வது காலாண்டு = Q_3

தொகுக்கப்படாத தரவு:

எடுத்துக்காட்டு: 24

ஒரு தொழிற்சாலையில் பணிபுரியும் 8 நபர்களின் மாத வருமானம் (₹ 1000 இல்). P 30 வருமான மதிப்பு 17, 21,14,36,10,25,15,29 ஐக் கண்டறியவும்

தீர்வு:

தரவை அதிகரிக்கும் வரிசையில் ஏற்பாடு செய்யுங்கள்: 10, 14, 15, 17, 21, 25, 29, 36

$n = 8$

$P_{30} = \left(\frac{30\,(n+1)}{100}\right)^{th}$ item

$= \left(\frac{30\,(8+1)}{100}\right)^{th}$ item

$= \left(\frac{30 \times 9}{100}\right)^{th}$ item $= 2.7^{th}$ item

$= 2^{nd}$ item $+ 0.7\,(3^{rd}$ items $- 2^{nd}$ items)

$= 14 + 0.7\,(15 - 14)$

$= 14 + 0.7$

$\mathbf{P_{30} = 14.7}$

தொகுக்கப்பட்ட தரவு:
எடுத்துக்காட்டு: 25

பின்வரும் அதிர்வெண் விநியோகத்திற்கு P53 ஐக் கண்டறியவும்

வகுப்பு இடைவெளி	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
அதிர்வெண்	5	8	12	16	20	10	4	3

குறிப்பு

தீர்வு:

வகுப்பு	இடைவெளி அதிர்வெண	ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண்
0-5	5	5
5-10	8	13
10-15	12	25
15-20	16	41
20-25	20	61
25-30	10	71
30-35	4	75
35 - 40	3	78
Total	**78**	

$$P_{53} = l + \frac{(53N / 10 - m)}{f} \times c$$

$$= 20 + \frac{(41.34 - 41)}{20} \times 5$$

$$= 20 + 0.335 = \mathbf{20.335}$$

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 2

5) சராசரி என்றால் என்ன

6) ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் என்றால் என்ன?

7) தொகுக்கப்படாத தரவுகளின் கீழ் காலாண்டுகளை கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரம் என்ன?

8) ----------- மொத்த அவதானிப்பின் எண்ணிக்கையை 10 சம பாகங்களாக பிரிக்கும் மதிப்புகளைக் குறிக்கிறது.

3.7 சுருக்கம்

- மேலே கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்பில் பணிபுரியும் போது, அந்த தொகுப்பில் உள்ள அனைத்து மதிப்புகளையும் நினைவில் வைத்துக் கொள்ள முடியாது. ஆனால் எங்களுக்கு வழங்கப்பட்ட தரவின் அனுமானம் எங்களுக்குத் தேவை. இந்த சிக்கல் சராசரி சராசரி மற்றும் பயன்முறையால் தீர்க்கப்படுகிறது. .
- எண்கணித சராசரி

நேரடி முறை -

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

மறைமுக முறை

$$\bar{x} = A + \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n}$$

தனித்தனி தொகுக்கப்பட்ட தரவு

1) நேரடி முறை

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}$$

2) குறுகிய முறை

Self-Instructional Material

$$\overline{x} = A + \frac{\sum_{i=l}^{n} f_i d_i}{N}$$

தொடர்ச்சியான தொகுக்கப்பட்ட தரவு

1) நேரடி முறை $\overline{x} = \frac{\sum_{i=l}^{n} f_i x_i}{N}$,

2) குறுக்கு வெட்டு முறை $\overline{x} = A + \frac{\sum_{i=l}^{n} f_i d_i}{N} \times C$

குறிப்பு

எடையுள்ள சராசரி சராசரி

$$\overline{x} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

ஒருங்கிணைந்த சராசரி

$$\bar{x}_{12} = \frac{n_1 \overline{x}_1 + n_2 \overline{x}_2}{n_1 + n_2}$$

வடிவியல் சராசரி

$$\text{G.M.} = \text{Antilog} \frac{\sum_{i=l}^{n} \log x_i}{n}$$

ஹார்மோனிக் சராசரி

1) தொகுக்கப்பட்ட தரவு $\text{H. M.} = \frac{N}{\sum_{i=l}^{n} f_i \left(\frac{1}{x_i}\right)}$

2) தொகுக்கப்படாத தரவு $\text{H. M.} = \frac{n}{\sum_{i=l}^{n} \left(\frac{1}{x_i}\right)}$

- சராசரி

1) தொகுக்கப்படாத தரவு

$\left(\frac{n+1}{2}\right)$ ஒற்றைப்படை என்றால் வது சொல்

Median = Mean($\frac{n}{2}^{th}$ and $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ terms if n is even

2) தொகுக்கப்பட்ட தரவு

$$\text{Median} = l + \frac{\frac{N}{2} - m}{f} \times c$$

- முறை

1) தொகுக்கப்படாத தரவு -

பயன்முறையானது மற்ற எல்லாவற்றையும் விட அடிக்கடி மீண்டும் மீண்டும் செய்யப்படும் எண்

2) தொகுக்கப்பட்ட தரவு -

$$\text{Mode } = L + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

QUARTILE

குறிப்பு

1) தொகுக்கப்படாத தரவு

$$Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ item}, \quad Q_2 = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th} \text{ item and } Q_3 = 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{th} \text{ item}$$

2) தொகுக்கப்பட்ட தரவு

$$Q_1 = l_1 + \frac{\frac{N}{4} - m_1}{f_1} \times c_1 \text{ and } Q_3 = l_3 + \frac{3\left(\frac{N}{4}\right) - m_3}{f_3} \times C_3$$

டெசில்ஸ்

மொத்த மதிப்பீடுகளின் எண்ணிக்கையை 10 சம பாகங்களாக பிரிக்கும் மதிப்புகள் இவை. அவை டி 1, டி 2, டி 3, டி 4, டி 5, டி 6, டி 7, டி 8, டி 9 மற்றும் டி 10.

சதமானம்

சதவிகித மதிப்புகள் விநியோகத்தை 100 பகுதிகளாக பிரிக்கின்றன, ஒவ்வொன்றும் 1 சதவிகித வழக்குகளைக் கொண்டுள்ளது. சதவீதம் (Pk) என்பது மொத்த கண்காணிப்பு எண்ணிக்கையில் சரியாக k% வரை இருக்கும் மாறியின் மதிப்பு

3.8 முக்கிய சொற்கள்

சராசரி, எண்கணித சராசரி, வடிவியல் சராசரி, ஹார்மோனிக் சராசரி, பயன்முறை, சராசரி, காலாண்டு, சதவீதம், தசமங்கள்.

3.9 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்கள்

1) மையப் போக்கின் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் மூன்று நடவடிக்கைகள் சராசரி, சராசரி மற்றும் முறை.

2)

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

3) இது கண்டிப்பாக வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது

இது அனைத்து பொருட்களையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது

4) அவதானிப்புகளின் தொகுப்பின் ஹார்மோனிக் சராசரி என்பது கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் பரஸ்பர எண்கணித சராசரியின் பரஸ்பர என வரையறுக்கப்படுகிறது. ஓ1, ஓ2… ..ஓn என்றால் n அவதானிப்புகள்

5) சராசரி என்பது மாறியின் மதிப்பு, இது குழுவை இரண்டு சம பாகங்களாக பிரிக்கிறது, ஒரு பகுதி அனைத்து மதிப்புகளையும் உள்ளடக்கியது, மற்றொன்று எல்லா மதிப்புகளையும் சராசரியை விட குறைவாக உள்ளது.

6) ஒவ்வொரு வகுப்பினதும் ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் என்பது வகுப்பின் அதிர்வெண் மற்றும் பரவலான வகுப்புகளின் அதிர்வெண்களின் கூட்டுத்தொகை ஆகும், அதாவது அதிர்வெண்களை அடுத்தடுத்து சேர்ப்பது, இதனால் கடைசி ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண் மொத்த உருப்படிகளின் எண்ணிக்கையை அளிக்கிறது.

7) $Q_1 = \left(\frac{n+1}{4}\right)^{th}$ item, $Q_2 = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ item and $Q_3 = 3\left(\frac{n+1}{4}\right)^{th}$ item

8) தசமங்கள்

3.10 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில்கள்

1. மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகளால் நீங்கள் என்ன புரிந்துகொள்கிறீர்கள்?
2. இரண்டு எடுத்துக்காட்டுகளைக் கொடுங்கள் (i) G.M. மற்றும் H.M மிகவும் பொருத்தமான சராசரிகளாக இருக்கும்.
3. சராசரி வரையறுக்கவும். அதன் நன்மைகள் மற்றும் தீமைகள் பற்றி சராசரியாக விவாதிக்கவும்.
4. விடுதி மாணவர்களின் மாதாந்திர செலவினங்களின் பின்வரும் தொடரின் வடிவியல் மற்றும் இணக்கமான சராசரியைக் கணக்கிடுங்கள். 125, 130, 75, 10, 45, 50,40,500,150.

குறிப்பு

நீண்ட விடை கேள்விகள்

அதிர்வெண் விநியோகத்தின் சராசரி, குவார்டைல், 7 வது டெசில் மற்றும் 85 வது சதவிகிதத்தைக் கண்டறியவும் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

கணிதத்தில் குறிக்கவும	0-10	10-20	50-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70 க்கு மே ல்
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	8	12	20	32	30	28	12	4

2. பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து சராசரியைத் தீர்மானித்தல்: 25, 20, 15, 45, 18, 7, 10, 38, 12

3. 100 மாணவர்கள் கொண்ட ஒரு வகுப்பில், 20 பேர் தோல்வியுற்றனர் மற்றும் அவர்களின் மதிப்பெண்கள் சராசரி 5 ஆகும். முழு வகுப்பினரும் பெற்ற மொத்த மதிப்பெண்கள் 562 ஆகும். தேர்ச்சி பெற்றவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்களைக் கண்டறியவும்.

4. பின்வரும் அதிர்வெண் விநியோகத்திற்கு P53 ஐக் கண்டறியவும்

வகுப்பு இடைவெளி	0 -10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
அதிர்வெ ண்	5	7	12	16	10	8	4

5. பின்வரும் தரவின் பயன்முறையைக் கண்டறியவும்

வகுப்பு	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
அதிர்வெண்	4	3	2	1	5

3.11 மேலும் படிக்க

1. Levin, Richard I. and David S. Rubin: Statistics for Management, PrenticeHall, New Delhi.
2. Watsman Terry J. and Keith Parramor: Quantitative Methods in FinanceInternational, Thompson Business Press, London.
3. Hooda, R. P.: Statistics for Business and Economics, Macmillan, New Delhi.
4. Hein, L. W. Quantitative Approach to Managerial Decisions, Prentice Hall,NJ.

குறிப்பு

அலகு4 -சிதறல் அளவைகள்

அமைப்பு

4.0 அறிமுகம்

மையப் போக்கு அளவைகள்,சராசரி,இடைநிலை,முகடு போன்றவைஒருதொடரின் மையநிலையைக் குறிக்கின்றன. ஆவைதரவின் பொதுவானஅளவைக்குறிக்கின்றன,ஆனால்தொடரின்அனைத்துதனித் தன்மையையும் பண்புகளையும் வெளிப்படுத்தத்தவறிவிட்டன. வேறுவார்த்தைகளில் கூறுவதானால்,அவைபரவலின் அளவைஅல்லதுவிநியோகத்தின் தனிப்பட்டபொருட்களின் மாறுபாட்டின் அளவைவெளிப்படுத்தத் தவறிவிடுகின்றன. இதைவேறுசிலநடவடிக்கைகளால் விளக்கலாம், இது 'சிதறலின்அளவைகள்' அல்லதுமாறுபாடுஎன அழைக்கப்படுகிறது.

4.1 நோக்கங்கள்

இந்தஅலகுவழியாக நீங்கள்,

- சிதறலின் அளவைகள் பற்றிஅறியலாம்.
- வீச்சு,சராசரிவிலகல்,திட்டவிலக்கம் பற்றிபுரிந்து கொள்ளலாம்.
- மாறுபாட்டுக் கெழு பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.

4.2 சிதறல் அளவைகள்

சிதறல் என்பது ஒரு விநியோகத்தை நீட்டிக்கவோஅல்லது கசக்கவோ முடியும். பின்வரும் உதாரணத்தின் உதவியுடன் மாறுபாட்டைநாம் புரிந்துகொள்ளலாம்:

தொடர்I	தொடர் II	தொடர் III
10	2	10
10	8	12
10	20	8
$\sum X = 30$	**30**	**30**

மூன்று தொடர்களிலும்,கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு 10. இந்த சராசரியின் அடிப்படையில், தொடர் ஒரே மாதிரியானவைஎன்று நாம் கூறலாம். மூன்று

Self-Instructional Material

தொடர்களின் கலவையைநாம் கவனமாகஆராய்ந்தால்,பின்வரும் வேறுபாடுகளைக் காணலாம்:

1. 1 வது தொடரில், மூன்றுஉருப்படிகள் சமம் ஆனால் 2 வது மற்றும் 3 வது தொடர்களில், உருப்படிகள் சமமற்றவைமற்றும் எந்தகுறிப்பிட்டவரிசையையும் பின்பற்றுவதில்லை.

2. 2மற்றும் 3 வதுதொடர்களுக்கு விலகல், உருப்படி வாரியாக வேறுபட்டது. ஆனால் எளிய சராசரிகளின் மதிப்பைக் கருத்தில் கொண்டால் இந்தவிலகல்கள் அனைத்தையும் அறியமுடியாது.

3. இந்த மூன்றுதொடர்களிலும், கூட்டுச் சராசரியின் மதிப்பு 10 ஆக இருக்கக் கூடும் ஆனால் சராசரிமதிப்புஒருவருக்கொருவர் வேறுபடலாம். இதைபின் வருமாறு புரிந்துகொள்ளலாம்.

4.

தொடர I	தொடர II	தொடர III
10	2	8
10 இடைநிலை	8 இடைநிலை	10 இடைநிலை
10	20	12
$\sum X$ = 30	**30**	**30**

1 வதுதொடரில் மீடியனின் மதிப்பு 10, 2 வதுதொடரில் = 8 மற்றும் 3 வதுதொடரில் = 10 ஆகும். எனவே, சராசரிமற்றும் சராசரி மதிப்பு ஒரே மாதிரியாக இல்லை

2.சுராசரி அப்படியே இருப்பதால்,பொருட்களின் அளவின் விநியோகத்தின் தன்மையும் அளவும் மாறுபடலாம். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், அதிர்வெண் பகிர்வுகளின் அமைப்புஅவற்றின் வழிமுறைகள் ஒரே மாதிரியாக இருந்தாலும் வேறுபடலாம்.

4.2.1 ஒருநல்லஅளவின் பண்புகள்

ஒரு நல்லஅளவிலானசிதறலுக்குசிலமுன் தேவைகள் உள்ளன:

1. புரிந்துகொள்வதுஎளிமையாக இருக்கவேண்டும்.
2. கணக்கிடுவதுஎளிதாக இருக்கவேண்டும்.
3. இதுகடுமையாகவரையறுக்கப்படவேண்டும்.
4. இது விநியோகத்தின் ஒவ்வொரு தனிமத்தின் அடிப்படையிலும் இருக்கவேண்டும்.
5. இது மேலும் இயற்கணி தசிகிச்சைக்கு திறன் கொண்டதாக இருக்கவேண்டும்.

4.2.2 சிதறல் அளவீடுகளின் பண்புகள்

- சிதறலின் ஒருஅளவைகடுமையாகவரையறுக்கவேண்டும்
- கணக்கிட்டுபுரிந்துகொள்வதுஎளிதாக இருக்கவேண்டும்
- அவதானிப்புகளின் ஏற்ற இறக்கங்களால் அதிகம் பாதிக்கப்படவில்லை
- அனைத்துஅவதானிப்புகளின் அடிப்படையில்

4.2.3 சிதறல் அளவீடுகளின் வகைப்பாடு

சிதறலின் அளவுபின்வருமாறுவகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது:

1. **சிதறலின் ஒரு முழுமையான நடவடிக்கை:**

இதுஅவதானிப்புகளின் அளவீடுகளின் அலகுகளைஉள்ளடக்கியது. எடுத்துக்காட்டாக,(1).ஊழியர்களின் சம்பளத்தை சிதறடிப்பது ரூபாயில்

வெளிப்படுத்தப்படுகிறது, (2.) தொழிலாளர்களுக்குத் தேவையானநேரத்தின் மாறுபாடு மணி நேரங்களில் வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. வெவ்வேறு அளவிலான அளவீடுகளில் வெளிப்படுத்தப்படும் இரண்டு தரவுத் தொகுப்புகளின் மாறுபாட்டை ஒப்பிடுவதற்கு இத்தகைய நடவடிக்கைகள் பொருத்தமானவை அல்ல.

2. **சிதறலின் ஒப்பீட்டுநடவடிக்கை:**

இதுஅளவீடுகளின் அலகுகளிலிருந்து சுயாதீனமான எண். தரவுஅளவீடுகள் வெவ்வேறு அளவீட்டு அளவீடுகளில் அளவிடப்படும் ' போது இந்த நடவடிக்கை பயனுள்ளதாக இருக்கும்

உதாரணமாக, இந்தியாவிலும் ஆபிரிக்காவிலும் உள்ள பள்ளி குழந்தைகளின் உடல் பருமனை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க ஊட்டச்சத்து நிபுணர் விரும்புகிறார். இந்த இரு நாடுகளில் உள்ள சில பள்ளிகளிலிருந்து தரவை சேகரிக்கிறார். ஏடை பொதுவாக இந்தியாவில் கிலோகிராம் மற்றும் ஆப்பிரிக்காவில் பவுண்டுகள் அளவிடப்படுகிறது. முழுமையான நடவடிக்கைகளைப் பயன்படுத்த 'மாணவர்களின் உடல் பருமனை ஒப்பிட்டுப் பார்த்தால் அது அர்த்தமற்றதாக இருக்கும். எனவே அவற்றை ஒப்பீட்டு நடவடிக்கைகளில் ஒப்பிடுவது விவேகமானதாகும்.

4.3 வீச்சு

மூல தரவு: ஒருவீச்சு என்பது சிதறலின் மிகவும் பொதுவான மற்றும் எளிதில் புரிந்துகொள்ளக் கூடிய நடவடிக்கையாகும். தரவு தொகுப்பில் மிகப ' பெரியமற்றும் சிறிய மதிப்புகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடு இது.

வீச்சு(R) = L – S

தொகுக்கப்பட்டதரவு: தரவு தொகுப்பில் மதிப்புகளின் தொகுக்கப்பட்ட அதிர்வெண் விநியோகம், வீச்சு என்பதுகடைசிவகுப்பு இடைவெளியின் உயர் வகுப்புவீச்சுக்கும் முதல் வகுப்பு இடைவெளியின் கீழ் வகுப்புவீச்சுக்கும் உள்ளவித்தியாசமாகும்.

வீச்சுகெழு: வீச்சின் ஒப்பீட்டு அளவீடு வீச்சுகெழு என்றுஅழைக்கப்படுகிறது

வீச்சுகெழு = (L-S) / (L + S)

உதாரணமாக:

வீச்சு மற்றும் பின்வரும் தரவுகளுக்கானவீச்சுகெழு ஆகியவற்றைக் கண்டறியவும் 49, 81, 36, 64, 121, 100.

தீர்வு:

L = 121 : S = 36

வீச்சு: L – S = 121 – 36 = 85

வீச்சுகெழு = (L-S) / (L+S) = 121-36 /121+36

= 85 / 157 = 0.5414

உதாரணமாக:

பின்வரும் விவரங்களிலிருந்து வீச்சு மற்றும் வீச்சுகெழு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுங்கள்.

x	10- 15	15 – 20	20 – 25	25 - 30
அதிர்வெண்	4	10	16	8

தீர்வு: L = 30, S = 10

வீச்சு= L - S = 30 – 10 = 20

வீச்சுகெழு = (L-S) / (L+S) = 30 - 10 / 30 + 10

= 20/ 40= **0.5**

வீச்சின் சிறப்புகள்

- இது சிதறலின் அளவீடுகளில் எளிமையானது
- கணக்கிடஎளிதானது
- எளிதில் புரியக்கூடியது
- தோற்றத்தின் சுயாதீனமான மாற்றம்.

வீச்சின் குறைபாடுகள்

- இது இரண்டுதீவிரஅவதானிப்புகளைஅடிப்படையாகக் கொண்டது. எனவே,ஏற்ற இறக்கங்களால் பாதிக்கப்படும்.
- ஒருவரம்புசிதறலின் நம்பகமானநடவடிக்கைஅல்ல.
- மாற்றத்தைசார்ந்தது.

4.4 கால்மானவிலக்கம்

கால்மானம் விலக்கம் ஒரு தரவை கால்மானங்களாக பிரிக்கின்றன. முதல் கால்மானம்,(Q1) என்பது சிறிய எண்ணிற்கும் தரவின் சராசரிக்கும் இடையிலானநடுத்தரஎண். இரண்டாவது கால்மானம், (Q2) தரவு தொகுப்பின் சராசரி. மூன்றாவது கால்மானம், (Q3) என்பது சராசரி மற்றும் மிகப்பெரிய எண்ணுக்கு இடையிலான நடுத்தர எண். கால் மானவிலகல் என்பது முதல் மற்றும் மூன்றாவது காலமானங்களுக்கு இடையிலான வித்தியாசத்தின் பாதி ஆகும். எனவே இது அரை இடைகால்மானவீச்சு என்றுஅழைக்கப்படுகிறது

கால்மான விலக்கம் அல்லது அரை இடைகால்மான வீச்சு

$Q = \frac{1}{2} \times (Q3 – Q1)$

கால்மான விலக்கக்கெழு

கால்மானவிலக்கக்கெழு= Q3 – Q1 / Q3 + Q1

கால்மானவிலகலின் சிறப்புகள்

- வரம்பின் அனைத்து குறைபாடுகளும் கால்மானங்களால் சமாளிக்கப்படுகின்றன
- இது தரவின் பாதியைப் பயன்படுத்துகிறது
- தோற்றத்தின் சுயாதீனமான மாற்றம்.
- திறந்த-இறுதிவகைப்பாட்டிற்கானசிதறலின் சிறந்தநடவடிக்கை

கால்மானவிலகலின் குறைபாடுகள்

- இது ஐம்பதுசதவீததரவைபுறக்கணிக்கிறது
- மாற்றத்தைசார்ந்தது
- சிதறலின் நம்பகமானநடவடிக்கைஅல்ல

உதாரணமாக:

25 ஏக்கரில் கோதுமை உற்பத்திக்கான (கி.கி.) கால்மானம் விலக்கத்தைக் கணக்கிடுங்கள்:

1120, 1240, 1320, 1040, 1080, 1200, 1440, 1360, 1680, 1730, 1785, 1342, 1960, 1880, 1755, 1720, 1600, 1470, 1750 மற்றும்1885.

குறிப்பு

தீர்வு:

கவனிப்பைஅதிகரிக்கும் வரிசையில் ஏற்பாடுசெய்யுங்கள்:

1040, 1080, 1120, 1200, 1240, 1320, 1342, 1360, 1440, 1470, 1600, 1680, 1720, 1730, 1750, 1755, 1785, 1880, 1885, 1960.

Q1 = (n+1) / 4 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

= (20 +1) / 4 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு = (5.25)ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

= 5 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு+ 0.25 (6 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு– 5 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு)

= 1240 + 0.25 (1320 – 1240)

= 1240 + 20 = 1260

Q1 = 1260

Q3 = 3(n+1) / 4 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

= 3(20 +1) / 4 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு= (15.75) ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு

= 15 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு+ 0.75 (16 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு–15 ஆவது உறுப்பின் மதிப்பு)

= 1750 + 0.75 (1755 – 1750)

= 1750 + 3.75 = 1753.75

Q3 = 1753.75

Q.D = (Q3 – Q1) / 2 = (1753.75 – 1260) / 2 = 492.75 / 2 **= 246.875**

கால்மான விலக்கக்கெழு= (Q3 – Q1) / (Q3 + Q1)

= (1753.75 – 1260) / (1753.75 + 1260)**= 0.164**

உங்கள் முன்னேற்றத்தைசரிபார்க்கவும்

1. சிதறல் என்றால் என்ன?
2. தொகுக்கப்பட்ட தரவுகளில் வீச்சுயைக் கண்டுபிடிப்பது எப்படி?
3. கால்மான விலக்கக்கெழுவைக் கண்டறியசூத்திரத்தைக் குறிப்பிடுங்கள்.
4. கால்மான விலகலின் 2 சிறப்புகள்?

4.5சராசரி விலக்கம்

சராசரி விலக்கம், இது ஒரு விநியோகத்தில் உள்ள பொருட்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கப்பட்ட சராசரியிலிருந்து விலகல்களின் தொகை என வரையறுக்கப்பட்ட சராசரி, இடைநிலை அல்லது முகடு ஆக இருக்கலாம். கோட்பாட்டளவில் சராசரி என்பது தேர்வின் சிறந்தசராசரி, ஏனெனில் சராசரியிலிருந்து விலகல்களின் தொகை குறைந்தபட்சம். வழங்கப்பட்டஅறிகுறிகள் புறக்கணிக்கப்படும். இருப்பினும், நடைமுறையில், சராசரி விலகலைக் கணக்கிடுவதற்கு கூட்டுச் சராசரி என்பது பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் சராசரிமற்றும் இது MD என்றகுறியீட்டால் குறிக்கப்படுகிறது.

சுராசரி விலகல் மூன்று வகையான தொடர்களைக் கொண்டது:

- தனிப்பட்டதரவுத் தொடர்
- தனித்ததரவுத் தொடர்
- தொடர்ச்சியானதரவுத் தொடர்

தனிப்பட்டதரவுத் தொடர்: தனிப்பட்டதொடர்களுக்கு,சராசரி விலகலைபின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திகணக்கிடமுடியும்.

$$MD = \frac{1}{N}\sum|X - A| = \frac{\sum|D|}{N}$$

குறிப்பு

இங்கு MD = சராசரிவிலகல்.

X = மாறிமதிப்புகள்

A = தேர்வுகளின் சராசரி

N = மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை

சுராசரி விலக்ககெழு

மையப் போக்கின் எந்தஅளவையும் கணக்கிடும் சராசரி விலகல் ஒரு முழுமையான நடவடிக்கை. வெவ்வேறு தொடர்களிடையே மாறுபாட்டை ஒப்பிடுவதன் நோக்கம், ஒப்பீட்டு சராசரி விலகல் தேவைப்படுகிறது. சுராசரி விலகலைக் கணக்கிடுவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் சராசரியால் சராசரி விலகலைப் பிரிப்பதன் மூலம் ஒப்பீட்டு சராசரி விலகல் பெறப்படுகிறது சராசரிவிலக்ககெழுவை பயன்படுத்தி கணக்கிட முடியும்

$$\text{சராசரிவிலக்ககெழு} = \frac{MD}{A}$$

உதாரணமாக:

பின்வரும் தனிப்பட்ட தரவுகளுக்கான சராசரி விலகல் மற்றும் சராசரி விலக்ககெழு ஆகியவற்றைக் கணக்கிடுக:

பொருட்கள்	28	72	90	140	210

தீர்வு:

$$A = \frac{28 + 72 + 90 + 140 + 210}{5} = \frac{540}{5} = 108$$

பொருள் X	விலகல் |D|
28	80
72	36
90	18
140	32
210	102
	Σ|D|= 268

சுராசரி விலகல் $= MD = \frac{1}{N}\sum|X - A| = \frac{\sum|D|}{N} = \frac{268}{5} = \mathbf{53.6}$

சுராசரி விலக்ககெழு$= \frac{MD}{A} = \frac{53.6}{108} = \mathbf{0.4963}$

தனித்த தரவுத் தொடர்

தனித்துவமான தொடர்களுக்கு, சராசரி விலகலைப் பயன்படுத்தி கணக்கிட முடியும்

$$MD = \frac{\sum f\,|x - Me|}{N} = \frac{\sum f\,|D|}{N}$$

இங்கு N = மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை.

f = அதிர்வெண்ணின் வெவ்வேறு மதிப்புகள் f.

x =பொருட்களின் வெவ்வேறு மதிப்புகள்.

Me =இடைநிலை.

சுராசரி விலக்ககெழு

சுராசரி விலக்ககெழுவின் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கணக்கிடமுடியும்.

சுராசரி விலக்ககெழு$= \frac{MD}{Me}$

எடுத்துக்காட்டு:

சராசரி விலகல் மற்றும் பின்வரும் தனித்துவமான தரவுகளுக்குக் கணக்கிடுங்கள்

பொருட்கள்	42	108	135	150	210
அதிர்வெண்	6	15	3	3	9

தீர்வு

X_i	அதிர்வெண் **fi**	$f_i x_i$	$\|x_i - Me\|$	**fi |xi – Me|**
42	6	252	93	558

குறிப்பு

108	15	1620	27	405
135	3	405	0	0
150	3	550	15	45
210	9	1890	75	675
	N = 36			**Σ f_i |x_i – Me|** = 1683

சராசரி= $\frac{(N+1)\text{th item}}{2} = \frac{(5+1)\text{th item}}{2} = \frac{6\text{th item}}{2}$ = 3rd item = 135

சுராசரி விலகல் $= \frac{\sum f\,|x-Me|}{N} = \frac{\sum f\,|D|}{N} = \frac{1683}{36} = \mathbf{46.75}$

சுராசரி விலக்ககெழு= $\frac{MD}{Me} = \frac{46.75}{135} = \mathbf{0.3463}$

தொடர்ச்சியான தரவுத் தொடர்

தொடர்ச்சியான தொடரில் சராசரிவிலகலைக் கணக்கிடும் முறை தனித்துவமான தொடருக்கு சமம். தொடர்ச்சியான தொடர்களில் ,பல்வேறு வகுப்புகளின் நடுப்பகுதியைக் கண்டுபிடித்து, தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சராசரியிலிருந்து இந்தபுள்ளிகளின் விலகலை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்

$$MD = \frac{\sum f\,|x - Me|}{N} = \frac{\sum f\,|D|}{N}$$

N =மதிப்புகளின் எண்ணிக்கை.

f = அதிர்வெண்ணின் வெவ்வேறுமதிப்புகள் f.

x = பொருட்களின் வெவ்வேறுமதிப்புகள்.

Me = இடைநிலை.

சுராசரி விலக்ககெழு

சுராசரி விலக்ககெழுவின் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி கணக்கிட முடியும்.

சுராசரி விலக்ககெழு= $\frac{MD}{Me}$

எடுத்துக்காட்டு:

கொடுக்கப்பட்ட தரவிலிருந்து சராசரி விலகலைக் கண்டறியவும்

வயது(ஆண்டுகளில்)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
நபர்களின் எண்ணிக்கை	40	50	64	80	82	70	20	16

தீர்வு

Items	**Mid point xi**	**Frequency fi**	**fixi**	**|xi – Me|**	**fi |xi – Me|**	**Items**	**Mid poin t xi**	**Frequency fi**	**fixi**
0-10	5	40	200	31.47	1258.8	0-10	5	40	200
10-20	15	50	750	21.47	1073.5	10-20	15	50	750
20-30	25	64	1600	11.47	734.08	20-30	25	64	1600
30-40	35	80	2800	1.47	117.6	30-40	35	80	2800
40-50	45	82	3690	9.47	776.54	40-50	45	82	3690
50-60	55	70	3850	19.47	1362.9	50-60	55	70	3850
60-70	65	20	1300	29.47	589.4	60-70	65	20	1300
70-80	75	16	1200	39.47	631.52	70-80	75	16	1200
		N = 422	Σ $f_i x_i$ =15390						Σ f_i |x_i – Me| 6544.34

இடைநிலை $= \frac{\Sigma\, fixi}{N} = \frac{15390}{422} = \mathbf{36.47}$

சுராசரிவிலகல் $= \frac{\sum f\,|x-Me|}{N} = \frac{\sum f\,|D|}{N} = \frac{6544.34}{422} = 15.5079$

சுராசரி விலக்ககெழு= $\frac{MD}{Me} = \frac{15.5079}{36.47} = 0.4252$

சராசரி விலகலின் சிறப்புகள்

- புரிந்து கொள்வது எளிது மற்றும் கணக்கிடுவது எளிது.

- இது தரவின் ஒவ்வொரு உருப்படியையும் அடிப்படையாகக் கொண்டது.
- நிலையான விலகலைக் காட்டிலும் தீவிர உருப்படிகளின் மதிப்புகளால் எம்.டி குறைவாக பாதிக்கப்படுகிறது.

சராசரி விலகலின் குறைபாடுகள்:

குறிப்பு

- இந்த முறையின் மிகப்பெரிய குறைபாடு என்னவென்றால், பொருட்களின் விலகல்களை எடுக்கும்போது இயற்கணித அறிகுறிகள் புறக்கணிக்கப்படுகின்றன.
- இது மேலும் இயற்கணித சிகிச்சைகள் செய்ய இயலாது.
- நிலையான விலகலுடன் ஒப்பிடும்போது இது மிகவும் குறைவான பிரபலமானது.

4.6 திட்டவிலக்கம் (Standard Deviation)

கார்ல் பியர்சன் 1893-ஆம் ஆண்டு திட்ட விலக்கம் என்ற கொள்கையை அறிமுகப்படுத்தினார். சிதறல் அளவைகளில் இது மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. மேலும ் பல புள்ளியியல் சூத்திரங்களில் அதிக அளவில் பயன்படுத்துவதுமாகும். திட்ட விலக்கம், விலக்க வர்க்க சராசரியின் வர்க்க மூலம் என்று அழைக்கப்படுகிறது. காரணம் என்னவென்றால் இது கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து பெறப்பட்ட வர்க்க விலக்கங்களின் சராசரியின் 80 வர்க்க மூலமாகும். இது துல்லியமாக மதிப்பை அளிக்கிறது. திட்ட விலக்கத்தின் வர்க்கம்மாறுபாடு என்றழைக்கப்படுகிறது.

இது கூட்டுச்சராசரியிலிருந்து கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் மதிப்புகளுக்கு பெறப்படும் விலக்கங்களின் சராசரியின் நேரிடை வர்க்க மூலம் என்றும் வரையறுக்கப்படுகிறது. திட்டவிலக்கம் σ (sigma) என்ற கிரீக் (Greek) எழுத்து மூலம் குறிப்பிடப்படுகிறது.

தொகுக்கப்படாத தரவு

x1 , x2 , x3 ... xn தொகுக்கப்படாத தரவு பின்னர் ஒரு தனிப்பட்ட தொடரில் நிலையான விலகலைக் கணக்கிடுவதற்கான இரண்டு முறைகள் இருப்பதால் நிலையான விலகல் கணக்கிடப்படுகிறது

- உண்மையான சராசரி முறை
- ஊகசராசரி முறை

உண்மையான சராசரி முறை

$$\text{திட்டவிலக்கம் } \sigma = \frac{\sqrt{\Sigma(X-\bar{X})^2}}{n}$$

எடுத்துக்காட்டு:

பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து திட்டவிலக்கத்தைக் கணக்கிடுங்கள் 28, 44, 18, 30, 40, 34, 24, 22.

தீர்வு

உண்மையான சராசரியிலிருந்து திட்டவிலகல்கள்

(X)	X - $\bar{X}$	(X - $\bar{X}$)^2
28	-2	4
44	-14	196
18	-12	144
30	0	0
40	10	100
34	4	16
24	-6	36
22	-8	64
240		560

$$\bar{X} = \frac{240}{8} = 30$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{\Sigma(X - \bar{X})^2}}{n} = \frac{\sqrt{560}}{8} = \sqrt{70} = \mathbf{8.3666}$$

ஊக சராசரி முறை

கூட்டுச்சராசரி பகுதியளவு மதிப்பாக இருக்கும் போது இந்த முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது. பகுதியளவு மதிப்பிலிருந்து விலகல்களை எடுத்துக்கொள்வது மிகவும் கடினமான மற்றும் கடினமான பணியாக இருக்கும். நேரத்தையும் உழைப்பையும் மிச்சப்படுத்த ஒரு குறுக்கு வெட்டு முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது விலகல்கள் கருதப்படும் சராசரியிலிருந்து எடுக்கப்படுகின்றன.

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$

எடுத்துக்காட்டு:

புள்ளிவிவரத்தில் கல்லூரி மாணவர்கள் பெற்ற மதிப்பெண்கள். பின்வரும் தரவைப் பயன்படுத்தி திட்டவிலக்கத்தைக் கணக்கிடுக.

மாணவர்கள	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மதிப்பெண்கள்	53	58	46	67	32	70	35	68	88	99

தீர்வு

கருதப்பட்ட சராசரியிலிருந்து விலகல்கள்

மாணவர்கள்	மதிப்பெண்கள(X)	d = X – A (A=67)	d^2
1	53	-14	196
2	58	-9	81
3	75	8	64
4	67	0	0
5	32	-35	1225
6	70	3	9
7	35	-32	1024
8	68	1	1
9	88	21	441
10	69	2	4
n = 10		**Σd = -55**	**Σ d^2 = 3045**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{n} - \left(\frac{\Sigma d}{n}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{3045}{10} - \left(\frac{-55}{10}\right)^2} = \sqrt{304.5 - 30.25} = \sqrt{274.25}$$

$$= \mathbf{16.5605}$$

4.6.1 திட்டவிலக்க கணக்கீடு

தொடர்ச்சியற்ற தொகுதி: தொடர்ச்சியற்ற திட்டவிலகல் தொகுதிகணக்கிடுவதற்கு மூன்று முறைகள் உள்ளன. ஆவை
அ) உண்மையான சராசரி முறை
ஆ) Cf சராசரி முறை
இ) படி - விலக்க முறை

உண்மையான சராசரி முறை

தொடரின் கூட்டுச் சராசரியை காண்க (x). கூட்டுச் சராசரியிலிருந்து ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் விலக்கத்தை காண்க($x = X - X$). விலக்கங்களின் வர்க்கத்தை கண்டுபிடித்து அதன் மொத்தத்தையும் காண் $\mathbf{\Sigma fd^2}$. மொத்தம்$\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f}$ மதிப்புகளின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கவும். $\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f}$இன் வர்க்க மூலம் திட்ட விலக்கமாகும். ஆகவே

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\Sigma \mathbf{fd^2}}{\Sigma \mathbf{f}}}$$

உண்மையான சராசரி பின்னங்கள் என்றால், கணக்கீடு நிறைய நேரத்தையும் உழைப்பையும் எடுக்கும் மேலும் இந்த முறை நடைமுறையில் அரிதாகவே பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஊக சராசரி முறை

இங்கே விலகல் ஒரு உண்மையான சராசரியிலிருந்து அல்ல, ஆனால் கருதப்பட்ட சராசரியிலிருந்து எடுக்கப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட மாறி மதிப்புகள் சம இடைவெளியில் இல்லாவிட்டால், இந்த முறை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{f} - \left(\frac{\Sigma d}{f}\right)^2}$$ இங்கு $d = X - A$, $N = \Sigma f$

எடுத்துக்காட்டு:

பின்வரும் தரவிலிருந்து நிலையான விலகலைக் கணக்கிடுங்கள்:

X	20	22	25	31	35	40	42	45
f	5	12	15	20	25	14	10	6

தீர்வு

கருதப்பட்ட சராசரியிலிருந்து விலகல்கள்

குறிப்பு

x	f	d = X-A (A=31)	d^2	fd	fd^2
20	5	-11	121	-55	605
22	12	-9	81	-108	972
25	15	-6	36	-90	540
31	20	0	0	0	0
35	25	4	16	100	400
40	14	9	81	126	1134
42	10	11	121	110	1210
45	6	14	196	84	504
	N= 107			**Σfd = 167**	**Σ fd^2 = 5365**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{f} - \left(\frac{\Sigma fd}{f}\right)^2} = \sqrt{\frac{5365}{107} - \left(\frac{167}{107}\right)^2} = \sqrt{50.16 - 2.44} = \mathbf{6.91}$$

படி - விலகல் முறை:

மாறி மதிப்புகள் சம இடைவெளியில் இருந்தால், நாங்கள் இந்த முறையை பின்பற்றுகிறோம்

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2} \text{ X C}$

எடுத்துக்காட்டு:

அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட கணிதத்தில் மதிப்பெண்களின் அதிர்வெண் விநியோகம்

மதிப்பெண்கள்(X)	30	40	50	60	70	80	90
மாணவர்கள்	8	12	20	10	7	3	2

தீர்வு

மதிப்பெண்கள்(X)	f	d= (x-50)/ 10	fd	fd^2
30	8	-2	-16	32
40	12	-1	-12	12
50	20	0	0	0
60	10	1	10	10
70	7	2	14	28
80	3	3	9	27
90	2	4	8	32
	N = 62		**Σfd = 13**	**Σfd^2 = 141**

திட்டவிலக்கம் $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2} \text{ X C}$

$$= \sqrt{\frac{141}{62} - \left(\frac{13}{62}\right)^2} \text{ X } 10 = 1.4934 \text{ X } 10 = \mathbf{14.934}$$

4.7 மாறுபாட்டுக்கெழு

மாறுபாட்டுக்கெழு (C.V) என்பதுசராசரியைச் சுற்றியுள்ளதரவுத் தொடரில் தரவுபுள்ளிகளின் சிதறலின் புள்ளிவிவரஅளவீடுஆகும். மாறுபாட்டுக்கெழு சராசரிக்கானநிலையானவிலகலின் விகிதத்தைக் குறிக்கிறது,மேலும் இது ஒருதரவுத் தொடரிலிருந்துமற்றொன்றுக்குமாறுபடும் அளவைஒப்பிடுவதற்கானபயனுள்ளபுள்ளிவிவரமாகும், இதன் பொருள் ஒருவருக்கொருவர் கடுமையாகவேறுபட்டிருந்தாலும் கூட.

மாறுபாட்டுக்கெழு =(திட்டவிளக்கம்/சராசரி)* 100.

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு} = \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right) X\ 100$$

மாறுபாட்டுக்கெழு (C.V) என்பது ஒப்பீட்டு மாறுபாட்டின் அளவீடு ஆகும். இது நிலையான விலகலின் சராசரி (சராசரி) விகிதமாகும். எடுத்துக்காட்டாக,“நிலையான விலகல் சராசரியின் 15% ஒரு C.V. வெவ்வேறு நடவடிக்கைகள் அல்லது மதிப்புகளைக் கொண்ட இரண்டு வெவ்வேறு கணக்கெடுப்புகள் அல்லது சோதனைகளின் முடிவுகளை ஒப்பிட விரும்பினால் C.V குறிப்பாக பயனுள்ளதாக இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக,வெவ்வேறு மதிப்பெண் வழிமுறைகளைக் கொண்ட இரண்டு சோதனைகளின் முடிவுகளை நீங்கள் ஒப்பிடுகிறீர்கள் என்றால். மாதிரி A க்கு 12% CV மற்றும் மாதிரி B க்கு 25%CV இருந்தால்,மாதிரி B க்குஅதன் மாறுபாட்டுடன் ஒப்பிடும் போது அதிக மாறுபாடு இருப்பதாக நீங்கள் கூறுவீர்கள்.

குறிப்பு

உதாரணமாக:

ஒரே பகுதியில் அமைந்துள்ள இரண்டு தொழிற்சாலைகளில் சராசரி மாத ஊதியங்கள் மற்றும் நிலையான விலகல் பின்வருமாறு:

தொழிற்சாலை	சராசரி	திட்டவிளக்கம்
A	34.5	10
B	28.5	9

1. எந்ததொழிற்சாலை A அல்லது B மாதாந்திர ஊதியமாக பெரியதொகையை செலுத்துகிறது?
2. எந்ததொழிற்சாலை A அல்லது B தனிப்பட்ட ஊதியத்தில் அதிக மாறுபாட்டைக் கொண்டுள்ளது?

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட

$n_1 = 876$; $\bar{x}_1 = 34.5$; $\sigma_1 = 10$

$n_2 = 1024$; $\bar{x}_2 = 28.5$; $\sigma_2 = 9$

தொழிற்சாலை A செலுத்தும் மொத்த ஊதியம் = 34.5 x 876 = ₹30,222

தொழிற்சாலை B செலுத்திய மொத்த ஊதியம = 28.5 x 1024 = ₹29,184

எனவே தொழிற்சாலை A பெரிய தொகையை மாதஊதிய மாக செலுத்துகிறது

தொழிற்சாலை A மற்றும் B இன் மாதஊதிய விநியோகத்தின் மாறுபாட்டுக்கெழு

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு}(A) = \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right) X\ 100 = \frac{10}{34.5}\ X\ 100 = 28.99$$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு}(A) = \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right) X\ 100 = \frac{9}{28.5}\ X\ 100 = 31.58$$

தொழிற்சாலை B தனிப்பட்ட ஊதியங்களில் அதிகமாறுபாட்டைக் கொண்டுள்ளது, ஏனெனில் C.V தொழிற்சாலை B இன் சி.வி. தொழிற்சாலை A.

உதாரணமாக:

இரண்டு நகரங்களில் ஐந்துஆண்டுகளில் காரின் விலைகீழேகொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

நகரத்தில் விலைA	நகரத்தில் விலைB
20,00000	10,00000
22,00000	20,00000
19,00000	18,00000
23,00000	12,00000
16,00000	15,00000

எந்தநகரத்தில் அதிகநிலையானவிலைகள் உள்ளன?.

குறிப்பு

தீர்வு:

நகரம் A			நகரம் B		
Price X (in lakhs)	**Deviation $\bar{x}$ = 20 dx**	**dx^2**	**Price Y (in lakhs)**	**Deviation $\bar{y}$ = 15 dx**	**dy^2**
20	0	0	10	-5	25
22	2	4	20	5	25
19	-1	1	18	3	9
23	3	9	12	-3	9
16	-4	16	15	0	0
Σx = 100	**Σdx = 0**	**Σdx^2 =30**	**Σy = 75**	**Σdy = 0**	**Σdy^2 =68**

நகரம் A: $\bar{x} = \Sigma x / n = 100 / 5 = 20$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{\Sigma(X-\bar{X})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma dx^2}{n}} = \sqrt{\frac{30}{5}} = 2.45$$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு}(X) = \left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right) X\,100 = \frac{2.45}{20} X\,100 = 12.25\%$$

நகரம் B: $\bar{x} = \Sigma x / n = 75 / 5 = 15$

$$\sigma y = \sqrt{\frac{\Sigma(y-\bar{y})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\Sigma dy^2}{n}} = \sqrt{\frac{68}{5}} = 3.69$$

$$\text{மாறுபாட்டுக்கெழு}(Y) = \left(\frac{\sigma}{\bar{y}}\right) X\,100 = \frac{3.69}{15} X\,100 = 24.6\%$$

சிட்டி A ஐ விடசிட்டி B ஐ விடநிலையானவிலைகள் இருந்தன,ஏனெனில் சிட்டி யு இல்மாறுபாட்டுக்கெழு குறைவாகஉள்ளது.

உங்கள் முன்னேற்றத்தைசரிபார்க்கவும்

5. சராசரிவிலக்ககெழு என்ன?
6. திட்டவிலக்கம் என்றால் என்ன?

4.8 சுருக்கம்

- மையப் போக்கு அளவைகள் பரவலின் அளவை அல்லது விநியோகத்தின் தனிப்பட்ட பொருட்களின் மாறுபாட்டின் அளவை வெளிப்படுத்தத் தவறிவிடுகின்றன. சிதறல் என்பது ஒரு விநியோகத்தை நீட்டிக்கவோ அல்லது கசக்கவோ முடியும்
- ஒரு வரம்பு என்பது சிதறலின் மிகவும் பொதுவான மற்றும் எளிதில் புரிந்துகொள்ளக்கூடிய நடவடிக்கையாகும். தரவு தொகுப்பில் மிகப்பெரிய மற்றும் சிறிய அவதானிப்புகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடு இது.

வீச்சுகெழு= (L-S) / (L + S)

- கால்மானம் விலக்கம் ஒருதரவைகால்மானங்களாகபிரிக்கின்றன. முதல் கால்மானம்,(Q1) என்பதுசிறியஎண்ணிற்கும் தரவின் சராசரிக்கும் இடையிலானநடுத்தரஎண். இரண்டாவதுகால்மானம், (Q2) தரவுதொகுப்பின் சராசரி. மூன்றாவதுகால்மானம், (Q3) என்பதுசராசரிமற்றும் மிகப்பெரியஎண்ணுக்கு இடையிலானநடுத்தரஎண். கால்மானவிலகல் என்பதுமுதல் மற்றும் மூன்றாவது காலமானங்களுக்கு இடையிலானவித்தியாசத்தின் பாதிஆகும். எனவே இது அரை இடைகால்மானவீச்சு என்றுஅழைக்கப்படுகிறது
- சராசரி விலக்கம், இது ஒருவிநியோகத்தில் உள்ளபொருட்களின் எண்ணிக்கையால் வகுக்கப்பட்டசராசரியிலிருந்துவிலகல்களின்

தொகைஎன வரையறுக்கப்பட்ட சராசரி,இடைநிலை அல்லது முகடு ஆக இருக்கலாம்.

- திட்ட விலக்கம், விலக்க வர்க்க சராசரியின் வர்க்க மூலம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- மாறுபாட்டுக்கெழு (C.V) என்பது சராசரியைச் சுற்றியுள்ள தரவுத் தொடரில் தரவு புள்ளிகளின் சிதறலின் புள்ளிவிவர அளவீடு ஆகும்.

சிதறல் அளவைகள்

குறிப்பு

4.9 முக்கிய சொற்கள்

சிதறல் அளவைகள்,வீச்சு,கால்மானவிலக்கம், சராசரி விலகல்,திட்ட விலக்கம் மற்றும் மாறுபாட்டுக்கெழு ஆகியவற்றின் நடவடிக்கைகள்.

4.10 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்கள்

1. சிதறல் என்பது ஒரு விநியோகத்தை நீட்டிக்கவோ அல்லது கசக்கவோ முடியும்.
2. தரவு தொகுப்பில் மதிப்புகளின் தொகுக்கப்பட்ட அதிர்வெண் விநியோகம், வரம்பு என்பது கடைசி வகுப்பு இடைவெளியின் உயர் வகுப்பு வரம்புக்கும் முதல் வகுப்பு இடைவெளியின் கீழ் வகுப்பு வரம்புக்கும் உள்ள வித்தியாசமாகும்.
3. கால்மானவிலக்கக்கெழு= Q3 – Q1 / Q3 + Q1
4. வீச்சின் அனைத்து குறைபாடுகளும் கால்மானம் விலகலால் கடக்கப்படுகின்றன
5. சராசரிவிலக்ககெழு= $\frac{MD}{Me}$
6. தரவின் விலகல் தரவுகளின் எண்கணித சராசரியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட சதுர விலகல்களின் சராசரியின் நேர்மறை சதுர மூலமாக வரையறுக்கப்படுகிறது.

4.11 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில்கள்

- சிதறல் என்றால் என்ன? மையப் போக்கின் நடவடிக்கைகளுக்கு இது எவ்வாறு சாதகமானது?
- வரம்பில் சிறு குறிப்புகளை எழுதுங்கள்
- மாறுபாட்டுக்கெழு என்றால் என்ன? விளக்க
- சராசரி விலகல் பற்றி எழுதுங்கள்

நீண்ட விடை கேள்விகள்

- கருதப்பட்ட சராசரி முறையின் கீழ் சராசரி விலகலைக் கணக்கிடுங்கள்

மதிப்பெண்கள	30	40	50	60	70	80	90
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	16	24	40	20	14	6	4

- நிலையான விலகலில் தடுத்து வைக்கப்பட்டுள்ள கணக்கைக் கொடுங்கள்.

25 ஏக்கரில் சோளம் உற்பத்திக்கான (கி.கி.) காலாண்டு விலகலைக் கணக்கிடுங்கள்: 1100, 1340, 1370, 1050, 1780, 1200, 2440, 1390, 1480, 1780, 1783, 1542, 1970, 1680 , 1775, 1320, 1680, 1770, 1780 மற்றும் 1889.

4.12 மேலும் படிக்க

1. Levin, Richard I. and David S. Rubin: Statistics for Management, PrenticeHall, New Delhi.
2. Watsman terry J. and Keith Parramor: Quantitative Methods in FinanceInternational, Thompson Business Press, London.
3. Hooda, R. P.: Statistics for Business and Economics, Macmillan, New Delhi.
4. Hein, L. W. Quantitative Approach to Managerial Decisions, Prentice Hall, NJ

அலகு5 கணங்கள்,கோட்டம் மற்றுமு முகட்டளவை

5.0 அறிமுகம்

கணங்கள் முதலில் எண்கணித வழிமுறையாகும் இரண்டாவது, மூன்றாவது மற்றும் பல, அதாவது ஒரு விநியோகத்தின் சராசரி அல்லது தன்னிச்சையான புள்ளியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட விலகலின் சவா சக்தி. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கணங்கள் என்பது புள்ளிவிவர நடவடிக்கைகளாகும், அவை விநியோகத்தின் சில பண்புகளை அளிக்கின்றன. வளைவு என்பது ஒரு தரவின் சமச்சீர்மை அல்லது சமச்சீர்மை என்பதாகும். அதிர்வெண் வளைவிலிருந்து வளைவை எளிதாகக் காணலாம். குர்டோசிஸ் என்பது விநியோகத்தின் வால்களைப் பற்றியது - உச்சநிலை அல்லது தட்டையானது அல்ல. தீவிர மதிப்புகளை ஒன்றில் மற்றொன்றுக்கு எதிராக விவரிக்க இது பயன்படுகிறது. இவற்றைப் பற்றி விரிவாக அறிந்து கொள்வோம்.

5.1 நோக்கங்கள்

அலகு இருந்து நீங்கள்

- கணங்கள், கோட்டம் மற்றும் முகட்டளவை பற்றி அறியலாம்.
- அவற்றைக் கணக்கிடுவதற்கான பல்வேறு முறைகளைப் புரிந்து கொள்ளலாம்.
- புள்ளிவிவரங்களில் அவை எவ்வாறு பயன்படுத்தப்படுகின்றன என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

5.2 கணங்கள்

கணம் சொல் இயந்திர அறிவியலில் மிகவும் பிரபலமானது. அறிவியல் கணத்தில் அதிர்வெண்ணை உருவாக்கும் ஆற்றலின் அளவீடு ஆகும். புள்ளிவிவரத்தில், கணங்கள் என்பது முதலில் எண்கணித வழிமுறையாகும் இரண்டாவது, மூன்றாவது மற்றும் பல, அதாவது ஒரு விநியோகத்தின் சராசரி அல்லது தன்னிச்சையான புள்ளியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட விலகலின் சவா சக்தி. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கணங்கள் என்பது புள்ளிவிவர நடவடிக்கைகளாகும், அவை விநியோகத்தின் சில பண்புகளை அளிக்கின்றன. புள்ளிவிவரங்களில், சில கணங்கள் மிக முக்கியமானவை. பொதுவாக, எந்த அதிர்வெண் விநியோகத்திலும், முதல், இரண்டாவது, மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது கணங்கள் என அழைக்கப்படும் நான்கு கணங்கள் பெறப்படுகின்றன. இந்த நான்கு கணங்களும் ஒரு அதிர்வெண் விநியோகத்தின் சராசரி, மாறுபாடு, வளைவு மற்றும் கர்டோசிஸ் பற்றிய தகவல்களை விவரிக்கின்றன.

கணங்களின் கணக்கீடு புள்ளிவிவர முக்கியத்துவம் வாய்ந்த ஒரு விநியோகத்தின் சில அம்சங்களை வழங்குகிறது. கணங்களை மூல மற்றும் மைய கணத்தில் வகைப்படுத்தலாம். எந்தவொரு தன்னிச்சையான புள்ளியையும் பற்றி மூல கணங்கள் அளவிடப்படுகின்றன. யு பூஜ்ஜியமாக எடுத்துக் கொள்ளப்பட்டால்,

மூல கணங்கள் தோற்றம் பற்றிய கணங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. A I எண்கணிதமாக எடுத்துக் கொள்ளும்போது, நாம் மைய கணங்களைப் பெறுகிறோம். தோற்றம் பற்றிய முதல் மூல கணம் சராசரி, அதே சமயம் முதல் மைய கணம் பூஜ்ஜியம். இரண்டாவது மூல மற்றும் மைய கணங்கள் முறையே சதுர விலகல் மற்றும் மாறுபாடு. மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது கணங்கள் வளைவு மற்றும் குர்டோசிஸை அளவிட பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

மூல கணங்கள்:

மூல கணங்களை தோற்றத்திலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பல்வேறு விலகல்களின் எண்கணித சராசரியாக வரையறுக்கலாம். மூல கணம் μr', r = 1,2,3,… .. ஆல் குறிக்கப்படுகிறது, பின்னர் முதல் மூல கணங்கள் வழங்கப்படுகின்றன.

Raw moments	Raw data ($d=x-A$)	Discrete data ($d=x-A$)	Continuous data ($d=(x-A)/c$)
μ_1'	$\frac{\sum d}{n}$	$\frac{\sum fd}{N}$	$\frac{\sum fd}{N}\times c$
μ_2'	$\frac{\sum d^2}{n}$	$\frac{\sum fd^2}{N}$	$\frac{\sum fd^2}{N}\times c^2$
μ_3'	$\frac{\sum d^3}{n}$	$\frac{\sum fd^3}{N}$	$\frac{\sum fd^3}{N}\times c^3$
μ_4'	$\frac{\sum d^4}{n}$	$\frac{\sum fd^4}{N}$	$\frac{\sum fd^4}{N}\times c^4$

மத்திய கணங்கள்:

மைய கணங்களை விநியோகத்தின் சராசரியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பல்வேறு விலகல் சக்திகளின் எண்கணித சராசரியாக வரையறுக்கலாம். மைய கணம் μr, r = 1,2,3 ஆல் குறிக்கப்படுகிறது

Central moments	Raw data	Discrete data	Continuous data $d'=\frac{(x-\bar{x})}{c}$
μ_1	$\frac{\sum(x-\bar{x})}{n}=0$	$\frac{\sum f(x-\bar{x})}{N}=0$	$\frac{\sum fd'}{N}\times c$
μ_2	$\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{N}=0$	$\frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{N}=\sigma^2$	$\frac{\sum fd'^2}{N}\times c^2$
μ_3	$\frac{\sum(x-\bar{x})^3}{n}$	$\frac{\sum f(x-\bar{x})^3}{N}$	$\frac{\sum fd'^3}{N}\times c^3$
μ_4	$\frac{\sum(x-\bar{x})^4}{n}$	$\frac{\sum f(x-\bar{x})^4}{N}$	$\frac{\sum fd'^4}{N}\times c^4$

பொதுவாக, கொடுக்கப்பட்ட n அவதானிப்பு x1, x2, x3, …… .xn வரிசையில் மூல கணங்கள் r = 0,1,2,3,..

$\mu_r' = \frac{1}{N}\Sigma f\,(x-A)^r$ about A

$\mu_r' = \frac{\Sigma f x^r}{N}$ about origin

$\mu_r = \frac{1}{N}\Sigma f\,(x-\bar{x})^r$ about mean

மூல கணங்களுக்கும் மத்திய கணங்களுக்கும் இடையிலான உறவு:

எண்கணித சராசரி பற்றிய கணங்களுக்கும் ஒரு தோற்றம் பற்றிய கணங்களுக்கும் இடையிலான தொடர்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$$\mu_1 = \mu'_1 - \mu'_1 = 0$$
$$\mu_2 = \mu'_2 - (\mu'_1)^2$$
$$\mu_3 = \mu'_3 - 3\mu'_2\ \mu'_1 + 2(\mu'_1)^3$$
$$\mu_4 = \mu'_4 - 4\mu'_3\ \mu'_1 + 6\mu'_2(\mu'_1)^2 - 3(\mu'_1)^4$$

உதாரணமாக:

பின்வரும் தரவிலிருந்து முதல் நான்கு கணங்களைக் கணக்கிடுங்கள்:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f	10	20	30	40	50	60	70	80	90

தீர்வு

x	f	fx	$d = x-\bar{x}$ $\bar{x} = 5.33$	fd	fd^2	fd^3	fd^4
0	10	0	-5	-50	250	-1250	6250
1	20	20	-4	-80	320	-1280	5120
2	30	60	-3	-90	270	-810	2430
3	40	120	-2	-80	160	-320	640
4	50	200	-1	-50	50	-50	50
5	60	300	0	0	0	0	0
6	70	420	1	70	70	70	70
7	80	560	2	160	320	640	1280
8	90	720	3	270	810	2430	7290
	N = 450	Σfx = 2400	Σd = -9	Σfd =150	Σfd^2 = 2250	Σfd^3 = -570	Σfd^4 = 23130

$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{2400}{450} = 5.33 \approx 5$

$\mu_1 = \frac{\Sigma fd}{N} = \frac{150}{450} = 0.33$

$\mu_2 = \frac{\Sigma fd^2}{N} = \frac{2250}{450} = 5$

$\mu_3 = \frac{\Sigma fd^3}{N} = \frac{-570}{450} = -1.266$

$\mu_4 = \frac{\Sigma fd^4}{N} = \frac{23130}{450} = 51.4$

உதாரணமாக:

தன்னிச்சையான தோற்றம் பற்றிய முதல் நான்கு கணங்களைக் கணக்கிடுங்கள், பின்னர் சராசரி பற்றிய முதல் நான்கு கணங்களைக் கணக்கிடுங்கள்

x	10-13	13-16	16-19	19-22	22-25	25-28
f	2	4	26	47	15	6

தீர்வு

X	Mid values (m)	f	$d' = \frac{m-17.5}{3}$	fd′	fd'^2	fd'^3	fd'^4
10-13	11.5	2	-2	-4	8	-16	32
13-16	14.5	4	-1	-4	4	-4	4
16-19	17.5	26	0	0	0	0	0
19-22	20.5	47	1	47	47	47	47
22-25	23.5	15	2	30	60	120	240
25-28	26.5	6	3	18	54	162	486
		N = 100		Σfd′=87	$\Sigma fd'^2$ =173	$\Sigma fd'^3$=309	$\Sigma fd'^4$ =809

$\mu'1 = \frac{\Sigma fd'}{N}\ x\ c\ = \frac{87}{100}\ x\ 3\ = 2.61$

$\mu'2 = \frac{\Sigma fd'^2}{N}\ x\ c^2\ = \frac{173}{100}\ x\ 9\ = 15.57$

$\mu'3 = \frac{\Sigma fd'^3}{N}\ x\ c^3\ = \frac{309}{100}\ x\ 27\ = 83.43$

$\mu'4 = \frac{\Sigma fd'^4}{N}\ x\ c^4\ = \frac{809}{100}\ x\ 81\ = 655.29$

சராசரி பற்றிய கணம்

$\mu_1 = \mu'_1 - \mu'_1 = 2.61 - 2.61 = \mathbf{0}$

$\mu_2 = \mu'_2 - (\mu'_1)^2 = 15.57 - (2.61)^2 = \mathbf{8.76}$

$\mu_3 = \mu'_3 - 3\mu'_2\ \mu'_1 + 2(\mu'_1)^3 = 83.43 - 3(2.61)(15.57) + 2(2.61)^3 = \mathbf{-2.91}$

$\mu_4 = \mu'_4 - 4\mu'_3\ \mu'_1 + 6\mu'_2(\mu'_1)^2 - 3(\mu'_1)^4$

$= 665.29 - 4(83.43)(2.61) + 6(15.57)(2.61)^2 - 3(2.61)^4 = \mathbf{291.454}$

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்

1. கணங்கள் என்றால் என்ன?
2 .ஒரு மூல கணம் என்ன?
3. மூல கணங்களுக்கும் மைய கணங்களுக்கும் இடையிலான உறவைக் குறிப்பிடுங்கள்

5.3 கோட்டம்

கோட்டம் என்பது ஒரு தரவின் சமச்சீர்மை அல்லது சமச்சீர்மை என்பதாகும். அதிர்வெண் வளைவிலிருந்து கோட்டத்தை எளிதாகக் காணலாம். தரவின் அதிர்வெண் வளைவில் மற்றும் பயன்முறையின் மதிப்பில் ஒரு குறிப்பு கோட்டை வரையவும், பின்னர் கோட்டின் இருபுறமும் வளைவு சமமாக இருப்பதைக் கண்டால், அந்த தரவு சமச்சீர் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

நேர்மறையான கோட்டம்: அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வளைவின் வால் வலதுபுறத்தில் அதிகமாக நீட்டும்போது வளைவு நேர்மறையானது என்று கூறப்படுகிறது. மேலும், சராசரி, அதிர்வெண் விநியோகத்தின் சராசரி மற்றும் முகடு பின்வரும் நிலையை பூர்த்திசெய்தால் வளைவு நேர்மறையானது:

சராசரி > இடைநிலை > முகடு

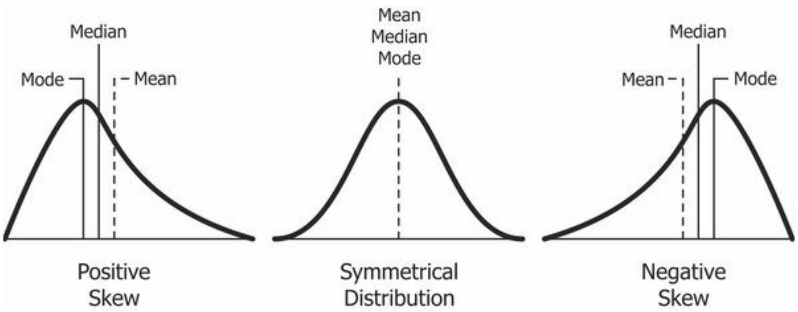
எதிர்மறை கோட்டம்: அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வளைவின் வால் இடதுபுறத்தில் அதிகமாக நீட்டும்போது வளைவு எதிர்மறையானது என்று கூறப்படுகிறது. மேலும், சராசரி, அதிர்வெண் விநியோகத்தின் சராசரி மற்றும் பயன்முறை நிபந்தனையை பூர்த்தி செய்தால் வளைவு எதிர்மறையானது

சராசரி < இடைநிலை < முகடு

அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வளைவு சமச்சீராக இருந்தால், வளைவு பூஜ்ஜியமாகும். இந்த வழக்கில், எங்களுக்கு உறவு உள்ளது

சராசரி = இடைநிலை = முகடு

சமச்சீர், நேர்மறையாக வளைந்த மற்றும் எதிர்மறையாக வளைந்த விநியோகத்தின் எண்ணிக்கை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:



கோட்டத்தின் ஒரு நல்ல அளவின் சிறப்பியல்பு

- இது ஒரு தூய எண்ணாக இருக்க வேண்டும், இதன் மதிப்பு தொடரின் அலகுக்கு மாறாகவும், தொடரின் மாறுபாட்டின் அளவிலும் இருக்க வேண்டும்.
- விநியோகம் சமச்சீராக இருக்கும்போது இது பூஜ்ஜிய மதிப்பைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.
- இது ஒரு அர்த்தமுள்ள அளவீட்டு அளவைக் கொண்டிருக்க வேண்டும், இதனால் அளவிடப்பட்ட மதிப்பை நாம் எளிதாக விளக்குவோம்.

வளைவைக் கண்டறியும் முறைகள்

வளைவு வரைபடமாகவும் கணித ரீதியாகவும் படிக்கப்படலாம். நாம் வளைவை வரைபடமாகப் படிக்கும்போது, வளைவு நேர்மறை அல்லது எதிர்மறை அல்லது பூஜ்ஜியமா என்பதைக் கண்டறியலாம். இதை ஒரு வரைபடத்தின் உதவியுடன் காட்டலாம்:

கணித ரீதியாக கோட்டத்தினை பின்வருமாறு படிக்கலாம்:

a) முழுமையான கோட்டம்

வளைவு என்பது முழுமையான வார்த்தையில் வழங்கப்படும் போது, அதாவது, அலகுகளில், இது முழுமையான வளைவு ஆகும். வளைவு என்பது முழுமையான சொற்களில் அளவிடப்படும்போது, அளவீட்டு அலகுகள் சாம் என்றால் ஒரு விநியோகத்தை மற்றொன்றோடு ஒப்பிடலாம்

b) கோட்டக்கெழு

வளைவுகளின் மதிப்பு விகிதங்கள் அல்லது சதவீதங்களில் பெறப்பட்டால், அது வளைவின் உறவினர் அல்லது குணகம் என்று அழைக்கப்படுகிறது .. விகிதங்கள் அல்லது சதவீதங்களில் வளைவு வழங்கப்படும்போது, ஒப்பீடு எளிதானது. வளைவின் ஒப்பீட்டு நடவடிக்கைகள் வளைவின் குணகம் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

கோட்டத்தின் கணித நடவடிக்கைகளை பின்வருமாறு கணக்கிடலாம்:

- கார்ல்-பியர்சனின் முறை

- பவுலியின் முறை
- கெல்லியின் முறை

கார்ல்-பியர்சனின் முறை

ஒரு வளைந்த விநியோகத்தில் சராசரி, சராசரி மற்றும் பயன்முறை சமமாக இல்லை. கார்ல் பியர்சனின் வளைவு அளவீடு ஒரு வளைந்த விநியோகத்தில் பயன்முறையிலிருந்து சராசரியை வேறுபடுத்துவதை அடிப்படையாகக் கொண்டது. சமச்சீர் விநியோகத்தில் சராசரி ஸ்ரீ பயன்முறை என்பதால், (சராசரி - பயன்முறை) வளைவின் முழுமையான நடவடிக்கையாக எடுத்துக் கொள்ளலாம். ஒரு விநியோகத்திற்கான வளைவின் முழுமையான அளவீட்டு அளவீட்டு அலகு சார்ந்துள்ளது.

எடுத்துக்காட்டாக, சராசரி = 2.45 மீட்டர் மற்றும் பயன்முறை = 2.14 மீட்டர் என்றால், வளைவின் முழுமையான அளவு 2.45 மீட்டர் - 2.14 மீட்டர் = 0.31 மீட்டர். அதே விநியோகத்திற்கு, அளவீட்டு அலகு சென்டிமீட்டராக மாற்றினால், வளைவின் முழுமையான அளவீட்டு 245 சென்டிமீட்டர் - 2 14 சென்டிமீட்டர் = 3 1 சென்டிமீட்டர். இதுபோன்ற சிக்கலைத் தவிர்ப்பதற்காக, வளைவு மற்றும் குர்டோசிஸ் கார்ல் பியர்சன் அளவீடுகள் ஒரு வளைவு அளவை எடுத்துக்கொள்கின்றன.

அளவீட்டு அலகுகளிலிருந்து சுயாதீனமான ஒரு ஒப்பீட்டு நடவடிக்கை, கார்ல் பியர்சன் பி ஸ்கீவ்னெஸ் ஸ்கின் கோட்டக்கெழு என வரையறுக்கப்படுகிறது,

$$S_k = \frac{Mean - Mode}{S.D}$$

இன் அடையாளம் திசையைத் தருகிறது மற்றும் அதன் அளவு வளைவின் அளவைக் கொடுக்கும்.

, 0 எனில், விநியோகம் சாதகமாக வளைந்திருக்கும், மற்றும் $S_k < 0$ என்றால் அது எதிர்மறையாக வளைந்திருக்கும்.

Sk என்பது மூலோபாய ரீதியாக பயன்முறையைச் சார்ந்தது என்பதை இதுவரை பார்த்தோம். விநியோகத்திற்காக பயன்முறை வரையறுக்கப்படவில்லை என்றால் நாம் ளும ஐக் கண்டுபிடிக்க முடியாது. ஆனால் சராசரி, சராசரி மற்றும் பயன்முறைக்கு இடையிலான அனுபவ உறவு, ஒரு மிதமான சமச்சீர் விநியோகத்திற்கு, நம்மிடம் உள்ளது என்று கூறுகிறது

சராசரி - பயன்முறை ≈ 3 (சராசரி - சராசரி)

எனவே கார்ல் பியர்சனின் வளைவு குணகம் சராசரி அடிப்படையில் வரையறுக்கப்படுகிறது

$$S_k = \frac{3(Mean - Median)}{S.D}$$

கணங்கள்,கோட்டம்' மற்றும் முகட்டளவை

குறிப்பு

உதாரணமாக:

பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து கார்ல் பியர்சனின் வளைவின் குணகத்தைக் கணக்கிடுங்கள்

உயரம்	68	69	70	71	72	73	74	75
மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	10	18	30	42	35	28	16	8

தீர்வு:

சராசரி மற்றும் S.D.

Height (x)	**u = x – 71**	**No of students (f)**	**fu**	**fu²**
68	-3	10	-30	90
69	-2	18	-36	72
70	-1	30	-30	30
71	0	42	0	0
72	1	35	35	35
73	2	28	56	112
74	3	16	48	144
75	4	8	32	128
Total		**187**	**75**	**611**

Mean = $61 + \frac{75}{187}$ = 61.4

S.D = $\sqrt{\frac{611}{187} - \left(\frac{75}{187}\right)^2}$ = 1.76

உயரம் ஒரு தொடர்ச்சியான மாறி என்பதைக் காண்கிறோம், பயன்முறையைக் கண்டறிவதற்கு, உயரத்தின் அளவீட்டு 68 ஐ விட அதிகமாகவும் 68.5 க்கும் குறைவாகவும் 68 அங்குலங்களாகக் கருதப்படுகிறது, அதே சமயம் அளவீட்டு அதிகமாகவோ அல்லது 68.5 க்கு சமம், ஆனால் 69 க்கும் குறைவானது 69 அங்குலங்களாக எடுக்கப்படுகிறது. இவ்வாறு கொடுக்கப்பட்ட தரவை இவ்வாறு எழுதலாம்

உயரம்	மாணவர்களின எண்ணிக்கை
67.5 – 68.5	10
68.5 – 69.5	18
69.5 - 70.5	30
70.5 - 70.5	42
71.5 - 72.5	35
72.5 - 73.5	28
73.5 - 74.5	16
74.5 - 75.5	8

இடைநிலை வகுப்பு 70.5 - 71.5

l = 70.5, Δ_1 = 42-30 = 12, Δ_2 = 42-35 = 7 and c = 1

Self-Instructional Material

எனவே இடைநிலை $=70.5 + \frac{12}{12+7} x\ 1 = 61.13$

எனவே, கார்ல் பியர்சனின் கோட்டக்கெழு $S_k = \frac{61.4 - 61.13}{1.76} = 0.153$

தனால் விநியோகம் சாதகமாக வளைந்து கொடுக்கப்படுகிறது

பவுலியின் முறை:

இந்த நடவடிக்கை குவார்டைல்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது. ஒரு சமச்சீர் விநியோகத்திற்கு, Q1 மற்றும் Q3 ஆகியவை சராசரியிலிருந்து சமமாக இருப்பதைக் காணலாம். இவ்வாறு (Q3 - Md) - (Md - Q1) வளைவின் முழுமையான நடவடிக்கையாக எடுத்துக் கொள்ளலாம்.

$$S_Q = \frac{Q3 + Q1 - 2Md}{Q3 - Q1}$$

,உதாரணமாக:

பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து காலாண்டுகளின் அடிப்படையில் வளைவின் குணகத்தைக் கணக்கிடுங்கள்:

மாத சம்பளம்	1000 -1200	1200-1400	1400 - 1600	1600 - 1800	1800 - 2000	2000 - 2200	2200 - 2400	2400 - 2600	2600 - 2800
எண்: ஊழியர்களின்	6	14	23	50	52	25	22	7	2

தீர்வு:

மாத சம்பளம	அதிர்வெண	ஒட்டுமொத்த அதிர்வெண
1000 - 1200	5	5
1200 - 1400	14	19
1400 - 1600	23	42
1600 - 1800	50	92
1800 - 2000	52	144
2000 - 2200	25	169
2200 - 2400	22	191
2400 - 2600	7	198
2600 - 2800	2	200
Total	200	

Q1 இல் N / 4 அவதானிப்புகள் அல்லது 50 அவதானிப்புகள் உள்ளன. இது 1600 - 1800 வகுப்பில் உள்ளது

$$Q_1 = l + \frac{\frac{N}{4} - c}{f} x\ i \ = 1600 + \frac{50-42}{50} x\ 200 \ \ = 1632$$

Q2 (சராசரி) இல் N / 2 கவனிப்பு அல்லது 100 கவனிப்பு உள்ளது. எனவே இது 1800 - 2000 வகுப்பில் உள்ளது

M_d = 1800 + (100-92) / 52 x 200 = 1830.77

Q1 க்கு 3 / 4 அவதானிப்புகள் அல்லது 150 அவதானிப்புகள் உள்ளன. இது 2000-2200 வகுப்பில் உள்ளது

$$Q_1 = l + \frac{\frac{3N}{4} - c}{f} x\ i \ = 2000 + \frac{150-144}{25} x\ 200 \ \ = 2048$$

S_{Q}-ன் கெழு $= \frac{Q3 + Q1 - 2Md}{Q3 - Q1} = \frac{2048 + 1632 - (2 \times 1830.77)}{2048 - 1632} = 0.044$

கணங்களின் அடிப்படையில் கோட்டின் அளவீட்டு

கணங்கள்,கோட்டம் மற்றும் முகட்டளவை

குறிப்பு

கணங்களை அடிப்படையாகக் கொண்ட வளைவின் அளவானது β1 ஆல் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் வழங்கப்படுகிறது

$$\beta_1 = \mu_3^2 / \mu_2^3$$

உதாரணமாக:

பின்வரும் தரவுக்கு $\mu_1 = 0, \mu_2 = 8.76, \mu_3 = -2.91$ ஐக் கண்டறியவும்

தீர்வு:

$$\beta_1 = \mu_3^2 / \mu_2^3$$

$$\beta_1 = \frac{(-2.91)^2}{(8.76)^3} = \frac{8.47}{672.24} = 0.0126$$

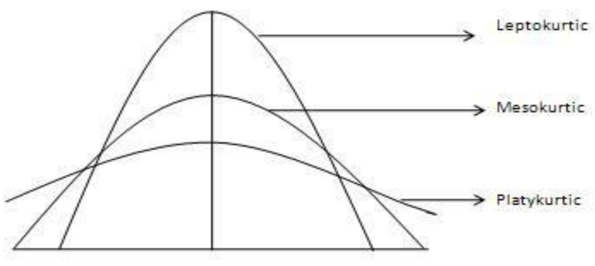
உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்
4. கோட்டத்தின் ஒரு நல்ல அளவின் சிறப்பியல்பு என்ன?
5. கோட்டத்தினைக் கண்டறியும் முறைகளைக் குறிப்பிடுங்கள்
6. கோட்டத்தின் கணித அளவீடுகளை கணக்கிடும் முறைகளைக் கூறுங்கள்.

5.4 முகட்டளவை

முகட்டளவை என்பது விநியோகத்தின் வால்களைப் பற்றியது - உச்சநிலை அல்லது தட்டையானது அல்ல. தீவிர மதிப்புகளை ஒன்றில் மற்றொன்றுக்கு எதிராக விவரிக்க இது பயன்படுகிறது. இது உண்மையில் விநியோகத்தில் இருக்கும் வெளிநாட்டினரின் அளவீடு ஆகும்.

தரவுத் தொகுப்பில் உயர் கர்டோசிஸ் என்பது தரவுகளில் கனமான வால்கள் அல்லது வெளிநாட்டவர்கள் இருப்பதற்கான ஒரு குறிகாட்டியாகும். அதிக கர்டோசிஸ் இருந்தால், நம்மிடம் ஏன் இவ்வளவு வெளிநாட்டவர்கள் இருக்கிறார்கள் என்பதை ஆராய வேண்டும். இது நிறைய விஷயங்களைக் குறிக்கிறது, தவறான தரவு உள்ளீடு அல்லது பிற விஷயங்கள். விசாரணை!

தரவு தொகுப்பில் குறைந்த கர்டோசிஸ் என்பது தரவுக்கு ஒளி வால்கள் அல்லது வெளிநாட்டினரின் பற்றாக்குறை இருப்பதற்கான ஒரு குறிகாட்டியாகும். நாம் குறைந்த கர்டோசிஸைப் பெற்றால் (உண்மையாக இருப்பது மிகவும் நல்லது), மேலும் தேவையற்ற முடிவுகளின் தரவுத்தொகுப்பை ஆராய்ந்து ஒழுங்கமைக்க வேண்டும்.



.

மெசோகூர்டிக்: இந்த விநியோகத்தில் சாதாரண விநியோகத்தைப் போலவே கர்டோசிஸ் புள்ளிவிவரமும் உள்ளது. விநியோகத்தின் தீவிர மதிப்புகள் ஒரு சாதாரண விநியோக பண்புக்கு ஒத்தவை என்று பொருள். இந்த வரையறை பயன்படுத்தப்படுகிறது, இதனால் நிலையான சாதாரண விநியோகம் மூன்று கர்டோசிஸைக் கொண்டுள்ளது.

லெப்டோகுர்டிக் (குர்டோசிஸ்>3): விநியோகம் நீண்டது, வால்கள் கொழுப்பாக இருக்கும். மெசோகூர்டிக் விட உச்சம் உயர்ந்தது மற்றும் கூர்மையானது, அதாவது தரவு கனமான வால் அல்லது வெளிநாட்டினரின் பெருக்கம்.

ஹிஸ்டோகிராம் வரைபடத்தின் கிடைமட்ட அச்சை வெளியீட்டாளர்கள் நீட்டிக்கின்றனர், இது தரவுகளின் பெரும்பகுதி ஒரு குறுகிய (“ஒல்லியாக”) செங்குத்து வரம்பில் தோன்றும், இதனால் லெப்டோகுர்டிக் விநியோகத்தின் “ஒல்லியை” தருகிறது.

பிளாட்டிகுர்டிக்: (குர்டோசிஸ்<3): விநியோகம் குறைவாக உள்ளது, வால்கள் சாதாரண விநியோகத்தை விட மெல்லியதாக இருக்கும். மெசோகூர்டிக் விட உச்சம் குறைவாகவும் அக இதற்குக் காரணம், தீவிர மதிப்புகள் சாதாரண விநியோகத்தை விட குறைவாக இருப்பதால் தான்.

முகட்டளவை-ன் அளவீட்டு

அதிர்வெண் விநியோக அடிப்படையிலான கணங்களின் கர்டோசிஸின் அளவானது β2 ஆல் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் வழங்கப்படுகிறது

$$\beta_2 = \mu_4 / \mu_2{}^2$$

If $\beta_2 = 3$ என்றால் விநியோகம் இயல்பானது என்றும் வளைவு மீசோகுடிக் என்றும் கூறப்படுகிறது.லமாகவும் உள்ளது, அதாவது தரவு ஒளி வால் அல்லது வெளிநாட்டினரின் பற்றாக்குறை

If $\beta_2 > 3$ விநியோகம் சாதாரணமானது என்றும் வளைவு லெப்டோகுடிக் என்றும் கூறப்படுகிறது.

22 <3 என்றால் விநியோகம் இயல்பானது என்றும் வளைவு பிளாட்டிகுடிக் என்றும் கூறப்படுகிறது.

உதாரணமாக:

பின்வரும் தரவுகளுக்கு β1 மற்றும் β2 ஐக் கணக்கிடுங்கள்

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f	5	10	15	20	25	20	15	10	5

தீர்வு:

$$\mu_1 = \frac{\Sigma fd}{N} = 0$$

$$\mu_2 = \frac{\Sigma fd^2}{N} = \frac{500}{125} = 4$$

$$\mu_3 = \frac{\Sigma fd^3}{N} = 0$$

$$\mu_4 = \frac{\Sigma fd^4}{N} = \frac{4700}{125} = 37.6$$

$$\beta_1 = \mu_3{}^2 / \mu_2{}^3 = 0 / 4 = 0$$

$$\beta_2 = \mu_4 / \mu_2{}^2 = 37.6 / 4^2 = 2.35$$

22 இன் மதிப்பு 3 க்கும் குறைவாக உள்ளது, எனவே வளைவு பிளாட்டிகுரிட் ஆகும்.

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்

7. முகட்டளவை என்றால் என்ன?
8. மெசோகூர்டிக் என்றால் என்ன?
9. முகட்டளவை-ன் அளவைக் குறிப்பிடுங்கள்

குறிப்பு

5.5 சுருக்கம்

- பொதுவாக, எந்த அதிர்வெண் விநியோகத்திலும், முதல், இரண்டாவது, மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது கணங்கள் என அழைக்கப்படும் நான்கு கணங்கள் பெறப்படுகின்றன. இந்த நான்கு கணங்களும் ஒரு அதிர்வெண் விநியோகத்தின் சராசரி, மாறுபாடு, வளைவு மற்றும் கர்டோசிஸ் பற்றிய தகவல்களை விவரிக்கின்றன.
- மூல கணங்களை தோற்றத்திலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பல்வேறு விலகல்களின் எண்கணித சராசரியாக வரையறுக்கலாம். . மைய கணங்களை விநியோகத்தின் சராசரியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பல்வேறு விலகல் சக்திகளின் எண்கணித சராசரியாக வரையறுக்கலாம்.
- வளைவு என்பது ஒரு தரவின் சமச்சீர்மை அல்லது சமச்சீர்மை என்பதாகும். அதிர்வெண் வளைவிலிருந்து வளைவை எளிதாகக் காணலாம்.
- அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வளைவின் வால் வலதுபுறத்தில் அதிகமாக நீட்டும்போது வளைவு நேர்மறையானது என்று கூறப்படுகிறது அதிர்வெண் விநியோகத்தின் வளைவின் வால் இடதுபுறத்தில் அதிகமாக நீட்டும்போது வளைவு எதிர்மறையானது என்று கூறப்படுகிறது.
- குர்டோசிஸ் என்பது விநியோகத்தின் வால்களைப் பற்றியது - உச்சநிலை அல்லது தட்டையானது அல்ல. தீவிர மதிப்புகளை ஒன்றில் மற்றொன்றுக்கு எதிராக விவரிக்க இது பயன்படுகிறது. இது உண்மையில் விநியோகத்தில் இருக்கும் வெளிநாட்டினரின் அளவீடு ஆகும்.
- தரவுத் தொகுப்பில் உயர் கர்டோசிஸ் என்பது தரவு கனமான வால்கள் அல்லது வெளியீட்டாளர்களைக் கொண்டிருப்பதற்கான ஒரு குறிகாட்டியாகும். தரவு தொகுப்பில் குறைந்த கர்டோசிஸ் என்பது தரவுக்கு ஒளி வால்கள் அல்லது வெளிநாட்டினரின் பற்றாக்குறை இருப்பதற்கான ஒரு குறிகாட்டியாகும்.

5.6 முக்கிய சொற்கள்

கணங்கள், மூல கணங்கள், மைய கணங்கள், வளைவு, நேர்மறை வளைவு, எதிர்மறை கோட்டம், முழுமையான கோட்டம், கோட்டக்கெழு, குர்டோசிஸ், உயர் கர்டோசிஸ், குறைந்த குர்டோசிஸ், மெசோகுர்டிக், பிளாட்டிகுர்டிக்.

5.7 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்கள்

1. கணங்கள் முதலில் எண்கணித வழிமுறையாகும் இரண்டாவது, மூன்றாவது மற்றும் பல, அதாவது ஒரு விநியோகத்தின் சராசரி அல்லது தன்னிச்சையான புள்ளியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட விலகலின் சவா சக்தி. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், கணங்கள் என்பது புள்ளிவிவர நடவடிக்கைகளாகும், அவை விநியோகத்தின் சில பண்புகளை அளிக்கின்றன.

2. மூல கணங்களை தோற்றத்திலிருந்து எடுக்கப்பட்ட பல்வேறு விலகல்களின் எண்கணித சராசரியாக வரையறுக்கலாம்.

3. எண்கணித சராசரி பற்றிய கணங்களுக்கும் ஒரு தோற்றம் பற்றிய கணங்களுக்கும் இடையிலான தொடர்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

$$\mu_1 = \mu'_1 - \mu'_1 = 0$$
$$\mu_2 = \mu'_2 - (\mu'_1)^2$$
$$\mu_3 = \mu'_3 - 3\mu'_2 \ \mu'_1 + 2(\mu'_1)^3$$
$$\mu_4 = \mu'_4 - 4\mu'_3 \ \mu'_1 + 6\mu'_2 (\mu'_1)^2 - 3(\mu'_1)^4$$

4. அதன் மதிப்பு தொடரின் அலகுக்கு மாறாகவும், தொடரின் மாறுபாட்டின் அளவிலும் இருக்க வேண்டும் என்ற பொருளில் இது ஒரு தூய எண்ணாக இருக்க வேண்டும்.

விநியோகம் சமச்சீராக இருக்கும்போது, அது பூஜ்ஜிய மதிப்பைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

அளவிடப்பட்ட மதிப்பை எளிதில் விளக்குவதற்கு இது ஒரு அர்த்தமுள்ள அளவீட்டு அளவைக் கொண்டிருக்க வேண்டும்.

5. முழுமையான கோட்டம் மற்றும் கோட்டக்கெழு

6. கார்ல்-பியர்சனின் முறை, பவுலியின் முறை, கெல்லியின் முறை

7. குர்டோசிஸ் என்பது விநியோகத்தின் வால்களைப் பற்றியது - உச்சநிலை அல்லது தட்டையானது அல்ல. தீவிர மதிப்புகளை ஒன்றில் மற்றொன்றுக்கு எதிராக விவரிக்க இது பயன்படுகிறது. இது உண்மையில் விநியோகத்தில் இருக்கும் வெளிநாட்டினரின் அளவீடு ஆகும்.

8. இந்த விநியோகத்தில் சாதாரண விநியோகத்தைப் போலவே கர்டோசிஸ் புள்ளிவிவரமும் உள்ளது. விநியோகத்தின் தீவிர மதிப்புகள் ஒரு சாதாரண விநியோக பண்புக்கு ஒத்தவை என்று பொருள். இந்த வரையறை பயன்படுத்தப்படுகிறது, இதனால் நிலையான சாதாரண விநியோகம் மூன்று கர்டோசிஸைக் கொண்டுள்ளது.

9. அதிர்வெண் விநியோக அடிப்படையிலான கணங்களின் கர்டோசிஸின் அளவானது $\beta 2$ ஆல் குறிக்கப்படுகிறது மற்றும் வழங்கப்படுகிறது

$$\beta_2 = \mu_4 / \mu_2{}^2$$

If $\beta_2 = 3$ என்றால் விநியோகம் இயல்பானது என்றும் வளைவு மீசோகுடிக் என்றும் கூறப்படுகிறது.

If $\beta_2 > 3$ என்றால் விநியோகம் இயல்பானது என்றும் வளைவு லெப்டோகுடிக் என்றும் கூறப்படுகிறது.

If $\beta_2 < 3$ என்றால் விநியோகம் இயல்பானது என்றும் வளைவு பிளாட்டிகுடிக் என்றும் கூறப்படுகிறது.

5.8 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில்கள்

1. கோட்டத்தின் நடவடிக்கைகள் யாவை?

2. குர்டோசிஸ் என்றால் என்ன? கர்டோசிஸை அளவிடுவதற்கான நடவடிக்கை என்ன?

3. கணங்களை வரையறுக்கவும். மூல கணம் மற்றும் மைய கணம் ஆகியவற்றை வேறுபடுத்துங்கள்

நீண்ட விடை கேள்விகள்

குறிப்பு

1. கோட்டம் மற்றும் கர்டோசிஸ் ஆகியவற்றை வேறுபடுத்தி, அதிர்வெண் விநியோகத்தை விவரிப்பதில் அவற்றின் முக்கியத்துவத்தை வெளிப்படுத்துங்கள்

2. பின்வரும் அட்டவணையில் இருந்து கார்லைக் கணக்கிடுங்கள் - பியர்சனின் கோட்டக்கெழு

தினசரி ஊதியம	150	200	250	300	350	400	450
மக்கள் எண்ணிக்கை	3	25	18	16	4	5	6

3. கணங்களைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் தரவிலிருந்து β1 மற்றும் β2 ஐக் கணக்கிடுங்கள

அளவு	70-90	90-110	110-130	130-150	150-170
அதிர்வெண	8	11	18	9	4

5.9 மேலும் படிக்க

1. Levin, Richard I. and David S. Rubin: Statistics for Management, PrenticeHall, New Delhi.
2. Watsman terry J. and Keith Parramor: Quantitative Methods in FinanceInternational, Thompson Business Press, London.
3. Hooda, R. P.: Statistics for Business and Economics, Macmillan, New Delhi.
4. Hein, L. W. Quantitative Approach to Managerial Decisions, Prentice Hall, NJ

அலகு 6-ஒட்டுறவுபகுப்பாய்வு

அமைப்பு

6.0 அறிமுகம்

நம்முடைய அன்றாட வாழ்க்கையில், இரண்டு மாறிகள் இடையே பரஸ்பர உறவு இருக்கும்போது பல சூழ்நிலைகளைக் காண்கிறோம், அதாவது ஒரு மாறியின் மதிப்பில் மாற்றம் (வீழ்ச்சி அல்லது உயர்வு) மற்ற மாறியின் மதிப்பில் மாற்றம் (வீழ்ச்சி அல்லது உயர்வு) இருக்கலாம் எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பொருளின் விலை அதிகரிக்கும் போது பொருட்களின் தேவை குறைகிறது. அழுத்தத்தின் அளவு அதிகரிப்பதில், ஒரு நிலையான வெப்பநிலையில் ஒரு வாயுவின் அளவு குறைகிறது. இந்த உண்மைகள் ஒரு பொருளின் தேவைக்கும் அதன் விலைக்கும் அழுத்தம் மற்றும் அளவுக்கும் இடையில் நிச்சயமாக சில பரஸ்பர உறவுகள் இருப்பதைக் குறிக்கின்றன. இத்தகைய தொடர்பு தொடர்பு பகுப்பாய்வில் ஆய்வு செய்யப்படுகிறது. தொடர்பு என்பது ஒரு புள்ளிவிவர கருவியாகும், இது இரண்டு மாறிகள் மற்றும் தொடர்பு பகுப்பாய்வு ஆகியவற்றுக்கு இடையிலான உறவின் அளவு அல்லது தீவிரம் அல்லது அளவை அளவிடும் மற்றும் இரு மாறிகள் இடையேயான உறவின் அளவை ஆய்வு செய்வதற்கும் அளவிடுவதற்கும் பயன்படுத்தப்படும் பல்வேறு முறைகள் மற்றும் நுட்பங்களை உள்ளடக்கியது.

6.1 நோக்கங்கள்

இந்த அத்தியாயத்தை படித்த பின்பு பின்வரும் பாடக் கருத்துக்களை புரிந்துக்கொள்ள இயலும்.

- சிதறல் விளக்கப்படத்தின் கருத்தை புரிந்து கொள்ளலாம்.
- கார்ல் பியர்சனின் ஒட்டுறவுக்கெழு மற்றும் அதை கணக்கிடுவதற்கான முறைகள் பற்றிய கருத்து.
- ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை ஒட்டுறவுக்கெழு

6.2 ஒட்டுறவு

ஒட்டுறவுஎன்பது ஒரு புள்ளிவிவர நுட்பமாகும், இது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் ஒருவருக்கொருவர் குறிப்புடன் ஏற்ற இறக்கமாக இருக்கும் அளவை அல்லது அளவை அளவிடும் மற்றும் பகுப்பாய்வு செய்கிறது. இது மாறிகளுக்கு இடையேயான சார்புநிலையைக் குறிக்கிறது. டிகிரி -1 முதல் 1 வரையிலான ஒரு குணகத்தால் வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. மாற்றத்தின் திசை+அல்லது - அறிகுறிகளால் குறிக்கப்படுகிறது.முந்தைய, இயக்கத்தை ஒரே திசையிலும், பின்னர், எதிர் திசையிலும் குறிக்கிறது.தொடர்பு என்பது மாற்றத்தின்

ஒப்பீட்டு அளவின் மூலம் உறவை வெளிப்படுத்துகிறது மற்றும் மாறிகள் வெளிப்படுத்தப்படும் அலகுகளுடன் இது ஒன்றும் செய்யவில்லை.

6.3 நேரியல் ஒட்டுறவு

ஒரு மாறியில் ஏற்படும் மாற்றத்தின் அளவு மற்ற மாறியின் மாற்றத்தின் அளவிற்கு நிலையான விகிதத்தைத் தாங்கினால், நேரியல்ஒட்டுறவு என்று கூறப்படுகிறது. உதாரணத்திற்கு,

X	5	10	15	20	25
Y	90	170	230	310	420

6.4 ஒட்டுறவின் வகைகள்

ஒட்டுறவுக்கு மூன்று முக்கியமான வகைகள் உள்ளன. அவை

1. நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை ஒட்டுறவு

2. எளிய, பகுதி மற்றும் பல ஒட்டுறவு

3. நேரியல் மற்றும் நேரியல் அல்லாத ஒட்டுறவு

1. நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை ஒட்டுறவு

இரண்டு மாறிகள் மாற்றத்தின் திசைக்கு ஏற்ப ஒட்டுறவுவகைப்படுத்தப்படுகிறது. இது சம்பந்தமாக,ஒட்டுறவுநேர்மறை அல்லது எதிர்மறையாக இருக்கலாம்.

நேர்மறை ஒட்டுறவுஎன்பது ஒரே திசையில் மாறிகளின் மாற்றத்தை (இயக்கம்) குறிக்கிறது. இரண்டு மாறிகள் ஒரே திசையில் அதிகரிக்கின்றன அல்லது குறைக்கப்படுகின்றன, இது நேர்மறை ஒட்டுறவுஎன்று அழைக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, கணவன் மற்றும் மனைவியின் வயது, தனிநபர்களின் குழுவின் உயரம் மற்றும் எடை, மழை அதிகரிப்பு மற்றும் நெல் உற்பத்தி, சலுகை மற்றும் விற்பனை ஆகியவற்றில் அதிகரிப்பு உள்ளது.

எதிர்மறை ஒட்டுறவுஎன்பது எதிர் திசையில் மாறிகளின். வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு மாறியின் மதிப்பில் அதிகரிப்பு (குறைவு) தொடர்ந்து மற்றொன்றின் மதிப்பில் குறைவு (அதிகரிப்பு) குறைதல் எதிர்மறை ஒட்டுறவுஎன்று கூறப்படுகிறது. இது இல்லையெனில் அதிகரிப்புஒட்டுறவு என அழைக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, விலை மற்றும் தேவை, பயிர் விளைச்சல் மற்றும் விலை ஆகியவற்றுக்கு இடையே எதிர்மறையான ஒட்டுறவுஉள்ளது.

பின்வரும் வெளியேற்றங்கள் நேர்மறை ஒட்டுறவுமற்றும் எதிர்மறை ஒட்டுறவுபற்றிய கருத்தை விளக்குகின்றன. மாற்றத்தை (இயக்கம்) குறிக்கிறது.

நேர்மறைஒட்டுறவு

X	**5**	**7**	**9**	**11**	**16**	**20**	**28**
y	**20**	**26**	**35**	**37**	**48**	**50**	**55**

எதிர்மறை

ஒட்டுறவு

X	**14**	**17**	**23**	**35**	**46**
y	**16**	**12**	**10**	**9**	**5**

எளிய, பகுதி மற்றும் பல ஒட்டுறவு

எளிய ஒட்டுறவுஎன்பது X மற்றும் Y ஆகிய இரு மாறிகள் இடையேயான உறவின் வலிமையையும் திசையையும் தீர்மானிக்கப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு நடவடிக்கையாகும். ஒரு எளிய ஒட்டுறவுக்கெழு -1 முதல் 1 வரை இருக்கலாம். இருப்பினும், சில எளிய தொடர்புகளின் அதிகபட்ச (அல்லது குறைந்தபட்ச) மதிப்புகளை அடைய முடியாது ஒற்றுமை(i.e., 1 or –1).

நாம் இரண்டு மாறிகள் மட்டுமே படிக்கும்போது,தொடர்பு எளியஒட்டுறவு என விவரிக்கப்படுகிறது் எடுத்துக்காட்டு, பணத்தின் அளவு மற்றும் விலை நிலை, தேவை மற்றும் விலை போன்றவை. ஆனால் பல ஒட்டுறவுகளில் ஒரே நேரத்தில் இரண்டு மாறிகளுக்கு மேல் படிக்கிறோம் எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு பொருளின் விலை, தேவை மற்றும் வழங்கல் ஆகியவற்றின் உறவு.

வேறு சில மாறிகள் தவிர்த்து இரண்டு மாறிகள் பற்றிய ஆய்வு பகுதி ஒட்டுறவுஎன அழைக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, விலை மற்றும் தேவையைப் படிப்போம், விநியோக பக்கத்தை நீக்குகிறோம்.

3. நேரியல் மற்றும் நேரியல் அல்லாத ஒட்டுறவு

நேரியல் ஒட்டுறவு என்பது இரண்டு மாறிகள் ஒன்றாக மாறுபடும் அளவின் அளவீடு அல்லது இரண்டு மாறிகள் இடையேயான சங்கத்தின் தீவிரத்தின் அளவீடு ஆகும்.

இரண்டு மாறிகள் இடையே மாற்றத்தின் விகிதம் ஒரே மாதிரியாக இருந்தால், அவற்றுக்கிடையே நேரியல் ஒட்டுறவு இருக்கும். பின்வருவதைக் கவனியுங்கள்.

X	6	12	18	24
Y	5	10	15	20

மாறிகள் இடையே மாற்றத்தின் விகிதம் ஒன்றே.

ஒரு வளைவு அல்லது நேரியல் அல்லாத ஒட்டுறவுகளில், ஒரு மாறியில் ஏற்படும் மாற்றத்தின் அளவு மற்ற மாறிகள் மாற்றத்தின் அளவின் நிலையான விகிதத்தைத் தாங்காது. நேரியல் அல்லது வளைவு உறவின் வரைபடம் ஒரு வளைவை உருவாக்கும்.

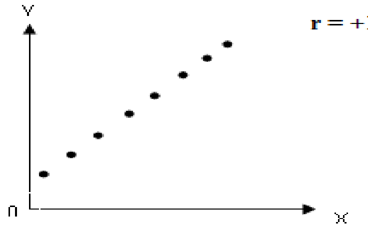
பெரும்பாலான சந்தர்ப்பங்களில், வளைவு உறவை நாங்கள் காண்கிறோம், இது ஒரு சிக்கலான ஒன்றாகும், எனவே ஆய்வின் கீழ் உள்ள மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவு நேரியல் என்று பொதுவாக கருதுகிறோம். சமூக அறிவியலில், நேரியல் தொடர்பு அரிதானது, ஏனென்றால் துல்லியமானது இயற்கை அறிவியலைப் போல சரியானதல்ல.

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்
1. ஒட்டுறவுஎன்றால் என்ன?
2. நேரியல் ஒட்டுறவுகளை வரையறுக்க?
3. பல்வேறு வகையான ஒட்டுறவுகளை பட்டியலிடுங்கள்?

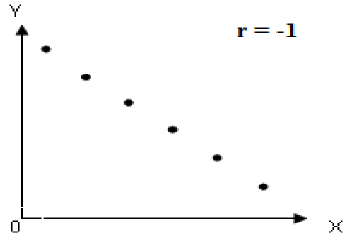
6.5 சிதறல் விளக்கப் படம்

இது வரைபட பிரதிநிதித்துவத்தின் எளிய மற்றும் கவர்ச்சிகரமான முறையாகும். இந்த முறையில், கொடுக்கப்பட்ட தரவு புள்ளிகள் வடிவத்தில் ஒரு

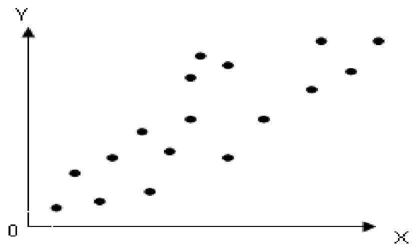
வரைபடத் தாளில் திட்டமிடப்பட்டுள்ளது. ஓ மாறிகள் கிடைமட்ட அச்சில் மற்றும் செங்குத்து அச்சில் ல மாறிகள் மீது திட்டமிடப்பட்டுள்ளன. இப்போது நாம் பல்வேறு புள்ளிகளின் சிதறல் அல்லது செறிவை அறிய முடியும். இதுஒட்டுறவு வகையைக் காண்பிக்கும்.



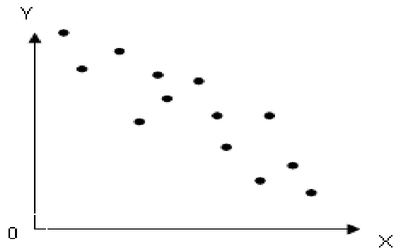
Perfect Positive Correlation



Perfect Negative Correlation

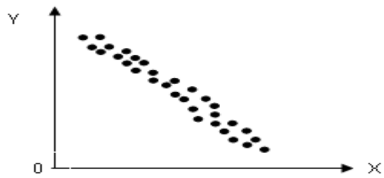


Low Degree of Positive Correlation

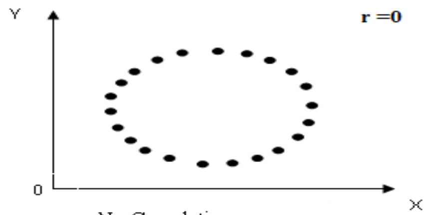


Low Degree of Negative Correlation

High Degree of Positive Correlation



High Degree of Negative Correlation



No Correlation

No Correlation

6.6 இரு-வழி அட்டவணை

இருவழி அட்டவணை (தற்செயல் அட்டவணை என்றும் அழைக்கப்படுகிறது) என்பது வகைப்படுத்தப்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவுகளை ஆராய ஒரு பயனுள்ள கருவியாகும் இரு வழி அட்டவணையின் கலங்களில் உள்ளீடுகள் அதிர்வெண் எண்ணிக்கைகள் அல்லது தொடர்புடைய அதிர்வெண்களாக இருக்கலாம் (ஒரு வழி அட்டவணை போல).

	Dance	Sports	TV	Total
Men	2	10	8	20
Women	16	6	8	30
Total	18	16	16	50

இருவழி அட்டவணைக்கு மேலே 50 பெரியவர்கள் -20 ஆண்கள் மற்றும் 30 பெண்களுக்கு பிடித்த ஓய்வு நடவடிக்கைகளைக் காட்டுகிறது. அட்டவணையில் உள்ளீடுகள் அதிர்வெண் எண்ணிக்கைகள் என்பதால், அட்டவணை ஒரு அதிர்வெண் அட்டவணை.

6.7 பியர்சனின் ஒட்டுறவுக்கெழு

பிரிட்டிஷ் பயோமெட்ரிஷியன் கார்ல் பியர்சன் (1867-1936) இந்த முறையை பரிந்துரைத்தார். இது பிரபலமாக பியர்சனின் தொடர்பு திறன் என அழைக்கப்படுகிறது. இரண்டு மாறிகளுக்கு இடையிலான நேரியல் உறவின் அளவை அளவிடுவதற்கான கணித முறை இது.

பியர்சனின் தொடர்பு குணகம் என்பது புள்ளிவிவர உறவை அல்லது தொடர்பை அளவிடும் சோதனை புள்ளிவிவரங்கள் ஆகும்.இரண்டு தொடர்ச்சியான மாறிகள் இடையே. வட்டி மாறுபாடுகளுக்கிடையேயான தொடர்பை அளவிடுவதற்கான சிறந்த முறை என இது அறியப்படுகிறது, ஏனெனில் இது கோவாரன்ஸ் முறையை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

(அ) கூட்டு சராசரி முறை

$$r=\frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x2\ \sum y2}}$$

உதாரணமாக:

பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து பியர்சனின் ஒட்டுறவுக்கெழுக் கண்டறியவும்

Sales	15	18	22	28	32	46	52
Profit	52	66	78	87	96	125	141

தீர்வு

விற்பனையை x மற்றும் லாபத்தை y ஆல் குறிக்கட்டும்.

ஒட்டுறவுக்கெழுக் கணக்கீடு

X	$X-\bar{X}$	X^2	Y	$Y-\bar{Y}$	Y^2	XY
15	-15.43	238.98	52	-40.14	1611.22	619.36
18	-12.43	154.50	66	-26.14	683.30	324.92
22	-8.43	71.06	78	-14.14	199.94	119.20
28	-2.43	5.90	87	-5.14	26.42	12.49
32	1.57	2.46	96	3.86	14.90	6.06
46	15.57	242.42	125	32.86	1079.78	511.63
52	21.57	465.26	141	48.86	2387.30	1053.91
$\sum x=213$	$\sum x=-0.01$	$\sum x^2=1179.68$	$\sum y=645$	$\sum y=0.02$	$\sum y^2=6{,}002.86$	$\sum xy=2647.57$

$X=\sum x/N=213/7=30.43$

$Y=\sum y/N=645/7=92.14$

$$\sum x^2=1179.68,\sum y^2=6002.86,\sum xy=2647.57$$

$$r=\frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}=\frac{2647.57}{\sqrt{1179.68x6{,}002.86}}=\frac{2647.57}{\sqrt{1179.68x6{,}002.86}}$$

$$=\frac{2647.57}{34.35x77.48}=\frac{2647.57}{2661.44}=0.99$$

எனவே,x க்கும் y க்கும் அதிக அளவு நேர்மறையான தொடர்பு உள்ளது.

ஒட்டுறவுபகுப்பாய்வு

குறிப்பு

6.8 ஸ்பியர்மேன்களின் தரவரிசை ஒட்டுறவுக்கெழு

புள்ளிவிவரங்களில், ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை ஒட்டுறவுக்கெழு அல்லது ஸ்பியர்மேனின் ரோ, சார்லஸ் ஸ்பியர்மேனின் பெயரிடப்பட்டது மற்றும் பெரும்பாலும் கிரேக்க எழுத்து P(rho)or ஆல் குறிக்கப்படுகிறது அல்லது r_s என்பது தரவரிசை ஒட்டுறவுக்கெழு ஒப்பற்ற அளவீடு ஆகும் (இரண்டு மாறிகள் தரவரிசைகளுக்கு இடையிலான புள்ளிவிவர சார்பு).ஒரு மோனோடோனிக் செயல்பாட்டைப் பயன்படுத்தி இரண்டு மாறிகள் இடையேயான உறவை எவ்வளவு நன்றாக விவரிக்க முடியும் என்பதை இது மதிப்பிடுகிறது.

இரண்டு மாறிகள் இடையேயான ஸ்பியர்மேன் ஒட்டுறவுஅந்த இரண்டு மாறிகளின் தரவரிசை மதிப்புகளுக்கு இடையிலான பியர்சன் ஒட்டுறவுக்கு சமம் பியர்சனின் தொடர்பு நேரியல் உறவுகளை மதிப்பிடுகையில், ஸ்பியர்மேனின் தொடர்பு மோனோடோனிக் உறவுகளை மதிப்பிடுகிறது (நேரியல் அல்லது இல்லாவிட்டாலும்).மீண்டும் மீண்டும் தரவு மதிப்புகள் இல்லாவிட்டால், ஒவ்வொரு மாறிகள் மற்றொன்றின் சரியான மோனோடோன் செயல்பாடாக இருக்கும்போது 1 அல்லது −1 இன் சரியான ஸ்பியர்மேன் தொடர்பு ஏற்படுகிறது.

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)}$$

தொடர்ச்சியான மற்றும் தனித்துவமான ஆர்டினல் மாறிகள் இரண்டிற்கும் ஸ்பியர்மேனின் ஒட்டுறவுக்கெழு பொருத்தமானது. ஸ்பியர்மேன்கள் இரண்டையும் மிகவும் பொதுவான தொடர்பு குணகத்தின் சிறப்பு நிகழ்வுகளாக வடிவமைக்க முடியும்.

உதாரணமாக:

இரண்டு ஆசிரிய உறுப்பினர்கள் உதவித்தொகைக்கு 12 வேட்பாளர்களை தரவரிசைப்படுத்தினர். ஸ்பியர்மேன் தரவரிசை ஒட்டுறவுக்கெழு கணக்கிடுங்கள்.

வேட்பாளர்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
பேராசிரியர்A	8	12	6	4	9	15	8	7	16	13
பேராசிரியர் B	9	16	10	8	14	19	12	11	20	17

தீர்வு

R_x	R_y	$d= R_x- R_y$	d^2
8	9	-1	1
12	16	-4	16
6	10	-4	16
4	8	-4	16
9	5	4	16
15	10	5	25
8	7	1	1
7	11	-4	16
16	15	1	1
13	18	-5	25
			$\sum d^2=133$

Self-Instructional Material

$$r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(133)}{10(100-1)} = 1 - \frac{798}{990}$$

= 1-0.8060

r = 0.194

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்

4. சிதறல் விளக்கப்படத்தின் பயன்கள் யாவை?
5. ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை ஒட்டுறவுக் கணக்கிட சூத்திரத்தை எழுதுக?

6.9ஒட்டுறவுக்கெழுவின் பண்புகள் கூட்டுறவு

1. ஒட்டுறவுக்கெழு -1 மற்றும் 1 க்கு இடையில் உள்ளது: ஒட்டுறவுக்கெழு-1 அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மதிப்பை எடுக்க முடியாது 1. குறியீடாக,-1<=r<= +1 அல்லது | r | <1.

2. ஒட்டுறவுக்கெழு தோற்றம் மாற்றத்திலிருந்து சுயாதீனமாக உள்ளன: X மற்றும் Y ஆகியவற்றின் அனைத்து மதிப்புகளிலிருந்தும் எந்தவொரு மாறிலியையும் கழித்தால், அது ஒட்டுறவுக்கெழுவை பாதிக்காது என்பதை இந்த சொத்து வெளிப்படுத்துகிறது.

3. ஒட்டுறவுக்கெழுகள் சமச்சீரின் தன்மையைக் கொண்டுள்ளன: இரண்டு மாறிகள் இடையேயான உறவின் அளவு சமச்சீர் ஆகும்.

4. ஒட்டுறவுக்கெழு அளவின் மாற்றத்திலிருந்து சுயாதீனமாக உள்ளது: X மற்றும் Y ஆகியவற்றின் அனைத்து மதிப்புகளையும் நாம் பிரித்து அல்லது பெருக்கினால், அது ஒட்டுறவுக்கெழுவை பாதிக்காது என்பதை இந்த சொத்து வெளிப்படுத்துகிறது.

5. ஒட்டுறவுக்கெழுவின் மதிப்பு எப்போதும் 1 மற்றும் -1 க்கு இடையில் இருக்கும்.

6. r = 1 ஆக இருக்கும்போது,மாறிகள் இடையே சரியான நேர்மறையான தொடர்பு உள்ளது.

7. r = - 1 ஆக இருக்கும்போது,மாறிகளுக்கு இடையே சரியான எதிர்மறை தொடர்பு உள்ளது.

8. r = 0 போது,மாறிகள் இடையே எந்த உறவும் இல்லை.

மேலே கொடுக்கப்பட்ட மூன்றாவது சூத்திரம், அதாவது

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$$

கணக்கிடுவது எளிது, மேலும் X மற்றும் Y தொடர்களின் நிலையான விலகலை தனித்தனியாக கணக்கிடுவது அவசியமில்லை.

6.10 சுருக்கம்

- ஒட்டுறவுஎன்ற சொல் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவின் அளவைக் குறிக்கிறது.

- சிதறல் விளக்கப் படம் என்பது இரண்டு மாறிகள் இடையே தொடர்பு இருப்பதைக் கண்டறிய ஒரு சிறப்பாக எழுதப்பட்ட சாதனம்.
- கார்ல் பியர்சன் ஒட்டுறவுக்கெழு$r(x,y)$ = $r=\frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x2 \sum y2}}$
- ஒட்டுறவுக்கெழுr –1 மற்றும் 1 க்கு இடையில் உள்ளது. (அதாவது) $-1 \leq r \leq 1$
- r = 1 ஆக இருக்கும்போது,தொடர்பு சரியான நேர்மறையானது
- r = –1 ஆக இருக்கும்போது,தொடர்பு சரியான எதிர்மறையாக இருக்கும்
- r = 0 ஆக இருக்கும்போது,மாறிகளுக்கு இடையில் எந்த உறவும் இல்லை, (அதாவது) மாறிகள் ஒன்றோடொன்று தொடர்புடையவை அல்ல.
- ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை ஒட்டுறவு என்பது பண்புரீதியான பண்புகளைக் கையாள்கிறது.

6.11 முக்கிய சொற்கள்

ஒட்டுறவு, ஸ்பியர்மேனின் தரவரிசை ஒட்டுறவு, பியர்சன் ஒட்டுறவு,ஒட்டுறவுக்கெழு,சிதறல் விளக்கப் படம்

6.12 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்

1. ஒட்டுறவுஎன்ற சொல் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவின் அளவைக் குறிக்கிறது
2. நேரியல் ஒட்டுறவுஎன்பது இரண்டு மாறிகள் ஒன்றாக மாறுபடும் அளவின் அளவீடு அல்லது இரண்டு மாறிகள் இடையேயான சங்கத்தின் தீவிரத்தின் அளவீடு ஆகும்
3. நேர்மறை மற்றும் எதிர்மறை ஒட்டுறவு, எளிய, பகுதி மற்றும் பல ஒட்டுறவு, நேரியல் மற்றும் நேரியல் அல்லாத ஒட்டுறவு
4. சிதறல் விளக்கப்படம் என்பது இரண்டு மாறிகள் இடையே தொடர்பைக் கண்டறிய ஒரு கிரா∴பிக் சாதனம்
5. $r_s = 1 - \frac{6\sum D^2}{n(n^2-1)}$

6.13 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில்கள்

1. பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து ஒட்டுறவுக்கெழுக் கணக்கிடுங்கள்: ΣX=50, ΣY=–30, $\Sigma X2$ =290, $\Sigma Y2$ =300, ΣXY=–115, N=10
2. பின்வரும் தரவு ஒரு குறிப்பிட்ட தேர்வில் A மற்றும் B பாடங்களில் உள்ள மதிப்பெண்களைப் பற்றியது. A = 39.5 இல் சராசரி மதிப்பெண்கள்,B = 47.5 இல் சராசரி மதிப்பெண்கள் A = 10.8 இல் மதிப்பெண்களின் நிலையான விலகல் மற்றும் B = 16.8 இல் மதிப்பெண்களின் நிலையான விலகல். A இல் உள்ள மதிப்பெண்களுக்கும் B இல் உள்ள மதிப்பெண்களுக்கும் இடையேயான ஒட்டுறவுக்கெழு 0.42 ஆகும். A இல் 52 மதிப்பெண்கள் பெற்ற வேட்பாளருக்கு B இல் மதிப்பெண்களின் மதிப்பீட்டைக் கொடுங்கள்.

3. சிதறல் விளக்கப்படம் என்றால் என்ன?

நீண்ட விடை கேள்விகள்

1. சமீபத்திய பழுதுபார்ப்பு வேலைகளின் சீரற்ற மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டது மற்றும் மதிப்பிடப்பட்ட செலவு, உண்மையான செலவு பதிவு செய்யப்பட்டது. ஸ்பியர்மேனின் ஒட்டுறவு-ன் மதிப்பைக் கணக்கிடுங்கள்

Estimated cost	70	68	67	55	60	75	63	60	72
Actual cost	65	65	80	60	68	75	62	60	70

2. கார்ல் பியர்சனின் ஒட்டுறவுக்கெழு மற்றும் ஸ்பியர்மேனின் ஒட்டுறவுக்கெழு ஆகியவற்றை வேறுபடுத்துங்கள்

3. எடுத்துக்காட்டுகளுடன் ஒட்டுறவு-ன் வகைகளை விளக்குங்கள்.

6.14 மேலும் படிக்க

1. Statistics (Theory & Practice) by Dr. B.N. Gupta. SahityaBhawan Publishers andDistributors (P) Ltd., Agra.
2. Statistics for Management by G.C. Beri. Tata McGraw Hills Publishing CompanyLtd., New Delhi.
3. Business Statistics by Amir D. Aczel and J. Sounderpandian. Tata McGraw HillPublishing Company Ltd., New Delhi.
4. Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda. MacMillan India Ltd., NewDelhi.
5. Business Statistics by S.P. Gupta and M.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., NewDelhi.
6. Statistical Method by S.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.
7. Statistics for Management by Richard I. Levin and David S. Rubin. Prentice Hallof India Pvt. Ltd., New Delhi.
8. Statistics for Business and Economics by Kohlar Heinz. Harper Collins., NewYork

அலகு7-உடன் தொடர்புப் போக்குபகுப்பாய்வு

அமைப்பு

7.0 அறிமுகம்

தொடர்புப் போக்கு என்பது பின்வாங்குவது அல்லது திரும்பிச் செல்வது என்று பொருள். இது முதன்முதலில் 1877 இல் பிரான்சிஸ் கால்டனால் பயன்படுத்தப்பட்டது. தந்தையின் உயரத்திற்கும் அவர்களின் மகன்களுக்கும் இடையிலான உறவை அவர் ஆய்வு செய்தார். என்று ஆய்வில் தெரியவந்துள்ளது

- உயரமானதந்தைகளுக்கு உயரமான மகன்களும், குறுகிய தந்தைகளுக்கு குறுகிய மகன்களும் உள்ளனர்.
- உயரமான தந்தையின் மகன்களின் சராசரி உயரம் அவர்களின் தந்தையின் சராசரி உயரத்தை விட குறைவாக உள்ளது.
- குறுகிய தந்தையின் மகன்களின் சராசரி உயரம் அவர்களின் தந்தையின் சராசரி உயரத்தை விட அதிகம்.

திரும்பிச் செல்வதற்கான போக்கை கால்டன் 'தொடர்புப் போக்கின் கோடு' என்று அழைத்தார். இரண்டு மாறிகள் இடையேயான சராசரி உறவை விவரிக்கும் இந்த வரி தொடர்புப் போக்கின் வரி என அழைக்கப்படுகிறது.

புள்ளிவிவர மாதிரியாக்கத்தில், பின்னடைவு பகுப்பாய்வு என்பது மாறிகள் இடையேயான உறவுகளை மதிப்பிடுவதற்கான புள்ளிவிவர செயல்முறைகளின் தொகுப்பாகும்.இடையேயான உறவில் கவனம் செலுத்தும்போது, பல மாறிகள் மாடலிங் மற்றும் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கான பல நுட்பங்களை இது கொண்டுள்ளது. மேலும் குறிப்பாக, சுயாதீன மாறிகள் ஏதேனும் மாறுபடும் போது சார்பு மாறியின் (அல்லது "அளவுகோல் மாறி") பொதுவான மதிப்பு எவ்வாறு மாறுகிறது என்பதைப் புரிந்துகொள்ள தொடர்புப் போக்குபகுப்பாய்வு உதவுகிறது, அதே நேரத்தில் மற்ற சுயாதீன மாறிகள் நிலையானதாக இருக்கும்.

தொடர்புப் போக்குகணிப்பு மற்றும் முன்கணிப்புக்கு பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அங்கு அதன் பயன்பாடு இயந்திர கற்றல் துறையில் கணிசமான ஒன்றுடன் ஒன்று உள்ளது.

7.1 நோக்கங்கள்

இந்த அத்தியாயத்தைப் படித்த பிறகு மாணவர்கள் புரிந்து கொள்ள முடியும்

- தொடர்புப் போக்கு மற்றும் தொடர்புக்கெழுக்களின் கருத்து
- தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடுகளின் வகைகள்
- தொடர்புப் போக்கு கோடுகள் x இல் y மற்றும் y இல் x

7.2 தொடர்புப் போக்கு

தொடர்புப் போக்குபகுப்பாய்வு என்பது விளைவு மாறி மற்றும் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் இடையேயான உறவை மதிப்பிடுவதைக் குறிக்கிறது. விளைவு மாறுபாடு சார்பு அல்லது மறுமொழி மாறி மற்றும் ஆபத்து கூறுகள் என அழைக்கப்படுகிறது, மேலும் கோ.ஃபவுண்டர்கள் முன்னறிவிப்பாளர்கள் அல்லது சுயாதீன மாறிகள் என அழைக்கப்படுகின்றன. சார்பு மாறி “y” ஆல் காட்டப்படுகிறது மற்றும் சுயாதீன மாறிகள் பின்னடைவு பகுப்பாய்வில் “x” ஆல் காட்டப்படுகின்றன.

7.3 நேர்கோட்டு தொடர்புப் போக்கு

நேர்கோட்டு தொடர்புப் போக்குகவனிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு ஒரு நேர்கோட்டு சமன்பாட்டைப் பொருத்துவதன் மூலம் இரண்டு மாறிகள் இடையேயான உறவை மாதிரியாக்க முயற்சிக்கிறது. ஒரு மாறி ஒரு விளக்க மாறி என்று கருதப்படுகிறது, மற்றொன்று சார்பு மாறியாக கருதப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு மாதிரியானது ஒரு நேர்கோட்டு தொடர்புப் போக்குமாதிரியைப் பயன்படுத்தி தனிநபர்களின் எடையை அவற்றின் உயரத்துடன் தொடர்புபடுத்த விரும்பலாம்.

7.4 தொடர்புப் போக்கின் வகைகள்

தொடர்புப் போக்குசமன்பாடு என்பது தொடர்புப் போக்குகோடுகளின் இயற்கணித வெளிப்பாடு ஆகும். சுயாதீன மாறிகளின் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளிலிருந்து சார்பு மாறியின் மதிப்புகளை கணிக்க இது பயன்படுகிறது. இரண்டு தொடர்புப் போக்குகோடுகள் இருப்பதால், இரண்டு தொடர்புப் போக்குசமன்பாடுகள் உள்ளன. X மற்றும் Y ஆகிய இரண்டு மாறிகள், இரண்டு தொடர்புப் போக்குசமன்பாடுகள் உள்ளன. அவை.

- Yஇன் மீதுX இன் தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடு.
- X இன் மீது Y இன் தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடு.

7.4.1 Y இன் மீது X இன் தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடு

நேர் கோடு சமன்பாடு$X = a + by$

இங்கே a மற்றும் b அறியப்படாத மாறிலிகள், இது நிலையை தீர்மானிக்கிறது. மாறிலி என்பது மற்ற மதிப்பின் இடைமறிப்பு நிலையான b என்பது சாய்வு பின்வரும் இரண்டு சாதாரண சமன்பாடுகள் பெறப்படுகின்றன்

$$\sum x = na + b\sum y$$

$$\sum xy = a\sum x + b\sum y^2$$

Y இன் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புக்கு X இன் மதிப்புகளைக் கண்டறிய Y இல் உள்ள தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

உடன் தொடர்புப் போக்குபகுப்பாய்வு

குறிப்பு

7.4.2 X இன் மீது Y இன் தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடு

நேர் கோடு சமன்பாடு$Y = a + bx$
பின்வரும் இரண்டு சாதாரண சமன்பாடுகள் பெறப்படுகின்றன

$$\sum y=na+b\sum x$$
$$\sum xy=a\sum x+b\sum x^2$$

X இல் கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புக்கு y இன் மதிப்பைக் கண்டறிய X இல் உள்ள தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடு பயன்படுத்தப்படுகிறது.

உதாரணமாக:

தொடர்புப் போக்கு சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும், பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து x இல் y மற்றும் y இல் x இல்:

X	15	20	25	30	35	40	45
y	8	14	20	26	32	38	44

தீர்வுகள்

x	**y**	**X^2**	**Y^2**	**xy**
15	8	225	64	120
20	14	400	196	280
25	20	625	400	500
30	26	900	676	780
35	32	1225	1024	1120
40	38	1600	1444	1520
45	44	2025	1936	1960
$\sum x=210$	**$\sum y=182$**	**$\sum x^2=7000$**	**$\sum y^2=5740$**	**$\sum xy=6300$**

$$\sum x=210; \sum y=182; \sum x^2=7000; \sum y^2=5740; \sum xy=6300$$

Y இல் பின்னடைவு சமன்பாடு x ஆகும்$y = a + by$

எனவே $\sum x=na+b\sum y$

$\sum xy=a\sum x+b\sum y^2$

$210=7a+182b$ (1)
$6300=182a+5740b$ (2)

சமன்பாட்டை (1) 26 ஆல் பெருக்குகிறது $5460=182a+4732b$ (3)
$6300 = 182a + 5740b$ (4)

சமன்பாட்டிலிருந்து (3) கழித்தல் (2) $6300=18\ 182a+5740b$ (4)

$5460=182a+4732b$ (3)(-) (-) (-)

$840=0 + 1008b$

எனவே,$b=840/1008=0.83$

b இன் மதிப்பை Eq இல் மாற்றுதல;.(1)

$210=7a+(182x0.83)$
$210=7a+151.06$
$7a + 151.06=210$
$7a=210-151.06$
$7a=58.94$
$a= 8.42$

எனவே, $x=a+by$

$x=8.42 + 0.83\ y$

Self-Instructional Material

x இல்y இன் பின்னடைவு $Eqy=a+bx$

எனவே, $\sum y=Na+b\sum y^2$

$182=7a+210b$

(1)

$6300=210a+700b$

(2)

(1) Eq.30˙ ஆல் பெருக்குதல் $5460=210a+6300b$

(3)

$6300=210a+7000b$

(4)

Eq(4)இலிருந்து கழித்தல்Eq (3) $6300=210a+700b$ (3)

$\underline{5460=210a+6300b}$

(4)

$840=0 \quad +700b$

$700=840$

$b=840/700$

$=1.2$

b இன் மதிப்பை Eq இல் மாற்றுதல். (1) $182=7a+(120x1.2)$

$182=7a+252$

$7a+252=182$

$7a=182-252$

$7a= -70$

$a= -10$

எனவே, $y= -10+1.$

7.5 மீச்சிறு வர்க்கமுறைமூலம் பொருந்துதல்

1. வளைவு பொருத்துதல்

வளைவு பொருத்துதல் என்பது கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்பிற்கான சமன்பாட்டின் வடிவத்தில் சார்பு மற்றும் சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையிலான கணித உறவுகளை அறிமுகப்படுத்தும் செயல்முறையாகும்.

2. மீச்சிறு வர்க்கமுறை

பின்வரும் இரண்டு நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்யப்படும் வகையில் அறியப்படாத a மற்றும் b இன் மதிப்புகளைக் கண்டறிய மீச்சிறு வர்க்கமுறை நமக்கு உதவுகிறது:

- Y இன் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகளின் மீதமுள்ள (விலகல்கள்) தொகை மற்றும் Y இன் தொடர்புடைய (மதிப்பிடப்பட்ட) மதிப்புகள் பூஜ்ஜியமாக இருக்கும்.$\sum(Y-Y\hat{})=0$ $\sum(Y-Y\hat{})=0.$
- YY இன் கவனிக்கப்பட்ட மதிப்புகள் மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்புகள் ($Y\hat{}Y$ ^) இன் மீதமுள்ள

உடன் தொடர்புப் போக்குபகுப்பாய்வு

குறிப்பு

Self-Instructional Material

(விலகல்கள்) மீச்சிறு வர்க்கங்களின்தொகை குறைந்தபட்சம் இருக்க வேண்டும்$\sum(Y-Y\hat{})2\sum(Y-Y^)^{2.}$

- YY இன் அனுசரிக்கப்படும் மதிப்புகளின் மீதமுள்ள (விலகல்கள்) மீச்சிறு வர்க்கங்களின் தொகை மற்றும் அதனுடன் தொடர்புடைய எதிர்பார்க்கப்படும் மதிப்புகள் (Yˆ Y^)குறைந்தது $\sum(Y-Y\hat{})2\sum(Y-Y^)^{2}$ஆக இருக்க வேண்டும்.

3. நேர்கோட்டுடன் பொருத்தம்

கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு மீச்சிறு வர்க்கங்களின் முறையால் ஒரு நேர் கோடு பொருத்தப்படலாம். ஒரு நேர் கோடு அல்லது மீச்சிறு வர்க்கமுறையின் சமன்பாடு $Y = a + bX$ ஆகும், இங்கு a மற்றும் b ஆகியவை மாறிலிகள் அல்லது அறியப்படாதவை.

இந்த மாறிலிகளின் மதிப்புகளைக் கணக்கிட, சமன்பாட்டில் உள்ள மாறிலிகளின் எண்ணிக்கையைப் போல பல சமன்பாடுகள் நமக்குத் தேவை. இந்த சமன்பாடுகள் சாதாரண சமன்பாடுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. ஒரு நேர் கோட்டில் a மற்றும் b ஆகிய இரண்டு மாறிலிகள் உள்ளன, எனவே நமக்கு இரண்டு சாதாரண சமன்பாடுகள் தேவை.

'a' க்கான இயல்பான சமன்பாடு $\sum Y=na+b\sum X$

'b' க்கான இயல்பான சமன்பாடு $\sum XY=a\sum X+b\sum X2$

உதாரணமாக:

கொடுக்கப்பட்ட எடுத்துக்காட்டு மீச்சிறு வர்க்கமுறையைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம் ஒரு நேர் கோடு அல்லது மீச்சிறு வர்க்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டை எவ்வாறு கண்டுபிடிப்பது என்பதை விளக்குகிறது, இது புள்ளியியலிலும் கணிதத்திலும் மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

X	1	2	3	4	5
y	2	5	3	8	7

தீர்வுகள்

X	**Y**	**XY**	**X^2**	**1.1+1.3X**	**Y- $\hat{Y}$**
1	2	2	1	2.4	-0.4
2	5	10	4	3.7	1.3
3	3	9	9	5.0	-2
4	8	32	16	6.3	1.7
5	7	35	25	7.6	-0.6
$\sum X=15$	**$\sum Y=25$**	**$\sum XY=88$**	**$\sum X^2=55$**	**போக்கு மதிப்புகள்**	**$\sum(Y-\hat{Y}=)$**

மீச்சிறு வர்க்கமுறையின் சமன்பாடு$Y=a+bx$

'a'க்கான இயல்பான சமன்பாடு

$\sum Y=na+b\sum X$ $25=5a+15b$$\sum Y=na+b\sum X$ $25=5a+15b$ ---- (1)

'b' க்கான இயல்பான சமன்பாடு $\sum XY=a\sum X+b\sum X2$ $88=15a+55b$ ----(2)

சமன்பாடு (1) மற்றும் (2) இலிருந்து ஒரு நீக்கு, சமன்பாட்டை (2) 3 ஆல் பெருக்கி, சமன்பாட்டிலிருந்து (2) கழிக்கவும். இவ்வாறு நாம் ய மற்றும் டி இன் மதிப்புகளைப் பெறுகிறோம்.

இங்கே a = 1.1 மற்றும் b = 1.3 எக்ஸ்

போக்குகள் மதிப்புகளுக்கு, மேலே உள்ள சமன்பாட்டில் X இன் மதிப்புகளை வைக்கவும்

7.6 தொடர்புப் போக்கு சமன்பாட்டின்கணக்கீடு

1. X மற்றும் Y எண்கணித வழிமுறைகளிலிருந்து விலகல்கள் எடுக்கப்படும்போது

தொடர்புப் போக்கு சமன்பாட்டைக் கண்டுபிடிப்பதற்கான மேற்கண்ட முறை கடினம். அதற்கு பதிலாக,X மற்றும் Yமதிப்பு களின் விலகல்களை அந்தந்த சராசரிகளிலிருந்து நாம் பயன்படுத்தலாம்.

(i) Y இல் X இன் பின்னடைவு சமன்பாடு

X இல் Y இன் பின்னடைவு சமன்பாட்டையும் பின்வரும் வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தலாம்-

$$\mathbf{X - \bar{X} = r\ \sigma x\ /\sigma y\ (Y-\bar{Y})}$$

இங்கே,$\bar{X}$ என்பது Xமதிப்பு களின் சராசரி மற்றும் $\bar{Y}$ என்பது Yமதிப்பு களின் சராசரி.

r σx / σy என்பது Y இல் X இன் தொடர்புக்கெழு மற்றும் இது b_{xy} ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. Y இல் ஒரு அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய X இன் மாற்றத்தின் அளவை b_{xy} அளவிடுகிறது.

$$\mathbf{r\ \sigma x/\sigma y = bxy = \sum xy/\sum y^2}$$

இங்குx=(X-$\bar{X}$) and y=(Y-$\bar{Y}$)

(ii) X இல் Y இன் பின்னடைவு சமன்பாடு

X இல் Y இன் தொடர்புப் போக்கு சமன்பாட்டையும் பின்வரும் வடிவத்தில் வெளிப்படுத்தலாம்-

$$\mathbf{Y - \bar{Y} = r\ \sigma y/\sigma x(X - \bar{X})}$$

r σy/σx என்பது X இல் Y இன் தொடர்புக்கெழு மற்றும் இது b_{yx} ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. குறிக்கப்படுகிறது. X இன் அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய Y இன் மாற்றத்தின் அளவை b_{yx}அளவிடுகிறது.

$$\mathbf{r\ \sigma y/\sigma x = b_{yx} = (\sum xy)/\sum x^2}$$

இரண்டு தொடர்புக்கெழுக்களின் (b_{xy}& b_{yx}) வடிவியல் சராசரியான தொடர்புக்கெழுயை நாம் கணக்கிட முடியும், அதாவது.

$$\mathbf{r = \sqrt{(b_{xy})\times(b_{yx})}}$$

2. ஊகசராசரிகளிலிருந்து விலகல்கள் எடுக்கப்படும் போது

Xமற்றுமY மதிப்புகளின் உண்மையான வழிகளைப் பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக, எந்தவொரு தன்னிச்சையான உருப்படியையும் (மதிப்பில்) சராசரியாகப் பயன்படுத்துகிறோம்.

X மற்றும் Y மதிப்புகளின் விலகல்களை அந்தந்த வழிமுறையிலிருந்து எடுத்துக்கொள்வதை நாங்கள் கருதுகிறோம்.

தொடர்புப் போக்குY இல் X ஆக இருக்கும்போது தொடர்புக்கெழுவைக் கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரம் பின்வருமாறு:

$$\mathbf{r}\,\frac{\sigma \mathbf{y}}{\sigma \mathbf{x}} = \mathbf{b_{yx}} = \frac{\sum(dx)(dy) - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{N}}{\sum(dx)\wedge 2 - \frac{(\sum dx)\wedge 2}{N}}$$

எங்கே dx = (X-A_x) {A_x = மதிப்புகளின் சராசரிர மற்றும் dy = (Y-A_y) {A_y =மதிப்புகளின் சராசரி

தொடர்புப் போக்குX இல் Y ஆக இருக்கும்போது தொடர்புக்கெழுவைக் கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரம் பின்வருமாறு:

$$\mathbf{r}\,\frac{\sigma \mathbf{x}}{\sigma \mathbf{y}} = \mathbf{b_{xy}} = \frac{\sum(dx)(dy) - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{N}}{\sum(dy)\wedge 2 - \frac{(\sum dy)\wedge 2}{N}}$$

தொகுக்கப்பட்ட அதிர்வெண் விநியோகத்தைப் பொறுத்தவரை,தொடர்புக்கெழுக்கள்பிவாரியேட் அதிர்வெண் அட்டவணையிலிருந்து (அல்லது தொடர்பு அட்டவணை) கணக்கிடப்படுகின்றன.

தொடர்புப் போக்குX இல் Y ஆக இருக்கும்போது தொடர்புக்கெழுவைக் கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரம் (தொகுக்கப்பட்ட அதிர்வெண் விநியோகத்தின் போது) பின்வருமாறு-

$$\mathbf{r}\,\frac{\sigma \mathbf{y}}{\sigma \mathbf{x}} = \mathbf{b_{yx}} = \frac{\sum f(dx)(dy) - \frac{(\sum fdx)(\sum fdy)}{N}}{\sum(fdx)\wedge 2 - \frac{(\sum fdx)\wedge 2}{N}} \times \frac{hy}{hx}$$

hx= மாறியின் X,hy வகுப்பு இடைவெளி மற்றும் = மாறியின் **Y** வகுப்பு இடைவெளி தொடர்புப் போக்குY இல் X ஆக இருக்கும்போது தொடர்புக்கெழுவைக் கணக்கிடுவதற்கான சூத்திரம் (தொகுக்கப்பட்ட அதிர்வெண் விநியோகத்தின் போது) பின்வருமாறு-

$$\mathbf{r}\,\frac{\sigma \mathbf{x}}{\sigma \mathbf{y}} = \mathbf{b_{xy}} = \frac{\sum f(dx)(dy) - \frac{(\sum fdx)(\sum fdy)}{N}}{\sum(fdy)\wedge 2 - \frac{(\sum fdy)\wedge 2}{N}} \times \frac{hx}{hy}$$

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்

1. தொடர்புக்கெழு என்றால் என்ன?
2. கருதப்பட்ட சராசரியைக் கணக்கிட பயன்படுத்தப்படும் சூத்திரம் என்ன?
3. மீச்சிறு வர்க்கமுறை என்ன?

7.7 தொடர்புப் போக்கு சமன்பாடு-ன் பண்புகள்

தொடர்புப் போக்கு சமன்பாட்டில் ($Y_e = a + bX$) நிலையான 'b'தொடர்புக்கெழு என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது கோட்டின் சாய்வை தீர்மானிக்கிறது, அதாவது X இன் அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய Y இன் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம், எனவே இது "சாய்வு குணகம்" என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

1. தொடர்புக்கெழுஎன்பது இரண்டு தொடர்புக்கெழுக்களின் வடிவியல் சராசரி ஆகும். குறியீடாக, இதை இவ்வாறு வெளிப்படுத்தலாம்:

$$\mathbf{r} = \sqrt{\mathbf{b_{xy}} + \mathbf{b_{yx}}}$$

2. தொடர்புக்கெழு-ன் மதிப்பு ஒற்றுமையை மீறக்கூடாது, அதாவது 1. எனவே,தொடர்புக்கெழு ஒன்று ஒற்றுமையை விட அதிகமாக இருந்தால், மற்றொன்று ஒற்றுமையை விட குறைவாக இருக்க வேண்டும்.

3. தொடர்புக்கெழுக்களின் அடையாளம் ஒரே மாதிரியாக இருக்கும், அதாவது அவை நேர்மறை அல்லது எதிர்மறையாக இருக்கும். எனவே, ஒரு தொடர்புக்கெழு எதிர்மறையாகவும் மற்றொன்று நேர்மறையாகவும் இருக்க முடியாது.

4. ஒட்டுறவுக்கெழுதொடர்புக்கெழுக்களின்அதே அடையாளத்தைக் கொண்டிருக்கும், அதாவது தொடர்புக்கெழுக்களுக்கு நேர்மறையான அடையாளம் இருந்தால்,"r" நேர்மறையாகவும் நேர்மாறாகவும் இருக்கும்.

5. இரண்டு தொடர்புக்கெழுக்களின் சராசரி மதிப்பு ஒட்டுறவுகளின் மதிப்பை விட அதிகமாக இருக்கும். குறியீடாக, இதை இவ்வாறு குறிப்பிடலாம்

$$\frac{b_{xy} + b_{yx}}{2} > r$$

6. தொடர்புக்கெழுக்கள் தோற்றத்தின் மாற்றத்திலிருந்து சுயாதீனமானவை, ஆனால் அளவுகோலில் இல்லை. தோற்றத்தின் அடிப்படையில்,X மற்றும் Y மதிப்பிலிருந்து ஏதேனும் மாறிலி கழிக்கப்பட்டால் பின்னடைவு தொடர்புக்கெழுக்களில் எந்த விளைவும் இருக்காது என்று அர்த்தம். அளவின் அடிப்படையில்,X மற்றும் Y மதிப்பு ஏதேனும் மாறினால் பெருக்கப்பட்டால் அல்லது வகுக்கப்பட்டால்,தொடர்புக்கெழுக்களும் மாறும்.

உடன் தொடர்புப் போக்குபகுப்பாய்வு

குறிப்பு

எனவே,தொடர்புக்கெழுக்களைத் தீர்க்கும்போது இந்த பண்புகள் அனைத்தும் மனதில் வைக்கப்பட வேண்டும்.

7.8 சுருக்கம்

- கவனிக்கப்பட்ட தரவுகளுக்கு நேரியல் சமன்பாட்டைப் பொருத்துவதன் மூலம் இரு மாறிகள் இடையேயான உறவை மாதிரியாக மாற்ற நேர்கோட்டு தொடர்புப் போக்கு முயற்சிக்கிறது
- தொடர்புப் போக்கு பகுப்பாய்வு என்பது விளைவு மாறி மற்றும் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகளுக்கு இடையிலான உறவை மதிப்பிடுவதைக் குறிக்கிறது
- மீச்சிறு வர்க்கமுறையால் கொடுக்கப்பட்ட தரவுக்கு ஒரு நேர் கோடு பொருத்தப்படலாம்
- தொடர்புப் போக்கு சமன்பாட்டில் (Ye = a + bX) நிலையான ‘b’தொடர்புக்கெழு என்று அழைக்கப்படுகிறது. இது கோட்டின் சாய்வை தீர்மானிக்கிறது, அதாவது X இன் அலகு மாற்றத்துடன் தொடர்புடைய Y இன் மதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றம், எனவே இது “சாய்வு குணகம்” என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

7.8 முக்கிய சொற்கள்

தொடர்புப்போக்கு,நேர்கோட்டு தொடர்புப் போக்கு,தொடர்புக்கெழுவின் வகைகள்,தொடர்புக்கெழுவின் பண்புகள்

7.9 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்

1. தொடர்புப் போக்கு பகுப்பாய்வு என்பது விளைவு மாறி மற்றும் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறிகள் இடையேயான உறவை மதிப்பிடுவதைக் குறிக்கிறது

$$\mathbf{r}\,\frac{\sigma y}{\sigma x} = \mathbf{b_{yx}} = \frac{\sum(dx)(dy) - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{N}}{\sum(dx)\wedge 2 - \frac{(\sum dx)\wedge 2}{N}}$$

2. தொடர்புப் போக்குX இல; Y ஆக இருக்கும்போது

$$\mathbf{r}\,\frac{\sigma x}{\sigma y} = \mathbf{b_{xy}} = \frac{\sum(dx)(dy) - \frac{(\sum dx)(\sum dy)}{N}}{\sum(dy)\wedge 2 - \frac{(\sum dy)\wedge 2}{N}}$$

தொடர்புப் போக்குY இல் X ஆக இருக்கும்போது

3. மீச்சிறு வர்க்கமுறைஅறியப்படாத a மற்றும் b இன் மதிப்புகளை பின்வரும் இரண்டு நிபந்தனைகள் பூர்த்தி செய்ய உதவும் வகையில் கண்டுபிடிக்க உதவுகிறது:

Self-Instructional Material

- $\sum(Y-Y\hat{})=0 \sum(Y-Y\hat{})=0$.
- $\sum(Y-Y\hat{})2\sum(Y-Y\hat{})^2$.

7.10 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய கேள்வி பதில்

1. தொடர்புக்கெழு என்றால் என்ன?

2. தொடர்புப் போக்கைவரையறுத்து, இரண்டு தொடர்புப் போக்குசமன்பாடுகளை எழுதுங்கள்

3. பல்வேறு வகையான தொடர்புப் போக்கைவிவரிக்கவும்

4. தொடர்புப் போக்குபகுப்பாய்வின் பயன்கள் யாவை?

நீண்ட கேள்வி மற்றும் பதில்

1. மீச்சிறு வர்க்கமுறை-ன் கொள்கையை விளக்குங்கள்

2. தொடர்புப் போக்குசமன்பாடுகளின் பண்புகளைக் கூறுங்கள்

3. X மற்றும் Y மாறிகள் (X,Y) ஜோடிகளின் 5 மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் முடிவுகள்

பெற்றார்.. ΣX=15, ΣY=25, ΣX2=55, ΣY2=135, ΣXY=83. . சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்

தொடர்புப் போக்குகோடுகள் மற்றும்X,Y= 8 என்றால் X மற்றும் Y இன் மதிப்புகளை மதிப்பிடுங்கள்X= 12.

4. பின்வரும் தகவல்களைப் பயன்படுத்தி நீங்கள் (i) நேர்கோட்டு தொடர்புப் போக்குகைப் பெறுமாறு கோரப்படுகிறீர்கள்Y இல் X (ii) ஆய்வு செய்யும் போது வழங்கப்பட்ட குறைபாடுள்ள பகுதிகளின் அளவை மதிப்பிடுங்கள்செலவு ரூ .28,000ΣX=424, ΣY=363, ΣX2 =21926, ΣY2 =15123,ΣXY=12815 , N=10 இங்கே X என்பது ஆய்வுக்கான செலவு,Yஎன்பது வழங்கப்பட்ட குறைபாடுள்ள பாகங்கள்.

7.11 மேலும் படிக்க

1. Statistics (Theory & Practice) by Dr. B.N. Gupta. SahityaBhawan Publishers andDistributors (P) Ltd., Agra.
2. Statistics for Management by G.C. Beri. Tata McGraw Hills Publishing CompanyLtd., New Delhi.
3. Business Statistics by Amir D. Aczel and J. Sounderpandian. Tata McGraw HillPublishing Company Ltd., New Delhi.
4. Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda. MacMillan India Ltd., NewDelhi.
5. Business Statistics by S.P. Gupta and M.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., NewDelhi.
6. Statistical Method by S.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

அலகு -8 குறியீட்டு எண்

அமைப்பு

8.0 அறிமுகம்

குறியீட்டு எண்கள் என்பது ஒரு மாறி அல்லது ஒரு குழுவிலுள்ள மாறிகளில், காலம், இடம் அல்லது மற்ற குணங்கனளப் பொறுத்து ஏற்படும் மாற்றங்க ளை அளவிட க் கூடிய ஒரு முனறயாகும். இது மிகப் பரவலாக பயன்படுத்தப்படுகிற புள்ளியியல் கருவிகளில் ஒன் றாகும்.

குறியீட்டு எண் என்பது பொருளாதாரத்தின் துடிப்பை உணருவதற்குப் பயன்பட்டது மேலும் பணவீக்கம் மற்றும் பண இழப்பு போக்கினை வெளிக்கொணர்கிறது . உண்மையில், பொருளதார செயல்பாடுகளைஅறியும் அளவீடாக நோக்கப்படுகிறது, ஏனெனில் ஒருவர் பொருளாதார நிகழ்வுகளைப் பற்றி ஒரு முடிவெடுப்பதற்கு , விவசாய உற்பத்தி குறியீட்டு எண்கள்,தொழில் உற்பத்தி குறியீட்டு எண்கள் மற்றும் வணிக செயல்பாடுகளின் குறியீட்டு எண்கள் போன்ற பலவற்றைஅவர் சோதிக்க வேண்டியிருக்கிறது. பல விதமான குறியீட்டு எண்களும் உள்ளன. மேலும் அவற்றைப் பற்றி மாணவர்க ள் இப்பாடத்தில் கற்க இருக்கிறார்கள்

8.1 நோக்கங்கள்

- குறியீட்டு எண்களின் கருத்துருக்கள் மற்றும் போக்கங்கனளப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- விலை மற்றும் அளவுகளில் ஒரு கால அளவில் ஏற்படும் மாற்றத்தினை அளவிடும் குறியீடுகளைக் கணக்கிடுதல்.
- ஒரு விழுமிய குறியீட்டு எண பூர்த்தி வெய்யக்கூடிய சோதனைகனளப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- குறியீட்டு எண்கனள வடிவமைப்பதில் உள்ள எல்லைகளை புரிந்துவ்கொள்ளுதல்.
- நுகர்வோர் விலைக்கு குறியீட்டு எணனைப் புரிந்துகொள்ளுதல்

குறிப்பு

8.2 குறியீட்டு எண்கள்

குறியீட்டெண் என்பது காலம் புவியமைப்பு மற்றும் பிரகாரணிகளால் இரு தொடர்புடைய மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை ஒப்பிட்டு அளக்கும் புள்ளியியல் அளவையாகும் வணிகச் செயல்பாட்டை பாதிக்கும் மற்றும் நேரடி திறன் கொண்ட சில காரணிகளின் மதிப்புகளில் உள்ள மாறுபாடுகளைப் படிப்பதன் மூலம் வணிகச் செயல்பாட்டில் ஏற்படும் மாற்றங்களைப் படி க்க முடியும்.

குறியீட்டு எண்கள் அவை அளவிட விரும்பும் மாறிகள் அடிப்படையில் வகைப்படுத்தப்படலாம். வணிகத்தில், குறியீட்டு எண் நுட்பங்கள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் அளவீடுகளில் வெவ்வேறு குழுக்கள் (i) விலை, (i i) அளவு, (i i i) மதிப்பு மற்றும் (i v) வணிக செயல்பாடுஆகவே, மொத்த விலைகளின் குறியீடு, நுகர்வோர் விலைகளின் குறியீடு, தொழில்துறை உற்பத்தியின் குறியீடு, ஏற்றுமதியின் மதிப்பின் குறியீடு மற்றும் வணிக நடவடிக்கைகளின் குறியீடு போன்றவை உள்ளன

மாஸ்லோவின் கருத்துப்படி, "குறியீட்டு எண்ணானது பலவித பொருளாதார சூழல்களில் ஒரு குறிப்பிட்டகாலத்தில் அல்லது தளத்தில் ஏற்படும் மாற்றத்தைஅளவிடக்கூடிய ஒரு எண்மதிப்பாகும்.”

கிராக்ஸ்டன் மற்றும் கௌடன் (Cr osodan and cowt on) அவர்களின் கருத்துப்படி, “குறியீட்டு எண்களானது ஒரு தொகுப்பில் உள்ளதொடர்புடைய மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களைஅளவிட வடிவமைக்கப்பட்டஒரு கருவியாகும்.”

“சில அளவுளின் நகர்வின் போக்கையும், ஏற்ற இறக்கங்களையும் பிரதிபலிக்கக் கூடிய ஒரு தொடரே குறியீட்டு எங்களுக்கும்” என பௌலி விவரிக்கிறார்.

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

8.2.1 குறியீட்டு எண்களின் வகைகள்

(i) விலைக்குறியீட்டு எண்கள்(Price Index number)

விலைக்குறியீட்டு எண்கள் (Price Index number) என்பது ஒரு சிறப்பு வாய்ந்த சராசரி. இது வெவ்வேறு அலகுகளிலுள்ள பொருட்களின் விலை தொகுப்பில் ஏற்படும், தொடர்புடைய மாற்றங்களை ஆய்வு செய்கிறது. இங்கு ஒப்பிடுதல் என்பது பொருட்களின் விலையைப் பொறுத்து செய்யப்படுகிறது . விலைக்குறியீட்டு எண்கள், மொத்தவிற்பனை விலைக்குறியீட்டு எண்கள் மற்றும் சிறு விற்பனை விலைகுறியீட்டு எண்கள் எனஇருவகைகள் உண்டு.

(ii) அளவு குறியீட்டு எண்கள்(Quantity index number)

அளவு குறியீட்டு எண்கள் (Quantity index number) உற்பத்தி செய்யப்பட்ட , வாங்கப்பட்ட அல்லது நுக ரப்பட்டபொருட்களின் அளவுகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடுவதே அளவு குறியீட்டு எண்கள் எனப்படும். இங்கு ஒப்பிடுதல் என்பது பொருட்களின் அளவுகளைப் பொறுத்தே அமைகிறது.

(iii) மதிப்பு குறியீட்டு எண்கள்(Value index Number)

மதிப்பு குறியீட்டு எண்கள் (Value index number) ஒரு குறிப்பிட்டகாலத்தின் மொத்தமதிப்பை அடிப்படையாக கொண்டு மற்றொரு காலத்தின் மொத்தமதிப்பில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடுவதே மதிப்பு குறியீட்டு எண்களாகும் . எடுத்துக்காட்டாக இருப்பு மதிப்பு , விற்பனை மதிப்பு , விற்பனை இலாப மதிப்பு போன்றவைகள் இக்குறியீட்டு எண்களில் ஆய்வு செய்யப்படுகிறது.

8.2.2 குறியீட்டு எண்களின் கட்டமைப்பில் உள்ள சிக்கல்கள்

எந்தவொரு குறியீட்டு எண்களின் உண்மையான கட்டுமானத்தைத் தொடங்குவதற்கு முன் பின்வரும் சிக்கல்கள் / அம்சம் தொடர்பான முடிவை எடுக்க வேண்டும்.

(i) கட்டுமானத்தின் கீழ் உள்ள குறியீட்டு எண்களின் நோக்கம்

(ii) அடிப்படைக் காலம் தேர்வு

(iii) பொருட்களின் தேர்வு

(iv) மூல தரவின் தேர்வு

(v) தரவு சேகரிப்பு

(vi) சராசரி தேர்வு

(vii) வெயிட்டிங் முறை

8.2.3 குறியீட்டு எண்களை வடிவமைப்பதின் வழிமுறைகள்

இந்த நோக்கத்திற்கான குறியீட்டு எண் இரண்டாக பிரிக்கப்பட்டுள்ளது:

1. **நிறையிடப்படாத**
   - எளிய மொத்த முறை
   - எளிய விலைசார்புகளின் சராசரிமுறை

2. நிறையிடப்பட்ட

- நிறையிட்டமொத்த முறை
- நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி

நிறையிடப்படாத குறியீட்டு எண்கள்

நிறையிடப்படாத குறியீட்டு எண்கள் என்பது இரு காலங்களுக்கு இடையில் ஒரு பொருளின் அல்லது ஒரு தொகுப்பிலுள்ளபொருட்களின் விலையில் ஏற்படும் சதவீத மாற்றத்தைக்கொடுப்பதாகும்.

இக்குறியீட்டு எண்கள் அமைக்கும் முறையில், ஆய்வுக்கு எடுத்துக்கொள்ளப்படும் அனைத்துப் பொருட்களும் சம மதிப்புடையதாகும். இதில் இரண்டு முறைகள் உள்ளன.

எளிய மொத்த முறை

இந்த முறையில், ஒரு குறிப்பிட்ட (நடப்பு) ஆண்டில் பொருட்களின் மொத்த விலை ஒரு அடிப்படை ஆண்டில் பொருட்களின் மொத்த விலையால் வகுக்கப்பட்டு சதவீதமாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது:

$$P_{01} = \frac{\sum P1}{\sum P0} \times 100$$

எளிய விலை சார்புகளின் சராசரி முறை

இம்முறையில் வெவ்வேறு பொருட்களுக்கான, விலைசார்புகள் பெறப்பட்டு, அவைகளின் சராசரியைகூட்டு சராவரியாகவோ அல்லது பெருக்கு சராசரியாகவோ பெறுகிறோம். விலைசார்பு என்பது, நடப்பாண்டின் விலையைஅடிப்படைஆண்டு விலையின் சதவீதமாககொடுக்கப்பட்டமதிப்பு ஆகும்.

கூட்டுசராசரி மற்றும் பெருக்கு சராசரி முறைகளில், இக்குறியீட்டு எண்ணைப் பெரும் சூத்திரங்கள் கீழேகொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

P_{01} = $\frac{1}{n}\Sigma\frac{P1}{P0}x100$ (கூட்டு சராசரி முறையில்)

P_{01} = எதிர் மடக்கை $\frac{(log\Sigma\frac{P1}{P0}\,x\,100)}{n}$ (பெருக்கு சராசரி முறையில்)

எளிய விலை சார்புகளின் சராசரி முறை, எளிய மொத்த முறையை விட எளிமையானது மற்றும் விண்ணப்பிக்க எளிதானது. ஒரே தீமை என்னவென்றால், அது எல்லா பொருட்களுக்கும் சமமான எடையைக் கொடுக்கும்

உதாரணமாக: 1

2017 மற்றும் 2018 ஆம் ஆண்டிற்கான நான்கு வெவ்வேறு பொருட்களின் விலைகள் பின்வருமாறு. (1) எளிய மொத்த முறை

குறியீட்டு எண்

.

குறிப்பு

Self-Instructional Material

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

மற்றும் (2) எளிய விலை சார்புகளின் சராசரி முறையை, எண்கணித சராசரி மற்றும் வடிவியல் சராசரி இரண்டையும் பயன்படுத்தி கணக்கிடுங்கள், 2017 ஐ அடிப்படையாக எடுத்துக் கொள்ளுங்கள்

Commodity	பருத்தி	கோதுமை	அரிசி	பயிறுகள்
Price in 2017	909	288	767	659
Price in 2018	874	305	910	573

தீர்வு:

பொருட்கள்	**2017 ஆம் ஆண்டில் விலை(₹) P_0**	**2018 ஆம் ஆண்டில் விலை(₹) P_1**	**Price relative $P=\frac{P1}{P0}\times 100$**	**log p**
பருத்தி	909	874	69.15	1.9829
கோதுமை	288	305	105.90	2.0249
அரிசி	767	910	118.64	2.0742
பயிறுகள்	659	573	86.95	1.9393
Total	**$\Sigma P_0 = 2623$**	**$\Sigma P_1 = 2662$**	**$\Sigma P = 407.64$**	**$\Sigma \log P = 8.0213$**

எளிய மொத்த முறை

$$P_{01} = \frac{\Sigma P1}{\Sigma P0} \times 100 = \frac{2662}{2623} \times 100 = \mathbf{101.49}$$

எளிய விலை சார்புகளின் சராசரி முறை(கூட்டு சராசரி முறையில்)

$$\mathbf{P_{01}} = \frac{1}{n}\Sigma\frac{P1}{P0}x100 = \frac{1}{4}\ (407.64)\ x\ 100 = \mathbf{101.91}$$

விலை சார்புகளின் சராசரி முறை (பெருக்கு சராசரி முறையில்)

$$\mathbf{P_{01}} = \text{எதிர் மடக்கை}\frac{(log\Sigma\frac{P1}{P0}x\,100)}{n} = antilog\left(\frac{8.0213}{4}\right) = \mathbf{101.23}$$

நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்கள்

பொருட்களின் பொருளாதார முக்கியத்துவத்தை வெளிக்கொணரவே, அவைகளுக்கு நிறைகள் கொடுக்கப்படுகின்றன. பொதுவாக நுகர்வு அளவு அல்லது மதிப்பு நிறைகளாக பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

நிறையிட்டகுறியீட்டு எண்களும் இருவகைகளாகும். அவை

(i) நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண்

(ii) நிறையிட்ட சார்புகளின் சராசரி

நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டுஎண்

இம்முறையில் பொருட்களின் விலைக்கு அடிப்படைஆண்டிலோ அல்லது நடப்பு ஆண்டிலோ சந்தைப்படுத்தப்பட்டஅளவினை நிறைகளாக எடுக்கப்படுகின்றது.

நிறைகளை ஒதுக்குவதில் வெவ்வேறு முறைகள் உள்ளதால், குறியீட்டு எண்களை கட்டமைப்பதில் வெவ்வேறு முறைகள் உள்ளன. இம்முறைகளில் பயன்படுத்தப்படும் சில முக்கிய சூத்திரங்கள்

அ) லாஸ்பியரின் குறியீடு (Laspeyre's Index)

ஆ) பாஷியின் குறியீடு (Paasche's Index)

இ) பிஷரின் குறியீடு (Fisher's Ideal Index)

ஈ) மார்ஷல்-எட்ஜ்வொர்த் குறியீடு (Marshall-Edgeworth Index)

அ) லாஸ்பியரின்குறியீடு

இந்த முறையில் அடிப்படை ஆண்டின் அளவுகள் நிறைகளாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன.

குறிப்பு

$$P_{01} = \frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x100$$

ஆ) பாசியின் குறியீடு

இந்த முறையில் , நடப்பாண்டின் அளவுகள் நிறைகளாக எடுத்துக் கொள் ளப்படுகின்றன. இங்கு தொடர்ச்சியாக மாற்றியமைக்கப்பட்ட நிறைகளையே பயன்படுத்துவதால் , பொருட்களின் எண்ணிக்கை அதிகமாக இருக்கும் பட்சத்தில், இந்த முறை அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படுவதில்லை.

$$P_{01} = \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1} x100$$

இ) பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்

இது லாஸ்பியர் மற்றும் பாசியின் குறியீட்டு எண்களின் பெருக்கு சராசரி ஆகும். எனவே

$$P_{01} = \sqrt{\text{Laspeyre's Index} \times \text{Paashe's Index}}$$

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1} x100}$$

ஈ) மார்ஷல்-எட்ஜ்வொர்த் குறியீடு

இம் முறையில் அடிப்படை மற்றும் நடப்பு ஆண்டுகளின் விலை மற்றும் அளவுகள் கருத்தில் எடுத்துக் கொள்ளப்படுகின்றன

$$P_{01} = \left(\frac{\sum P1q0 + \sum P1q1}{\Sigma P0q0 + \sum P0q1}\right) x100$$

$$P_{01} = \frac{\sum P1(q0 + q1)}{\Sigma P0\ (q0 + q1)} x100$$

உதாரணமாக2

(1) லாஸ்பேயரின் குறியீட்டு எண் (2) பாஷ்சின் குறியீட்டு எண் (3) ஃபிஷரின் சிறந்த குறியீட்டு எண் (4) மார்ஷல்-எட்ஜ்வொர்த் குறியீட்டு எண்ணைப் பயன்படுத்தி 2011 ஆம் ஆண்டிற்கான எடையுள்ள நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண்களை 2010 உடன் அடிப்படை ஆண்டாக கணக்கிடுக.

குறிப்பு

பொருட்கள்	விலைகள்		அளவுகள்	
	2010	2011	2010	2011
A	10	12	20	22
B	8	8	16	18
C	5	6	10	11
D	4	4	7	8

தீர்வு:

பொருட்கள்	விலைகள்		அளவுகள்		P_1q_0	P_0q_0	P_1q_1	P_0q_1
	2010 P_0	2011 P_1	2010 q0	2011 q1				
A	10	12	20	22	240	200	264	220
B	8	8	16	18	128	128	144	144
C	5	6	10	11	60	50	66	55
D	4	4	7	8	28	28	32	32
					$\Sigma P_1q_0 = 456$	$\Sigma P0q0 = 406$	$\Sigma P_1q_1 = 506$	$\Sigma P_0q_1 = 451$

லாஸ்பியரின் குறியீடு:

$$P_{01} = \frac{\Sigma P1q0}{\Sigma P0q0} x\ 100 = \frac{456}{406} x\ 100 = \mathbf{112.32}$$

பாஷ்சின் குறியீட்டு எண்

$$P_{01} = \frac{\Sigma P1q1}{\Sigma P0q1} x\ 100 = \frac{506}{451} x\ 100 = \mathbf{112.20}$$

∴பிஷரின் சிறந்த குறியீட்டு எண்

$$P_{01} = \sqrt{\text{Laspeyre's Index} \times \text{Paashe's Index}}$$

$$P_{01} = \sqrt{112.32\ x\ 112.20} = \mathbf{112.26}$$

மார்ஷல்-எட்ஜ்வொர்த் குறியீட்டு எண்

$$P_{01} = \frac{\Sigma P1(q0 + q1)}{\Sigma P0\ (q0 + q1)} x\ 100 = \left(\frac{456+506}{406+451}\right) x\ 100 = \mathbf{112.38}$$

நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி

நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரியானது நிறையிடப்படாத விலை சார்புகளுக்கு நிறையிட்டு (நிறையைஅறிமுகம் படுத்தி) கணக்கிடப்படுகிறது. இங்கு நாம் கூட்டுசராசரியோ அல்லது பெருக்கு சராசரியோ பயன்படுத்தலாம்.

நிறையிட்ட விலை சார்புகளின்கூட்டு சராசரி

$\frac{P1}{P0} x\ 100$ என்பது விலைசார்பு மற்றும் $w = p0q0$ என்பது பொருளுக்கு கொடுக்கப்பட்ட நிறை எனில் நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி

$$\Sigma \frac{\left(\frac{P1}{P0} x\ 100\right) x P0q0}{P0q0} = \frac{\Sigma P1q0}{\Sigma P0q0} x\ 100 = \frac{\Sigma pw}{\Sigma w}$$

குறியீட்டு எண்

பெருக்கு சராசரியை பயன்படுத்தி, நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி, கீழ்க்கண்ட சூத்திரத்தை கொண்டு கணக்கிடப்படுகிறது.

P_{01} = எதிர் மடக்கை $\left(\frac{\Sigma w \log p}{\Sigma w}\right)$

எடுத்துக்காட்டு 3

பின்வரும் தரவுகளுக்கான நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக

குறிப்பு

பொருட்கள்	விலைகள்		அளவுகள்
	நடப்பு ஆண்டு	அடிப்படைஆண்டு	
X	5	4	40
Y	3	2	60
Z	2	1	20

தீர்வு:

பொருட்கள்	விலைகள்		அளவுகள்	P $=\frac{P1}{P0} x\ 100$	PW
	நடப்பு ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு			
X	5	4	40	125	5000
Y	3	2	60	150	9000
Z	2	1	20	200	4000
			120		18000

நிறையிட்ட விலை சார்புகளின் சராசரி $= \frac{\Sigma pw}{\Sigma w} = \frac{18000}{120}$ = **150**

8.2.4 அளவு அல்லது தொகுதி குறியீட்டு எண்

விலைக் குறியீட்டு எண்கள் சில பொருட்களின் விலையை ஒப்பிட்டுப் பார்க்கின்றன; அளவு குறியீட்டு எண், மறுபுறம், உற்பத்தியின் இயல்பான அளவை, வேலைவாய்ப்பை நிர்மாணிக்கிறது. விலைக் குறியீடுகள் மிகவும் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்பட்டாலும், உற்பத்தி குறியீடுகள் பொருளாதாரத்தில் அல்லது அதன் சில பகுதிகளில் உற்பத்தியின் அளவின் குறிகாட்டிகளாக மிகவும் குறிப்பிடத்தக்கவையாக கருதப்படுகிறது.

அளவு குறியீட்டு எண்களை உருவாக்குவதில், புள்ளிவிவர நிபுணர் எதிர்கொள்ளும் சிக்கல்கள் விலைக் குறியீடுகளில் ஈடுபடுபவர்களுக்கு ஒப்பானவை. அளவுகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை நாம் அளவிடுகிறோம், எடையை நாம் எடைகளாகப் பயன்படுத்துகிறோம், மேலே விவாதிக்கப்பட்ட பல்வேறு சூத்திரங்களில் p ஐ q ஆகவும் q க்கு p ஆகவும் மாற்றுவதன் மூலம் அளவு குறியீடுகளை எளிதாகப் பெற முடியும்.

அளவு குறியீட்டு எண்ணென்பது ஓர் ஆண்டில் நுகரப்பட்ட, உற்பத்தி செய்யப்பட்ட அல்லது விநியோகிக்கப்பட்டஅளவுகளில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அடிப்படைஆண்டு எனகருதப்படும் மற்றொரு ஆண்டினைப் பொறுத்து அளவிடுவது என்பதாகும்.

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

லாஸ்பியரின் அளவு குறியீடு $Q_{01} = \frac{\sum q1p0}{\sum q0p0} x100$

பாசியின் அளவு குறியீடு $Q_{01} = \frac{\sum q1p1}{\sum q0p1} x100$

பிஷரின் அளவு குறியீடு $Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q1p0}{\sum q0p0} x \frac{\sum q1p1}{\sum q0p1}} x100$

இச்சூத்திரங்கள் அளவு குறியீட்டு எண்களைக்குறிக்கின்றன. இவற்றில் வெவ்வேறான பொருட்களின் அளவுகள் அவற்றின் விலையினால் நிறையிடப்படுகின்ற.

உதாரணமாக4

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து பின்வரும் அளவு குறியீடுகளை கணக்கிடுக (1) லாஸ்பேரின் குறியீட்டு எண் (2) பாஷேவின் குறியீட்டு எண் (3) ∴பிஷரின் சிறந்த குறியீட்டு எண்

பொருட்கள்	2002		2012	
	விலை	மொத்த மதிப்பு	விலை	மொத்த மதிப்பு
A	10	200	12	360
B	12	480	15	900
C	15	450	17	680

தீர்வு:

மதிப்பு மற்றும் விலைகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதால், பொருட்களின் மதிப்புகளைஅதனதன் விலையால் வகுத்து, அளவு எண்களைப்பெறலாம்.

அளவு = மொத்த மதிப்பு / விலை

பொருட்கள்	p_0	q_0	p_1	q_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
A	10	20	12	30	200	300	240	360
B	10	40	15	60	400	600	600	900
C	15	30	17	40	450	600	510	680
Total					**1050**	**1500**	**1350**	**1940**

(i) லாஸ்பியரின் அளவுகுறியீட்டு எண்

$$Q_{01} = \frac{\sum q1p0}{\sum q0p0} x\ 100 = \frac{1500}{1050} x\ 100 = \mathbf{142.86}$$

(ii) பாசியின் அளவுகுறியீட்டு எண்

$$Q_{01} = \frac{\sum q1p1}{\sum q0p1} x\ 100 = \frac{1940}{1350} x\ 100 = \mathbf{143.7}$$

(iii) பிஷரின் அளவு குறியீடு

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q1p0}{\sum q0p0} x \frac{\sum q1p1}{\sum q0p1}} x\ 100$$

$$= \sqrt{LxP} = \sqrt{142.86\ x143.7} = \mathbf{143.27}$$

8.2.5 குறியீட்டு எண்களுக்கான சோதனைகள்

வெவ்வேறு கோணங்களில் இருந்து ஒரு குறியீட்டு எண் சூத்திரத்தின் நிலைத்தன்மையை அல்லது போதுமான தன்மையை சரிபார்க்க சில சோதனைகள் உள்ளன. இவற்றில் மிகவும் பிரபலமானவை பின்வரும் சோதனைகள்: (i) வரிசை மாற்று சோதனை (ii) கால மாற்று சோதனை (iii) காரணி மாற்று சோதனை (iv) சுழல் சோதனை

i) வரிசை மாற்று சோதனை

குறியீட்டு எண்ணின் மதிப்பு அப்படியே இருக்க வேண்டும், உருப்படிகளின் ஏற்பாட்டின் வரிசை தலைகீழாக மாற்றப்பட்டாலும்.இந்த அத்தியாயத்தில் விளக்கப்பட்டுள்ள குறியீட்டு எண்ணின் அனைத்து சூத்திரங்களாலும் இந்த சோதனை திருப்தி அடைகிறது.

ii) கால மாற்று சோதனை

குறியீட்டிற்குரிய சூத்திரமானது காலத்தைப் பொறுத்து முன்னோக்கியோ அல்லது பின்னோக்கியோ கணக்கிடும் போது கால ஒருங்கமைவை பெற்றிருக்க வேண்டும். இது கால மாற்று சோதனை என்றழைக்கப்படும்

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1}}$$

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum P0q1}{\sum P1q1} x \frac{\sum P0q0}{\sum P1q0}}$$

$$P_{01} \text{ x } P_{10} = \sqrt{\frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1} x \frac{\sum P0q1}{\sum P1q1} x \frac{\sum P0q0}{\sum P1q0}}$$

$$\mathbf{P_{01} \text{ x } P_{10} = 1}$$

லாஸ்பேயர் மற்றும் பாஷேவின் முறை இந்த சோதனையை பூர்த்தி செய்யவில்லை, ஆனால் ஃபிஷரின் சிறந்த குறியீடு இந்த முறையை திருப்திப்படுத்துகிறது

iii) காரணி மாற்று சோதனை

பிஷரின் கூற்றுப்படி, எப்படி ஒவ்வொரு சூத்திரமும் ஒவ்வாத முடிவைதராத வகையில் இருகாலங்களை மாற்றுவற்கு அனுமதிக்கின்றதோ, அதைபோலவே ஒவ்வாத முடிவைதராத வகையில் விலையையும் அளவையும் மாற்றுவதற்கு அனுமதிக்க வேண்டும். அதாவது இவ்விரு முடிவுகளும் சேர்ந்து பெருக்கப்படும் போது, சரியான விகிதத்தை தரவேண்டும்.

குறியீட்டு எண்

இச்சோதனையின்படி, விலை குறியீட்டு எண் மற்றும் அளவு குறியீட்டு எண் ஆகியவற்றின் பெருக்குத்தொகை அவை தொடர்பான மதிப்பு குறியீட்டு எண்ணுக்கு சமமாக இருக்க வேண்டும்

விலைக் குறியீடு × அளவு குறியீடு = மதிப்புக் குறியீடு

குறிப்பு

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1}}$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q1p0}{\sum q0p0} x \frac{\sum q1p1}{\sum q0p1}}$$

$$\therefore \; P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p1q1}{\sum p0q0}$$

பேராசிரியர் இர்விங் ஃபிஷரைத் தவிர்த்து மேலே விவாதிக்கப்பட்ட குறியீட்டு எண்ணின் பெரும்பாலான சூத்திரங்கள் இந்த அமில சோதனை நிலைத்தன்மையை பூர்த்தி செய்யத் தவறிவிட்டன.

சுழல் தனை

இது விரிவாக்கப்பட்ட காலமாற்று சோதனை ஆகும். காலமாற்று சோதனையில் இரண்டு ஆண்டுகள் மட்டுமே கவனத்தில் எடுத்துக்கொள்ளப்பட்டன. இச்சுழல் சோதனை இப்பண்பை எந்தவொரு இரு ஆண்டுகளுக்கும் எதிர் பார்க்கிறது ஒரு குறியீட்டு எண் சுழல் சோதனையைப் பூர்த்திசெய்யவேண்டும் எனில், எந்தவொரு மூன்று வருடங்களுக்கும் இது பொருந்துவதாக இருக்கவேண்டும்.

உதாரணமாக:5

பின்வரும் தரவுகளுக்கு ஃபிஷரின் சிறந்த குறியீட்டை உருவாக்குங்கள். இது கால மாற்று சோதனையை மற்றும் காரணி மாற்று சோதனைப் பூர்த்தி செய்கிறதா என்பதை சரிபார்க்கவும்.

பொருட்கள்	அடிப்படைஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	அளவுகள்	விலை(₹)	அளவுகள்	விலை(₹)
A	24	20	30	24
B	30	14	40	10
C	10	10	16	18

தீர்வு:

பொருட்கள்	q_0	p_0	q_1	p_1	p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
A	24	20	30	24	480	600	576	720
B	30	14	40	10	420	560	300	400
C	10	10	16	18	100	160	180	288
					1000	**1320**	**1056**	**1408**

பிஷரின் அளவு குறியீடு எண்

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1} x\, 100} = \sqrt{\frac{1056}{1000} x \frac{1408}{1320} x\, 100}$$

$$= \sqrt{1.056\, x 1.067} \;\; x\ 100 \;\; = \sqrt{1.127} \;\; x\ 100$$

$$= 1.062 \text{ x } 100 \;\; = \mathbf{106.2}$$

குறியீட்டு எண்

கால மாற்று சோதனை

கால மாற்று சோதனை எப்போது திருப்தி அடைகிறது P_{01} x $P_{10} = 1$

குறிப்பு

$$P_{01} = \sqrt{\frac{P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1}} = \sqrt{\frac{1056}{1000} x \frac{1408}{1320}}$$

$$P_{10} = \sqrt{\frac{\sum P0q1}{\sum P1q1} x \frac{\sum P0q0}{\sum P1q0}} = \sqrt{\frac{1320}{1408} x \frac{1000}{1056}}$$

$$P_{01} \text{ x } P_{10} = \sqrt{\frac{1056}{1000} x \frac{1408}{1320} \text{x} \frac{1320}{1408} x \frac{1000}{1056}} = \sqrt{1} = \mathbf{1}$$

எனவே ஃபிஷர் இலட்சிய குறியீடு கால மாற்று சோதனையை பூர்த்தி செய்கிறது

காரணி மாற்று சோதனை

$$P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1}} = \sqrt{\frac{1056}{1000} x \frac{1408}{1320}}$$

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q1p0}{\sum q0p0} x \frac{\sum q1p1}{\sum q0p1}} = \sqrt{\frac{1320}{1000} x \frac{1408}{1056}}$$

$$\therefore \;\; P_{01} \text{ x } Q_{01} = \sqrt{\frac{1056}{1000} x \frac{1408}{1320} x \frac{1320}{1000} x \frac{1408}{1056}} = \sqrt{(\frac{1408}{1000})^2}$$

$$= \frac{1408}{1000} = \frac{\sum p1\, q1}{\sum p0\, q0}$$

எனவே ஃபிஷர் இலட்சிய குறியீடு காரணி மாற்று சோதனையை பூர்த்தி செய்கிறது

8.2.6 செயின் அடிப்படை குறியீட்டு எண்

இந்த முறையில், நிலையான அடிப்படை காலம் இல்லை; விலைக் குறியீட்டைக் கணக்கிட வேண்டிய ஒரு வருடத்திற்கு முந்தைய ஆண்டு அடிப்படை ஆண்டாகக் கருதப்படுகிறது. ஆக, 1994 ஆம் ஆண்டிற்கான அடிப்படை ஆண்டு 1993 ஆகவும், 1993 க்கு அது 1992 ஆகவும், 1992 க்கு அது 1991 ஆகவும் இருக்கும். இந்த வழியில் நிலையான அடிப்படை இல்லை, அது மாறிக்கொண்டே இருக்கிறது

இந்த முறையின் முக்கிய நன்மை என்னவென்றால், ஒரு வருடத்தின் விலை சார்புகளின் உடனடியாக முந்தைய ஆண்டின் விலை நிலைகளுடன் ஒப்பிடலாம். தொலைதூர கடந்த காலத்துடன் தொடர்புடைய விகிதங்களை ஒப்பிடுவதை விட இந்த காலத்தை

Self-Instructional Material

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

ஒப்பிடுவதில் பெரும்பாலும் ஆர்வமுள்ள வணிகங்கள் இந்த முறையைப் பயன்படுத்தும்

நடப்பு ஆண்டில் இணைப்பு சார்பு = $\frac{\text{நடப்பு ஆண்டின் விலை}}{\text{முந்தைய ஆண்டின் விலை}} x\,100$

$$\mathbf{Pn-1\,,n} = \frac{\mathbf{Pn}}{\mathbf{Pn-1}}\boldsymbol{x}\mathbf{100}$$

எடுத்துக்காட்டு6

2010 ஐ அடிப்படை ஆண்டாக எடுத்துக் கொள்ளும் பின்வரும் தரவுகளுக்கான குறியீட்டு எண்களைக் கண்டறியவும்

ஆண்டு	2004	2005	2006	2007	2008	2009
விலை	18	21	25	23	28	30

தீர்வு:

ஆண்டு	விலை	இணைப்பு சார்பு $\frac{\mathbf{Pn}}{\mathbf{Pn-1}}\boldsymbol{x}\mathbf{100}$	**செயின் குறியீட்டு**
2004	18	$\frac{18}{18}x\ 100 = 100$	100
2005	21	$\frac{21}{18}x\ 100 = 116.67$	$\frac{100 \text{ x } 116.67}{100} = 116.7$
2006	25	$\frac{25}{21}x\ 100 = 119.05$	$\frac{116.67 \text{ x } 119.05}{100} = 138.9$
2007	23	$\frac{23}{25}x\ 100 = 92$	$\frac{138.9 \text{ x } 92}{100} = 127.79$
2008	28	$\frac{28}{23}x\ 100 = 121.74$	$\frac{127.79 \text{ x } 121.74}{100} = 155.57$
2009	30	$\frac{30}{28}x\ 100 = 107.14$	$\frac{155.57 \text{ x } 107.14}{100} = 166.68$

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் – 1

1. சங்கிலி அடிப்படை குறியீட்டு எண் என்றால் என்ன
2. ஃபிஷரின் சிறந்த குறியீட்டு எண்ணிற்கான சூத்திரம் என்ன?
3. நிறையிட்ட குறியீட்டு எண் என்றால் என்ன?

8.3 வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்

அடிப்படை காலத்துடன் ஒப்பிடுகையில் தற்போதைய காலத்திற்கு நுகர்வோர்கள் மற்றும் சேவைகளின் விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்களின் விளைவுகளை ஆய்வு செய்ய வாழ்க்கைத் தர குறியீட்டு எண் கட்டமைக்கபட்டுள்ளது. நுகர்வோர்கள் மற்றும் சேவைகளின் கீழ் (1) உணவு (2) வாடகை (3) ஆடை (4)

எரிபொருள் மற்றும் விளக்கு (5) கல்வி (6) சுத்தம், போக்குவரத்து, செய்தித்தாள்கள் போன்ற இதர பொருட்கள் இருக்கும் ஏதேனும் இரண்டு காலத்திற்கு இடையே வாழ்க்கைத் தர குறியீட்டு எண்ணின் மாற்றம் என்பது இரு காலங்களில் அதே வாழ்க்கைத் தரத்தை பராமரிக்க அவசியமான வருமான மாற்றமே ஆகும். எனவே வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண், அதே வாழ்க்கைத் தரத்தை பராமரிக்கக்கூடிய சராசரி வருமான அதிகரிப்பை அளவிடக் கூடியதாகும். மேலும், மக்களின் நுகர்வு பழக்கம் பரவலாக வேறுபடுகிறது. (பணக்காரர், ஏழை, நடுத்தர வர்க்கம்) மேலும் இடத்திற்கு இடம் வேறுபடுகிறது. விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்களானது பல்வேறு வகைப்பட்ட மக்களை பாதிக்கிறது, இதன் விளைவாக பொது விலைக் குறியீட்டு எண்கள், வெவ்வேறு வர்க்க மக்களின் வாழ்க்கை செலவில் மாற்றங்களின் விளைவுகளை ஏதிரொலிக்கத் தவறுகிறது. எனவே, வாழ்க்கை தர குறியீட்டு எண் ஆனது பல்வேறு மக்கள் நுகரும் பொருள்களின் பொதுவான விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடப் பயன்படுகிறது. நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்டு எண்கள் வாழ்க்கை செலவு குறியீட்டு எண்கள் அல்லது சில்லறை விலைக் குறியீட்டு எண்கள் என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.

குறியீட்டு எண்

.

குறிப்பு

8.3.1 வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்களின் செலவு நிர்மாணம்

வாழ்க்கைச் செலவு குறியீட்டு எண்களை நிர்மாணிப்பதில் பின்வரும் படிகள் ஈடுபட்டுள்ளன

(1) மக்கள் வகுப்பு:

வாழ்க்கைச் செலவுக் குறியீட்டை நிர்மாணிப்பதற்கான முதல் படி, மக்களின் வர்க்கம் தெளிவாக வரையறுக்கப்பட வேண்டும். தொழில்துறை தொழிலாளர்களுக்காக வாழ்க்கை செலவு குறியீட்டு எண் தயாரிக்கப்படுகிறதா, அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட பகுதியில் வசிக்கும் நடுத்தர அல்லது கீழ் வர்க்க சம்பள மக்கள் என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும். எனவே மக்கள் வசிக்கும் வர்க்கத்தையும் அவர்கள் வசிக்கும் இடத்தையும் குறிப்பிட வேண்டியது அவசியம்

2) குடும்ப பட்ஜெட் விசாரணை:

வாழ்க்கைச் செலவு குறியீட்டு எண்ணை நிர்மாணிப்பதற்கான அடுத்த கட்டம் என்ன வென்று, சில குடும்பங்கள் தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும். இந்த குடும்பங்கள் உணவு, உடை, வாடகை, இதர பொருட்கள் பற்றிய தகவல்களை குறிப்பிட வேண்டியது அவசியம் விசாரணையில் குடும்ப அளவு, வருமானம், நுகரப்படும் வளங்களின் தரம் மற்றும் அளவு மற்றும்

Self-Instructional Material

அவற்றுக்காக செலவிடப்பட்ட பணம் பற்றிய கேள்விகள் அடங்கும்,

(3) விலை தரவு:

அடுத்த கட்டமாக, தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பொருட்களின் சில்லறை விலைகள் மற்றும் தற்போதைய காலத்திற்கான தரவு சேகரிப்பு மற்றும் இந்த விலைகள் குறியீட்டு எண்கள் தயாரிக்கப்படும் வட்டாரத்தில் அமைந்துள்ள கடைகளிலிருந்து பெறப்பட வேண்டிய அடிப்படை காலம் குறிப்பிட வேண்டியது அவசியம்.

(4) பொருட்களின் தேர்வு:

அடுத்த கட்டமாக சேர்க்கப்பட வேண்டிய பொருட்களின் தேர்வு. அந்த வர்க்க மக்களால் பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படும் அந்த பொருட்களை நாம் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்

8.3.2 வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்ணை அமைக்கும் முறைகள்

பின்வரும் வழிமுறைகளா ல் வாழ்க்கைத் தரகுறியீட்டு எண்ணை அமைக்க முடியும்,

(i) மொத்த செலவு முறை அல்ல து நிறையிட்ட மொத்த முறை

(Aggregate Expenditure Method (or) Weighted Aggregative Method).

(ii) குடும்ப வரவு செலவுத் திட்ட முறை (Family Budget Method)

i. மொத்த செலவு முறை(Aggregate Expenditure Method)

செலவு முறையான வாழ்க்கைத்தரக் குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடப் பயன்படுத்தப்படும் மிகவும் பொதுவான முறை ஆகும். இம்முறையில் அடிப்படைஆண்டின்அளவுகள் நிறைகளாக பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

$$P_{01} = \frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x100$$

இங்கே,

P 1 - நடப்பு ஆண்டின் விலையை குறிக்கும்,

P 0 - அடிப்படை ஆண்டின் விலையை குறிக்கிறது மற்றும்

q0- அடிப்படை ஆண்டில் நுகரப்படும் அளவைக் குறிக்கிறது.

(i) குடும்பவரவுசெலவுத்திட்டமுறை(Family Budget Method)

குடும்பவரவு செலவு திட்டமுறையில், அடிப்படை ஆண்டின் விலைகள் மற்றும் அளவை பெருக்குவதன் மூலம் நிறைகள் கணக்கிடப்படுகின்றன. அதாவது $\Sigma W = P_0q_0$.

$$P_{01} = \frac{\sum WI}{\sum W} x100$$

Here, $I = \frac{\sum P1}{\sum P0} x100$ and $\Sigma W = P_0q_0$

உதாரணமாக:7

(1) மொத்த செலவு முறை (2) குடும்ப பட்ஜெட் முறை ஆகியவற்றைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து 2018 ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கைச் செலவுக் குறியீட்டு எண்ணை 2017 அடிப்படையில் உருவாக்குக

குறியீட்டு எண்

.

குறிப்பு

பொருட்கள்	அளவு (குவிண்டலில்)	விலை	
		2017	2018
A	6	315.75	316.00
B	6	305.00	308.00
C	1	416.00	419.00
D	6	528.00	610.00
E	4	120.00	119.50
F	1	1020.00	1015.00

தீர்வு:

மொத்த செலவு முறையால் 2018 ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கைச் குறியீட்டு எண்:

பொருள்கள்	அளவு (குவிண்டலில்) q_0	விலை 2017 P_0	2018 P_1	P_1q_0	P_0q_0
A	6	315.75	316.00	1896	1894.50
B	6	305.00	308.00	1848	1830.00
C	1	416.00	419.00	419	416.00
D	6	528.00	610.00	3660	3168.00
E	4	120.00	119.50	478	480.00
F	1	1020.00	1015.00	1015	1020.00
				$\Sigma P_1q_0 = 9316$	$\Sigma P_0q_0 = 8808.5$

2018 இன் வாழ்க்கைச் குறியீட்டு எண்

$$P_{01} = \frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x100 = \frac{9316}{8808.5} x100 = 105.76$$

குடும்ப பட்ஜெட் முறையால் 2018 ஆம் ஆண்டின் வாழ்க்கைச் குறியீட்டு எண்

Self-Instructional Material

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

பொருள்கள்	அளவு (குவிண்டலில்) q_0	விலை		$W=P_0q_0$	$I=\frac{\Sigma P1}{\Sigma P0}x100$	Product WI
		2017 P_0	2018 P_1			
A	6	315.75	316.00	1894.5	100.08	189601.56
B	6	305.00	308.00	1830.0	100.98	184793.40
C	1	416.00	419.00	416.0	100.72	41899.52
D	6	528.00	610.00	3168.0	115.53	365999.04
E	4	120.00	119.50	480.0	99.58	47798.4
F	1	1020.00	1015.00	1020.0	99.51	101500.20
				ΣW = 8808.5		ΣWI =931592.12

2018 இன் வாழ்க்கைச் குறியீட்டு எண்

$$P_{01} = \frac{\Sigma WI}{\Sigma W} x\ 100 = \frac{931592.12}{8808.5} = \mathbf{105.76}$$

8.3.3 வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்களின் பயன்பாடுகள்

நுகர்வோர் விலைகுறியீட்டு எண்கள் மிக முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது. அதனை நாம் கீழ்க்கண்டவாறு தருகிறோம்.

1. இது ஊதியம் தீர்மானத்தலில், ஊதிய ஒப்பந்தத்திற்கு, அகவிலைப்படியைத் தீர்மானித்தல் போன்றவற்றிற்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக பல நாடுகளில் பின்பற்றப்படுகிறது.
2. அரசாங்க நிலையில், குறியீட்டு, எண்கள், ஊதியக்கொள்கை, விலைக்கொள்கை, வாடகைக் கட்டுப்பாடு, வரி விதிப்பு மற்றும் பொதுவான பொருளாதார கொள்கைகள் போன்றவற்றில் பயன்படுகிறது.
3. பணத்தின் வாங்கும் திறனில் உள்ள மாற்றம் மற்றும் உண்மையான வரவு போன்றவைகளைஅளவிட பயன்படுகிறது.
4. ஒரு குறிப்பிட்ட வகை பொருளின் சந்தை மதிப்பு மற்றும் சேவைகள் பற்றிய பகுப்பாய்வில் குறியீட்டு எண்கள் பயன்படுகிறது.

8.4 குறியீட்டு எண் பயன்கள்

- வர்த்தகம், வானிலை ஆய்வு, தொழிலாளர், தொழில் போன்ற துறைகளில் குறியீட்டு எண்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- குறியீட்டு எண்கள் நேர இடைவெளிகளில் ஏற்ற இறக்கங்கள், புவியியல் நிலையின் குழு வேறுபாடுகள் போன்றவற்றை அளவிடுகின்றன
- குறியீட்டு எண் வெவ்வேறு பொருட்களின் விலையில் உள்ள மொத்த மாறுபாடுகளை ஒப்பிடுவதற்கு பயன்படுத்தப்படும், இதில் அளவீடுகளின் அலகு காலம் மற்றும் விலையுடன் வேறுபடுகிறது

குறிப்பு

- எதிர்கால பொருளாதார போக்குகளை முன்னறிவிப்பதில் அவை உதவியாக இருக்கும்
- விலங்குகள், மக்கள் அல்லது பொருட்களின் ஒப்பிடக்கூடிய வகைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டைப் படிப்பதில் அவை பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- நாட்டில் தொழில்துறை உற்பத்தியின் மட்டத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிட தொழில்துறை உற்பத்தியின் குறியீட்டு எண்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- ஒரு நாட்டின் வர்த்தகத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிட இறக்குமதி விலைகள் மற்றும் ஏற்றுமதி விலைகளின் குறியீட்டு எண்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன
- ஒரு நேரத் தொடரில் பருவகால மாறுபாடுகள் மற்றும் சுழற்சி மாறுபாடுகளை அளவிட குறியீட்டு எண்கள் பயன் படுத்தப்படுகின்றன.

8.5 குறியீட்டு எண் குறைபாடுகள்

- பிரதிநிதி பொருட்களின் தேர்வு மாதிரிகள் அடிப்படையாகக் கொண்டிருப்பதால் தவறான முடிவுகளுக்கு வழிவகுக்கும்
- அடிப்படை காலங்கள் அல்லது எடைகள் போன்றவற்றைத் தேர்ந்தெடுப்பதில் பிழைகள் இருக்கலாம்.
- நீண்ட காலங்களில் மாறிகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களின் ஒப்பீடுகள் நம்பகமானவை அல்ல
- அவை ஒரு நோக்கத்திற்காக பயனுள்ளதாக இருக்கும், ஆனால் மற்றொரு நோக்கத்திற்காக அல்ல.
- அவை சிறப்பு வகை சராசரிகளாகும், எனவே சராசரியாக இருக்கும் அனைத்து குறைபாடுகளுக்கும் அவை உட்பட்டவை

உங்கள் முன்னேற்றத்தைசரிபார்க்கவும்– 2

4. வாழ்க்கைச் செலவு குறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிடுவதற்கான முறைகள் யாவை?
5. குறியீட்டு எண்ணிற்கான பிரபலமான சோதனைகள் யாவை?
6. குறியீட்டு எண்ணின் சில பயன்பாடுகளை எழுதுங்கள்.

8.6 நினைவில்கொள்க

- குறியீட்டு எண்கள் பொருளாதாரத்தினை அளவிடும் கருவிகளாகும்.
- விலைக் குறியீட்டு எண்கள், அளவு குறியீட்டு எண்கள் மற்றும் மதிப்பு குறியீட்டு எண்கள், குறியீட்டு எண்களின் வெவ்வேறு வகைகளாகும்.
- காலத்தைப் பொறுத்து ஒரு குழுவிலுள்ள மாறிகளின் மதிப்பில் ஏற்பட்ட மாற்றத்தை அளவிடுவதற்கு வடிவமைக்கப்பட்ட ஒரு சிறப்பான சராசரி குறியீட்டு எண்களாகும்.

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

- குறியீட்டு எண்கள், எளிய மொத்த மற்றும் நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண்கள் என இருவகைப் படுத்தப்பட்டுள்ளது.
- குறியீட்டு எண்கள் பொதுவாகமூன்று சோதனைகளைப் பூர்த்தி செய்கின்றன. அவைகள் காலம் மாற்று சோதனை, காரணி மாற்று சோதனை மற்றும் சுழல் சோதனைகள் ஆகும்.
- அடிப்படைஆண்டானது இயற்கை இடர்பாடுகளினால் பாதிக்கப்படாததாக இருக்க வேண்டும்.
- லாஸ்பியர்ஸ், பாசிஸ், டார்பீஸ்-பௌலி, பிஷரின் விழுமிய மற்றும் கெல்லியின் குறியீட்டு எண்கள், நிறையிட்டகுறியீட்டு எண்களாகும்.
- பிஷரின் விழுமிய குறியீட்டு எண்கள் கால மாற்று சோதனை மற்றும் காரணி மாற்று சோதனைகளைப் பூர்த்தி செய்கிறது.
- பல குறியீட்டு எண்கள் சுழல் சோதனையைப் பூர்த்தி செய்வதில்லை.
- தர குறியீட்டு எண்கள், அரசின் திட்டங்கள், வடிவமைப்பு போன்ற பலவற்றிற்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும்.

8.7 முக்கிய சொற்கள்

குறியீட்டு எண்கள், விலைக் குறியீடு, எளிய மொத்த குறியீட்டு எண், நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண், லாஸ்பேரின் குறியீட்டு எண், பாஷ்சின் குறியீட்டு எண், ∴பிஷரின் சிறந்த குறியீட்டு எண், மார்ஷல்-எட்ஜ் மதிப்புள்ள குறியீட்டு எண், காலம் மாற்று சோதனை, காரணி மாற்று சோதனை மற்றும் சுழல் சோதனை, சங்கிலி அடிப்படை குறியீட்டு எண் எண், வாழ்க்கை செலவு குறியீட்டு எண்.

8.8 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்கள்

1. இந்த முறையில், நிலையான அடிப்படை காலம் இல்லை; விலைக் குறியீட்டைக் கணக்கிட வேண்டிய ஒரு வருடத்திற்கு முந்தைய ஆண்டு அடிப்படை ஆண்டாகக் கருதப்படுகிறது
2. $P_{01} = \sqrt{\text{Laspeyre's Index} \times \text{Paashe's Index}}$

   $P_{01} = \sqrt{\frac{\sum P1q0}{\sum P0q0} x \frac{\sum P1q1}{\sum P0q1}} x 100$
3. எல்லா பொருட்களுக்கும் சம முக்கியத்துவம் இல்லாதபோது, ஒவ்வொரு பொருட்களுக்கும் அதன் முக்கியத்துவத்துடன் எடையை ஒதுக்குகிறோம், மேலும் இந்த எடைகளிலிருந்து கணக்கிடப்பட்ட குறியீட்டு எண் நிறையிட்ட மொத்த குறியீட்டு எண் என அழைக்கப்படுகிறது.

4. வாழ்க்கைச் குறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிடுவதற்கு இரண்டு முறைகள் உள்ளன: (1) மொத்த செலவு முறை (2) குடும்ப பட்ஜெட் முறை
5. வரிசை மற்றும் சோதனை, காலம் மாற்று சோதனை, காரணி மாற்று சோதனை மற்றும் சுழல் சோதனை
6. குறியீட்டு எண்கள் வர்த்தகம், வானிலை, தொழிலாளர், தொழில் போன்ற துறைகளில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. குறியீட்டு எண்கள் கால இடைவெளியில் ஏற்ற இறக்கங்கள், பட்டத்தின் புவியியல் நிலையின் குழு வேறுபாடுகள் போன்றவற்றை அளவிடுகின்றன. வெவ்வேறு விலைகளின் மொத்த வேறுபாடுகளை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க அவை பயன்படுத்தப்படுகின்றன அளவீடுகளின் அலகு நேரம் மற்றும் விலையுடன் வேறுபடும் பொருட்கள். பணத்தின் வாங்கும் சக்தியை அவை அளவிடுகின்றன. எதிர்கால பொருளாதார போக்குகளை முன்னறிவிப்பதில் அவை உதவியாக இருக்கும்

குறியீட்டு எண்

.

குறிப்பு

8.9 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

1. **குறுகிய கேள்விகள்**
2. குறியீட்டு எண்ணை வரையறுத்து குறியீட்டு எண்களின் பயன்பாடுகளை எழுதுக
3. குறியீட்டு எண்களின் வகைகளைக் கூறுக
4. நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்டை நிர்மாணிக்கும் முறைகளைக் கூறுக

நீண்ட விடை கேள்விகள்

1. பின்வருவனவற்றிலிருந்து 2001 க்கான (1) லாஸ்பேரின் (2) பாஷ்சின் குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக

பொருட்கள்	விலை		அளவு	
	2002	2010	2002	2010
W	4	6	8	7
X	3	5	10	8
Y	2	4	14	12
Z	5	7	19	11

2. பின்வரும் தரவுகளுக்கான ஃபிஷரின் சிறந்த குறியீட்டு முறையை கணக்கிடுக

பொருட்கள்	2011		2012	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	2	7	3	5
B	5	11	6	10
C	3	14	5	11
D	4	16	4	18

3. பின்வரும் தரவைப் பயன்படுத்தி 2015 இன் நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்டு எண்ணை உருவாக்குங்கள்

குறியீட்டு எண்

குறிப்பு

(i) சராசரி செலவு முறை மற்றும்

(ii) குடும்ப பட்ஜெட் முறை

பொருட்கள்	நுகர்வு அளவு 2014	விலை	
		2014	2015
A	6 Kg	5	7
B	6 Quintal	6	6
C	5 Quintal	5	4
D	6 Quintal	7	7
E	4 Quintal	8	8
F	5 Kg	9	9

8.10 கூடுதல் வாசிப்புகள்

(1) Statistics (Theory & Practice) by Dr. B.N. Gupta. SahityaBhawan Publishers andDistributors (P) Ltd., Agra.
(2) Statistics for Management by G.C. Beri. Tata McGraw Hills Publishing CompanyLtd., New Delhi.
(3) Business Statistics by Amir D. Aczel and J. Sounderpandian. Tata McGraw HillPublishing Company Ltd., New Delhi.
(4) Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda. MacMillan India Ltd., NewDelhi.
(5) Business Statistics by S.P. Gupta and M.P. Gupta. Sultan Chand and Sons.,NewDelhi.

Statistical Method by S.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.

அலகு 9 நேரவரிசைகளின் பகுப்பாய்வு

அமைப்பு

9.0 அறிமுகம்

அளவு தரவு அவை நிகழும் வரிசையில் ஒழுங்கமைக்கப்படும் போது, இதன் விளைவாக வரும் புள்ளிவிவரத் தொடர் காலத்தொடர் வரிசை என அழைக்கப்படுகிறது. கால மதிப்புகள் வழக்கமாக தினசரி, வாராந்திர, மாதாந்திர, காலாண்டு, அரை ஆண்டு, ஆண்டு அல்லது வேறு எந்த நேர அளவிலும் சம நேர இடைவெளியில் பதிவு செய்யப்படுகின்றன. இந்தியாவில் தொழில்துறை உற்பத்தியின் மாதாந்திர புள்ளிவிவரங்கள், முழு உலகிற்கும் ஆண்டு பிறப்பு விகித புள்ளிவிவரங்கள், சாதாரண பங்குகளின் விளைச்சல், வாராந்திர மொத்த அரிசி விலை, மற்றும் தேயிலை விற்பனை அல்லது மக்கள் தொகை கணக்கெடுப்பு தரவுகளின் தினசரி பதிவுகள் ஆகியவை காலத்தொடர் வரிசை எடுத்துக்காட்டுகள் . ஒவ்வொன்றும் காலப்போக்கில் மாறுபடும் அளவுகளை பதிவு செய்வதற்கான பொதுவான பண்புகளைக் கொண்டுள்ளன. இந்த அலகில் காலத்தொடர் வரிசை பற்றி பார்ப்போம்.

குறிப்பு

9.1 நோக்கங்கள்

- காலத்தொடர் வரிசையைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- மேல்நோக்கு மற்று ம் கீழ்நோக்கு போக்கினை அறி ந்து கொள்ளுதல்.
- அரை சராசரி மற்று ம் நகரும் சராசரியை பயன்படுத்தி போக்கினைக் கணக்கிடுதல்.
- மீச்சிறு வர்க்க முறையில் போக்கினைக் காணுதல்.
- பருவகால குறியீடுக்ளைக் கணக்கீடு செய்தல்.
- சுழல் மற்று ம் ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் குறித்து அறி ந்து கொள்ளுதல். . முன்கணிப்பினைப் பற்றி அறிந்து கொள்ளுதல்

9.2 காலத்தொடர் வரிசை

காலத் தொடர் பல்வேறு சக்திகளால் பாதிக்கப்படுகிறது. சில தொடர்ச்சியாக பயனுள்ளவை, அவை தொடர்ச்சியான கால இடைவெளியில் தங்களை உணரவைக்கின்றன, இன்னும் சில மீண்டும் மீண்டும் நிகழாதவை அல்லது இயற்கையில் சீரற்றவை. எனவே, முதல் பணி தரவை உடைத்து, இந்த தாக்கங்கள் ஒவ்வொன்றையும் தனிமையில் படிப்பது. இது காலத் தொடரின் சிதைவு என அழைக்கப்படுகிறது. வேலையில் இருக்கும் சக்திகளின் தன்மையை முழுமையாக புரிந்துகொள்ள இது நமக்கு உதவுகிறது. அவற்றின் ஒருங்கிணைந்த தொடர்புகளை நாம் பகுப்பாய்வு செய்யலாம். அத்தகைய ஆய்வு• காலத்தொடர் வரிசை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

9.2.1 காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள்

காலத்தொடர் வரிசையில் மாற்றங்களை ஏற்படுத்தும்
காரணிகளைக் காலத்தொடர் வரிசையின் பிரிவுகள் என்கிறோம்.

1. நீண்டகாலப் போக்கு (T)
2. பருவ கால மாறுபாடு (S)
3. சுழல் மாறுபாடுகள் (C)
4. ஒழுங்கற்ற (வாய்ப்பு) மாறுபாடுகள் (R)

1. நீண்ட காலப் போக்கு:

சமூக-பொருளாதார மற்றும் அரசியல் காரணிகளின் நீண்டகால விளைவுகளின் விளைவாக வரும் ஒரு காலத் தொடரின் முக்கிய அங்கமாக நீண்ட காலப் போக்கு உள்ளது. இது ஒரு நீண்ட கால இடைவெளி வீழ்ச்சியைக் காட்டுகிறது. இது மிக நீண்ட காலத்திற்கு தொடர்ந்து நீடிக்கும் போக்கு. விலைகள் மற்றும் ஏற்றுமதி மற்றும் இறக்குமதி தரவு, எடுத்துக்காட்டாக,

குறிப்பு

காலப்போக்கில் வெளிப்படையாக அதிகரிக்கும் போக்குகளை பிரதிபலிக்கின்றன.

2. பருவ கால மாறுபாடு

பருவகால காரணிகள் காரணமாக தரவுகளில் நிகழும் குறுகிய கால இயக்கங்களின் பருவகால போக்கு ஆகும். குறுகிய காலமானது பொதுவாக வானிலை அல்லது பண்டிகைகளில் மாறுபாடுகளுடன் ஒரு நேரத் தொடரில் மாற்றங்கள் நிகழும் ஒரு காலகட்டமாகக் கருதப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, கோடையில் ஐஸ்கிரீம் நுகர்வு பொதுவாக அதிகமாக இருப்பதைக் காணலாம், எனவே ஐஸ்கிரீம் வியாபாரிகளின் விற்பனை ஆண்டின் சில மாதங்களில் அதிகமாக இருக்கும், குளிர்கால மாதங்களில் ஒப்பீட்டளவில் குறைவாக இருக்கும். வேலைவாய்ப்பு, வெளியீடு, ஏற்றுமதி போன்றவை வானிலையின் மாறுபாடுகள் காரணமாக மாற்றத்திற்கு உட்பட்டவை. இதேபோல், காதலர் தினம், ஈத், கிறிஸ்துமஸ், புத்தாண்டு போன்ற பண்டிகைகளின் போது ஆடைகள், குடைகள், வாழ்த்து அட்டைகள் மற்றும் தீயணைப்புப் பணிகள் பெரிய மாறுபாடுகளுக்கு உட்பட்டவை. ஒரு தொடரின் இந்த வகை வேறுபாடுகள் இருமடங்கு, காலாண்டு அல்லது மாதாந்திர தொடராக இருக்கும்போது மட்டுமே தனிமைப் படுத்தப்படுகின்றன.

3. சுழல் மாறுபாடுகள்:

இது ஒரு நேரத் தொடரில் நிகழும் நீண்ட கால ஊசலாட்டமாகும். இந்த ஊசலாட்டங்கள் பெரும்பாலும் பொருளாதார தரவுகளில் காணப்படுகின்றன மற்றும் இத்தகைய ஊசலாட்டங்களின் காலங்கள் பொதுவாக ஐந்து முதல் பன்னிரண்டு ஆண்டுகள் அல்லது அதற்கு மேற்பட்டவையாக இருக்கும். இந்த ஊசலாட்டங்கள் நன்கு அறியப்பட்ட வணிக சுழற்சிகளுடன் தொடர்புடையவை. ஒழுங்கற்ற ஏற்ற இறக்கங்களிலிருந்து விடுபட்டு நீண்ட அளவிலான அளவீடுகள் கிடைத்தால் இந்த சுழற்சி இயக்கங்களைப் படிக்கலாம்.

4. ஒழுங்கற்ற (வாய்ப்பு) மாறுபாடுகள்

ஒரு காலத் தொடரில் திடீரென ஏற்படும் மாற்றங்கள் மீண்டும் நிகழ வாய்ப்பில்லை. அவை காலத் தொடரின் கூறுகள், அவை போக்குகள், பருவகால அல்லது சுழற்சி இயக்கங்களால் விளக்க முடியாது. இந்த வேறுபாடுகள் சில நேரங்களில் எஞ்சிய அல்லது சீரற்ற கூறுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இந்த மாறுபாடுகள், இயற்கையில் தற்செயலானவை என்றாலும், வரவிருக்கும்

காலகட்டத்தில் போக்குகள், பருவகால மற்றும் சுழற்சி அலைவுகளில் தொடர்ச்சியான மாற்றத்தை ஏற்படுத்தும். வெள்ளம், தீ, பூகம்பங்கள், புரட்சிகள், தொற்றுநோய், வேலைநிறுத்தங்கள் போன்றவை இத்தகைய முறைகேடுகளுக்கு மூல காரணங்கள்.

9.2.2 காலத்தொடர் வரிசை பிரிவுகளுக் கிடையேயான அணுகு முறைகள்

காலத்தொடர் பகுப்பாய்வின் நோக்கம் போக்குகளின் அளவு மற்றும் திசையை அடையாளம் காண்பது, பருவகால மற்றும் சுழற்சி மாறுபாடுகளின் விளைவை மதிப்பிடுவது மற்றும் மீதமுள்ள கூறுகளின் அளவை மதிப்பிடுவது. இது ஒரு நேரத் தொடரின் பல கூறுகளாக சிதைவதைக் குறிக்கிறது. கொடுக்கப்பட்ட நேரத் தொடரை பகுப்பாய்வு செய்வதில் வழக்கமாக இரண்டு வரிகள் அணுகப்படுகின்றன:

- கூட்டல் அணுகுமுறை
- பெருக்கல் அணுகுமுறை

கூட்டல் அணுகுமுறை :

காலத்தொடர் வரிசையின் நான்கு பிரிவுகளும் ஒன்றையொன்று சாராத நிலையில் கூட்டல் அணுகுமுறை பயன்படுகிறது . சார்பற்றவை என்பது பிரிவுகளின் அளவோ , அவற்றிற்கிடையே உள்ள இயக்கங்களோ (நகருதலின்தன்மை) மற்ற பிரிவுகளைப் பாதிப்பதில்லை என்பதாகும் . இந்த யூகத்தின் அடிப்படையில் காலத்தொடர் வரிசையின் அளவு நான்கு பிரிவுகளின் தனித்தனித் தாக்கங்களின் கூடுதலாகும்.

$$Y = T + S + C + R.$$

ஒரு காலத் தொடரின் Y = அளவு

T = போக்கு மதிப்பு,

C = சுழல் மாறுபாடு,

S = பருவகால மாறுபாடு,

R = ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு

பெருக்கல் **அணுகுமுறை**:

நான்கு வகையான மாறுபாடுகளுக்கு வழிவகுக்கும் சக்திகள் ஒன்றுக்கொன்று சார்ந்திருக்கும் இடத்தில் இது பயன்படுத்தப்படுகிறது. காலத் தொடரின் அளவு நான்கு கூறுகளின் பிரிவுகளின் பெருக்குத் தொகையாகும் . பின்னர் பெருக்கல் மாதிரியை இவ்வாறு எழுதலாம்

$$Y = T \times S \times C \times R.$$

நேரத் தொடர் ஒரு குறுகிய கால இடைவெளியில் பரவும்போது அல்லது வளர்ச்சியின் வீதம் அல்லது போக்கின் வீழ்ச்சி சிறியதாக இருக்கும்போது கூட்டல் அணுகுமுறை மாதிரி பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. கூட்டல் அணுகுமுறை விட அடிக்கடி பயன்படுத்தப்படும் பெருக்கல் மாதிரி, தொடரின் கால அளவு பெரியதாக இருக்கும்போதோ அல்லது வளர்ச்சி அல்லது வீழ்ச்சியின் வீதமாகவோ பயன்படுத்தப்படுகிறது

$Y - T = S + C + R$ அல்லது $Y / T = S \times C \times R.$

இதேபோல், டி-ட்ரெண்டட், டி-பருவமயமாக்கப்பட்ட தொடர் என பெறப்படலாம்

$Y - T - S = C + R$ அல்லது $Y / TxS = C \times R.$

நான்கு வகையான மாறுபாடுகளையும் உள்ளடக்குவது நேரத் தொடருக்கு எப்போதும் தேவையில்லை; மாறாக, இந்த கூறுகளில் ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்டவை முற்றிலும் காணாமல் போகலாம். எடுத்துக்காட்டாக, வருடாந்திர தரவைப் பயன்படுத்தும் போது பருவகால கூறு புறக்கணிக்கப்படலாம், அதே நேரத்தில் மாதாந்திர அல்லது காலாண்டு அவதானிப்புகளைக் கொண்ட குறுகிய கால இடைவெளியில், சுழற்சியின் கூறு புறக்கணிக்கப்படலாம்

9.3 போக்கினை அளவிடுதல்

- நகரும் சராசரி முறை (Method of Moving Averages).
- மீச்சிறு வர்க்க முறை (Method of Least Squares).

9.3.1 நகரும் சராசரி முறை

சராசரி முறையை நகர்த்துவது என்பது ஏற்ற இறக்கங்களைக் குறைப்பதற்கும், நியாயமான அளவிலான துல்லியத்துடன் ரெண்ட் மதிப்புகளைப் பெறுவதற்கும் ஒரு எளிய சாதனமாகும். இந்த முறையில், பல ஆண்டுகளின் சராசரி மதிப்பு (மாதங்கள், வாரங்கள் அல்லது நாட்கள்) நகரும் சராசரியின் காலத்தின் நடுத்தர புள்ளியின் போக்கு மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. சராசரி செயல்முறை வளைவை மென்மையாக்குகிறது மற்றும் ஏற்ற இறக்கங்களைக் குறைக்கிறது.

இந்த முறையில் முதலில் தீர்மானிக்கப்பட வேண்டியது நகரும் சராசரியின் காலம். இதன் பொருள் என்னவென்றால், ஒவ்வொரு முறையும் சராசரியாக கணக்கிடப்படும் தொடர்ச்சியான பொருட்களின் எண்ணிக்கையைப் பற்றி முடிவெடுப்பது. நகரும்

சராசரியின் காலம் 5 ஆண்டுகள் (மாதங்கள், வாரங்கள் அல்லது நாட்கள்) என்று முடிவு செய்யப்பட்டுள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம், பின்னர் முதல் 2 பொருட்களின் எண்கணித சராசரி (எண் 1,2,34 மற்றும் 5) உருப்படி எண் எதிராக வைக்கப்படும்: 3 பின்னர் உருப்படி எண்: 2,3,4,5 மற்றும் 6 இன் எண்கணித சராசரி உருப்படி எண்: 4 க்கு எதிராக வைக்கப்படும். கடைசி ஐந்து பொருட்களின் எண்கணித சராசரி கணக்கிடப்படும் வரை இந்த செயல்முறை மீண்டும் செய்யப்படும்.

நகரும் சராசரி – வருடங்களின் எண்ணிக்கை ஒற்றை எண் எனில் (3 வருடங்கள்)

மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரிகளின் கணக்கீடு பின்வரும் படிகளை உள்ளடக்கியது

1. முதல் 3 ஆண்டுகளின் மதிப்புகளைச் சேர்த்து, வருடாந்திர தொகையை சராசரி ஆண்டுக்கு எதிராக வைக்கவும். (இந்த தொகை நகரும் மொத்தம் என்று அழைக்கப்படுகிறது)
2. முதல் ஆண்டு மதிப்பை விட்டுவிட்டு, அடுத்த மூன்று ஆண்டுகளின் மதிப்புகளைச் சேர்த்து அதன் சராசரி ஆண்டுக்கு எதிராக வைக்கவும்.
3. தரவுகளின் அனைத்து மதிப்புகளும் கணக்கீடு செய்யப்படும் வரை இந்த செயல்முறை தொடரப்பட வேண்டும்.3 வருட நகரும் சராசரிகளைப் பெற ஒவ்வொரு 3 ஆண்டு நகரும் மொத்தத்தையும் 3 ஆல் வகுக்க வேண்டும்,
4. 3 ஆண்டு நகரும் சராசரிகளைக் கணக்கிடும் சூத்திரம் பின்வருமாறு

(a + b + c) / 3, (b + c + d) / 3, (c + d + e) / 3

5 ஆண்டு நகரும் சராசரிகளைக் கணக்கிடும் சூத்திரம் பின்வருமாறு

(a + b + c + d + e) / 5, (b + c + d + e + f) / 5, (c + d + e + f + g) / 5 …….

உதாரணமாகு1

தரவின் 3 ஆண்டு மற்றும் 5 ஆண்டு நகரும் சராசரிகளைக் கணக்கிடுங்கள்

Years	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
sales	5.2	4.9	5.5	4.9	5.2	5.7	5.4	5.8	5.9	6.00	5.2	4.8

குறிப்பு

தீர்வு

Year	Sales	3 Year Moving Total	3 Year Moving Average (3) / 3	5 Year Moving Total	5 Year Moving Average (4) / 5
1	5.2	---		--	--
2	4.9	15.6	5.2	--	--
3	5.5	15.3	5.1	25.7	5.14
4	4.9	15.6	5.2	26.2	5.24
5	5.2	15.8	5.27	26.7	5.34
6	5.7	16.3	5.41	27.0	5.4
7	5.4	16.9	5.63	28.0	5.6
8	5.8	17.1	5.7	28.8	5.76
9	5.9	17.7	5.23	28.3	5.66
10	6.0	17.1	5.7	27.7	5.54
11	5.2	16.0	5.33	---	---
12	4.8	---	---	---	---

நகரும் சராசரி**– வருடங்களின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண் எனில் (4 வருடங்கள்)**

நகரும் சராசரியின் காலம் 4,6, அல்லது 8, இது சம எண். சராசரி 2.5 இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாம் ஆண்டுக்கு இடையில் இருப்பதால் நான்கு ஆண்டு மொத்தத்தை எந்த வருடத்திற்கும் எதிராக வைக்க முடியாது. எனவே மொத்தம் 2 மற்றும் 3 ஆண்டுகளுக்கு இடையில் வைக்கப்பட வேண்டும். நகரும் சராசரியை ஆண்டுக்கு எதிராக வைக்க நாம் நகரும் சராசரியை மையப்படுத்த வேண்டும்

நகரும் சராசரியின் காலத்தைக் கண்டறியும் படிகள்:

1. முதல் 4 ஆண்டுகளின் மதிப்புகளைச் சேர்த்து, தொகையை 2 மற்றும் 3 ஆம் ஆண்டின் நடுப்பகுதியில் வைக்கவும். (இந்த தொகை 4 ஆண்டு நகரும் மொத்தம் என்று அழைக்கப்படுகிறது)
2. முதல் ஆண்டு மதிப்பை விட்டுவிட்டு, 2 ஆம் ஆண்டு முதல் அடுத்த 4 மதிப்புகளைச் சேர்த்து, அதன் நடுத்தர நிலைக்கு எதிராக தொகையை எழுதுங்கள்.
3. கடைசி உருப்படியின் மதிப்பை கணக்கில் எடுத்துக் கொள்ளும் வரை இந்த செயல்முறை தொடரப்பட வேண்டும்.
4. முதல் இரண்டு 4 ஆண்டுகள் நகரும் மொத்தத்தைச் சேர்த்து, 3 ஆம் ஆண்டிற்கு எதிராக தொகையை எழுதுங்கள்.

5. முதல் 4 ஆண்டு நகரும் மொத்தத்தை விட்டுவிட்டு, அடுத்த இரண்டு 4 ஆண்டு நகரும் மொத்தத்தை சேர்த்து 4 வது வருடத்திற்கு எதிராக வைக்கவும்.

6. அனைத்து 4 ஆண்டு நகரும் மொத்தங்களும் சுருக்கமாகவும் மையமாகவும் இருக்கும் வரை இந்த செயல்முறை தொடரப்பட வேண்டும்.

7. நமக்கு தேவையான போக்கு மதிப்புகள் நகரும் சராசரிகளைப் பெற 4 ஆண்டுகள் நகரும் மொத்தத்தை 8 ஆல் வகுக்கவும்

உதாரணமாக:2

பின்வரும் நேர வரிசை தரவுகளில் போக்கு மதிப்புகளை நிர்ணயிக்கும் 4 ஆண்டு நகரும் சராசரி எதிரியைக் கண்டறியவும்

Year	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Profit in(000) ₹	12	14	16	15	13	14	18

தீர்வு:

Years	Profit	Sum of Fours	4 years Moving Average	4 yearly Moving Average Centered
2005	12			
2006	14			
		57	14.25	(14.25 + 14.50)/ 2 = 14.38
2007	16			
		58	14.50	(14.50 + 14.50)/ 2 = 14.50
2008	15			
		58	14.50	(14.50 + 15.00)/ 2 = 14.75
2009	13			
		60	15.00	
2010	14			
2011	18			

நன்மைகள்:

எந்தவொரு தொடரின் போக்கையும் அளவிட நகரும் சராசரிகளைப் பயன்படுத்தலாம். இந்த முறை நேரியல் மற்றும் நேரியல் அல்லாத போக்குகளுக்கு பொருந்தும். எளிதாகப் பயன்படுத்த முடியும்,கால நிலை , ஏற்ற இறக்கத் தொடர் வரிசை யில் பயன்படுத்தப்படலாம். முடிவுகளின் தன்மை வெவ்வேறு நபர்கள் கண்டறிந்தாலும் மாறாத் தன்மையுடையது. இம்முறையினைக் கொடுக்கப்பட்ட வருடங்களின் முந்தைய மற்றும் பிந்தைய வருடங்களின் போக்கினைக் காணப் பயன்படுத்தலாம்.

குறைபாடுகள்:

காலத் தொடர் வரிசையில் முறையான கால இடைவெளி இருந்தால் மட்டுமே பயன்படுத்த இயலும். நகரும் சராசரியைக் காண சரியான கால அளவை அல்லது கால இடைவெளியைத் தேர்ந்தெடுப்பது கடினமாகும். முதல் மற்றும் கடை சியில் சில வருடங்களுக்கு, போக்கு மதிப்பினைக் காண இயலாது.

9.3.2 **மீச்சிறு வர்க்க முறை (Method of Least Squares)**

ஒரு நேர்க்கோட்டு போக்கானது $Y = a + bt$ …(1) என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் குறிப்பிடலாம்.

Y என்பது உண்மையான மதிப்பு, t என்பது காலம், a, b என்பது மாறிலிகள் ஆகும்.

கீழ்க்காணும் இயல்நிலை சமன்பாடுகள் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரத்தில் உள்ள ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை n-ஐ கொண்டு தீர்ப்பதன்மூலம் மாறிலிகள் ‘a’ மற்றும் ‘b’ மதிப்பை காணலாம்.

$\Sigma Y = n a + b \Sigma t$ ...(2)

$\Sigma XY = a \Sigma X + b \Sigma t2$ ...(3)

‘n’ = மொத்த ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை.

ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படை

ஒற்றைப்படை ஆண்டுகள் நமக்கு வழங்கப்படும் போது இந்த முறையைப் பயன்படுத்தலாம். இது எளிதானது மற்றும் நடைமுறையில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. உருப்படிகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படை என்றால், நாம் பின்வரும் படிகளைப் பின்பற்றலாம்:

1. Y என்பது உண்மையான மதிப்பு, t என்பது காலம், a, b என்பது மாறிலிகள் ஆகும்.
2. கீழ்க்காணும் இயல்நிலை சமன்பாடுகள் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரத்தில் உள்ள ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை n-ஐ கொண்டு தீர்ப்பதன்மூலம் மாறிலிகள் ‘a’ மற்றும் ‘b’ மதிப்பை காணலாம்.

   $\Sigma Y = n a + b \Sigma t$

   $\Sigma XY = a \Sigma X + b \Sigma t2$

   ‘n’ = மொத்த ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை.
3. மொத்த ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை (Σt) கணக்கிட்டால் அம்மதிப்பு பூஜ்ஜியம் ஆகும். அதாவது $\Sigma t = 0$
4. $\Sigma t = 0$, ஆக இருக்கும் போது, இரு இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள் கீழ்க்கண்டவாறு உருமாற்றம் அடையும்

   $\Sigma y = na; \Sigma yt = b\Sigma t2$

குறிப்பு

எனவே a = Σy / n, b = Σyt / Σt²

மாறிலி 'a' என்பது Y இன்சராசரி மற்றும் 'b' என்பது மாறுவீதம் (சாய்வு) ஆகும்.

5. போக்கு சமன்பாட்டில் 'a' மற்றும் 'b' இன்மதிப்புகளைப் பிரதியிடுவதன்மூலம் பொருத்தமான கோட்டைபெற முடியும்.

உதாரணமாக :3

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து மீச்சிறு வர்க்க முறையால் போக்கு மதிப்புகளைக் கணக்கிட்டு 2003 க்கான விற்பனையை மதிப்பிடுக

Years:	1996	1997	1998	1999	2000
Sales of Co.A, (₹ Lakhs)	70	74	80	86	90

தீர்வு:

Year	**Sales**	**Deviation from 1998**		
	y	t	ty	t^2
1996	70	-2	-140	4
1997	74	-1	-74	1
1998	80	0	0	0
1999	86	1	86	1
2000	90	2	180	4
n = 5	**Σy = 400**	**Σt = 0**	**Σty = 52**	**Σt^2 = 10**

Σt = 0 முதல்

$a = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{400}{5} = 80$, $b = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2} = \frac{52}{10} = 5.2$

எனவே, y = 80 + 5.2 x t

எனவே

$$y_{1996} = 80 + 5.2\,(-2) = 80 - 10.4 = 69.6$$

$$y_{1997} = 80 + 5.2\,(-1) = 80 - 5.2 = 74.8$$

$$y_{1998} = 80 + 5.2\,(0) = 80 + 0 = 80$$

$$y_{1996} = 80 + 5.2\,(1) = 80 + 5.2 = 85.2$$

$$y_{1996} = 80 + 5.2\,(2) = 80 + 10.4 = 90.4$$

2003 க்கு, t = 5 ஆக இருக்கும். T = 5 ஐ சமன்பாட்டில் வைப்பது

$Y_{2013} = 80 + 5.2\,(5) = 80 + 26 = 106$

இவ்வாறு 2003 ஆம் ஆண்டிற்கான மதிப்பிடப்பட்ட விற்பனை 106 லட்சம் ஆகும்.

ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை இரட்டை எண் எணில்

ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை கூட இரு நடுத்தர ஆண்டுகளுக்கு இடையில் நடுப்பகுதியில் வைக்கப்பட்டு, அலகு ஒரு வருடத்திற்கு பதிலாக அரை ஆண்டாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. இந்த தோற்றம் மற்றும் அளவின் மாற்றத்துடன் நம்மிடம் உள்ளது

எனவே $\Sigma t = 0$

$$a = \frac{\Sigma y}{n}, \; b = \frac{\Sigma yt}{\Sigma t^2}$$

உதாரணமாக:4

ஒரு நிறுவனத்தின் தொடர்ச்சியாக 6 ஆண்டுகள் உற்பத்தி பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. குறைந்தபட்ச மீச்சிறு வர்க்க முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்பைக் கணக்கிடுக

Year	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Production	12	13	18	20	24	28

தீர்வு:

Year	**Sales**	**Deviation from 2002.5**			Trend values
	y	t	ty	t^2	
2000	12	-2.5	-30	6.25	11.5
2001	13	-1.5	-19.5	2.25	14.5
2002	18	-0.5	-9	0.25	17.53
2003	20	0.5	10	0.25	20.81
2004	24	1.5	36	2.25	24.09
2005	28	2.5	70	6.25	27.37
n = 6	**Σy = 115**	**Σt = 0**	**Σty = 57.5**	**Σt^2 = 17.5**	

T = 0 முதல்

$a = \Sigma y / n = 115/6 = 19.17$, $b = \Sigma yt / \Sigma t^2 = 57.5 / 17.5 = 3.28$

எனவே, $y = 19.17 + 3.28 \times t$

எனவே

$y_{2000} = 19.17 + 3.28 (- 2.5) = 19.17 – 8.2 = 11.5$

$y_{2001} = 19.17 + 3.28 (- 1.5) = 19.17 – 4.92 = 14.5$

$y_{2002} = 19.17 + 3.28 (- 0.5) = 19.17 – 1.64 = 17.53$

$y_{2003} = 19.17 + 3.28 (0.5) = 19.17 + 1.64 = 20.81$

$y_{2004} = 19.17 + 3.28 (1.5) = 19.17 + 4.92 = 24.09$

$Sy_{2005} = 19.17 + 3.28 (2.5) = 19.17 + 8.2 = 27.37$

நிறைகள்

- மீச்சிறு வர்க்கமுறைசொந்தவிருப்பு, வெறுப்புகளை முழுவதுமாக நீக்குகிறது.
- கொடுக்கப்பட்டகாலத்திற்கான போக்கு மதிப்புகள் அனைத்தையும் பெறலாம்.
- இம்முறையில் வருங்கால போக்கு மதிப்புகளை முன்கணிப்பு செய்ய இயலும்.

குறைகள்

- இம்முறையில் கணக்கிடுவது மற்றமுறைகளைவிட மிகவும் கடினமாகும்.
- புதிய மதிப்புகளை சேர்க்கும் போது கணக்கீடுகளை மீண்டும் செய்ய வேண்டும்.
- இது சுழல், பருவகால மற்றும் முறையற்ற மாறுபாடுகளை கருத்தில் கொள்வதில்லை
- போக்கு மதிப்புகளை உடன் வருகின்ற சில காலங்களுக்கு மட்டுமே மதிப்பிட இயலும், நீண்டகால அளவிற்கு மதிப்பிட இயலாது.

9.4 பருவ கால மாறுபாடுகள்

பருவகால மாறுபாடுகள் என்னவென்றால், நேரத் தொடரின் தரவுகளில் தாள மாற்றங்கள் வழக்கமான மற்றும் அவ்வப்போது மாறுபடும் ஒரு வருட காலத்தைக் கொண்டிருக்கும். பருவகால மாறுபாடுகளைக் காட்டும் சில எடுத்துக்காட்டுகள் குளிர் பானங்களின் உற்பத்தி ஆகும், அவை கோடை மாதங்களில் அதிகமாகவும், குளிர்காலத்தில் குறைவாகவும் இருக்கும். பண்டிகை காலங்களில் அதிகமாகவும் மற்ற காலங்களில் குறைவாகவும் இருக்கும் ஒரு துணிக்கடையில் புடவைகளின் விற்பனை. வழங்கல் அல்லது தேவை அல்லது இரண்டையும் பாதிக்கும் காலநிலை அல்லது நிறுவன காரணிகளில் அவற்றின் தோற்றம் உள்ளது. இந்த மாறுபாடுகளை துல்லியமாக அளவிட வேண்டும் என்பது முக்கியம். ஒரு காலத் தொடரில் பருவகால மாறுபாடுகளைத் தீர்மானிப்பதற்கான காரணம், அதைத் தனிமைப்படுத்துவதும், பொதுவாக பருவகால குறியீட்டு என குறிப்பிடப்படும் குறியீட்டு வடிவத்தில் மாறியின் அளவின் மீதான அதன் விளைவைப் படிப்பதும் ஆகும்.

9.4.1 பருவ கால குறியீடுகள் காண்பதற்கான முறைகள்

பருவ கால குறியீடுகளை உருவாக்க நான்கு முறைகள் உள்ளன.

1. எளிய சராசரி முறை
2. போக்கு விகித முறை
3. சதவீதம் நகரும் சராசரி முறை

4. தொடர் உறவு முறை

எளிய சராசரி முறை:

ஒரு குறிப்பிட்ட ஆண்டின் ஒவ்வொரு 4 பருவங்களுக்கும் (காலாண்டு தரவுகளுக்கு) காலத் தொடர் தரவு அந்த ஆண்டிற்கான பருவகால சராசரிக்கான சதவீதங்களாக வெளிப்படுத்தப்படுகிறது. வெவ்வேறு பருவங்களுக்கான சதவீதங்கள் எளிய சராசரியைப் பயன்படுத்தி ஆண்டுகளில் சராசரியாக இருக்கும். இதன் விளைவாக ஒவ்வொரு 4 பருவங்களுக்கும் தேவையான பருவகால குறியீடுகள் உள்ளன.

எளிய சராசரி முறையை கணக்கிடுவதற்கான படிகள்:

(i) கொடுக்கப்பட்ட தரவுகளின்படி மாதங்கள், காலாண்டுகள் அல்லது வருடங்கள் மூலம் தரவை வரிசைப்படுத்துக..

(ii) ஒவ்வொரு மாதங்கள், காலாண்டுகள் அல்லது ஆண்டின் தொகையைக் கண்டறியவும்.

(iii) ஒவ்வொரு மாதங்கள், காலாண்டுகள் அல்லது ஆண்டின் சராசரியைக் கண்டறியவும்.

(iv) சராசரிகளின் சராசரியைக் கண்டுபிடி, அது கிராண்ட் சராசரி (ஜி) என்று அழைக்கப்படுகிறது

(v) ஒவ்வொரு பருவத்திற்கும் (அதாவது) மாதங்கள், காலாண்டுகள் அல்லது ஆண்டுக்கான பருவகால குறியீட்டைக் கணக்கிடுங்கள்

பருவகால அட்டவணை (S.I) = $= \dfrac{\text{பருவகால சராசரி}}{\text{கிராண்ட்அவரேஜ்}} \times 100$

தரவு மாதங்களில் வழங்கப்பட்டால்

ஜனவரி (எஸ்.ஐ) == $\dfrac{\text{பருவகால சராசரி(ஜனவரி)}}{\text{கிராண்ட்அவரேஜ்}} \times 100$

பிப்ரவரி (எஸ்.ஐ) = $\dfrac{\text{பருவகால சராசரி(பிப்ரவரி)}}{\text{கிராண்ட்அவரேஜ்}}$

இதேபோல் மற்ற எல்லா மாதங்களுக்கும் பருவகால அட்டவணை கணக்கிடலாம்

உதாரணமாக:5

எளிய சராசரியின் முறையைப் பயன்படுத்தி கணினியின் காலாண்டு உற்பத்திக்கான பருவகால குறியீட்டைக் கணக்கிடுங்கள்

Year	I Quarter	II Quarter	III Quarter	IV Quarter
2011	355	451	525	500
2012	369	410	496	510
2013	391	432	458	495
2014	298	389	410	457
2015	300	390	431	459
2016	350	400	450	500

தீர்வு:

Year	I Quarter	II Quarter	III Quarter	IV Quarter
2011	355	451	525	500
2012	369	410	496	510
2013	391	432	458	495
2014	298	389	410	457
2015	300	390	431	459
2016	350	400	450	500
Quarterly Total	2063	2472	2770	2921
Quarterly Averages	343.83	412	461.67	486.83

பருவகால அட்டவணை (S.I) = $\frac{\text{பருவகால சராசரி}}{\text{கிராண்ட்அவரேஜ்}} \times 100$

கிராண்டவேரேஜ் $= \frac{343.83 + 412 + 461.67 + 486.83}{4} = \frac{1704.33}{4} = 426.0825$

I காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு $= \frac{343.83}{426.0825} \times 100 = 80.69$

II காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு $= \frac{412}{426.0825} \times 100 = 96.69$

III காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு $= \frac{461.67}{426.0825} \times 100 = 108.35$

IV காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு $= \frac{486.83}{426.0825} \times 100 = 114.26$

நன்மை மற்றும் தீமை:

- எளிய சராசரியின் முறை செயல்படுத்த எளிதானது
- இந்த முறை தரவுகளில் எந்த போக்கு மற்றும் சுழற்சி கூறுகள் இல்லை என்ற அடிப்படை அனுமானத்தின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது.
- பெரும்பாலான பொருளாதார மற்றும் வணிக காலத் தொடர்களில் போக்குகள் இருப்பதால், இந்த முறை எளிமையானது என்றாலும் நடைமுறை பயன்பாடு அதிகம் இல்லை.

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 1

1. காலத் தொடர் என்பது பதிவுசெய்யப்பட்ட தரவுகளின் தொகுப்பாகும் ______________

2. செழிப்பு, மந்தநிலை, மனச்சோர்வு மற்றும் மீட்பு ஆகிய சொற்கள் குறிப்பாக ________ உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன

3. காலத் தொடர் என்றால் என்ன?

9.5 முன்கணிப்பு

காலத் தொடர் முன்கணிப்பு முறைகள் வரலாற்று மதிப்புகளை மட்டுமே அடிப்படையாகக் கொண்ட முன்னறிவிப்புகளை உருவாக்குகின்றன, மேலும் அவை வணிக சூழ்நிலைகளில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அங்கு ஒரு வருடம் அல்லது அதற்கும் குறைவான கணிப்புகள் தேவைப்படுகின்றன.

பயன்படுத்தப்படும் இந்த முறைகள் குறிப்பாக விற்பனை, சந்தைப்படுத்தல், நிதி, உற்பத்தி திட்டமிடல் போன்றவற்றுக்கு மிகவும் பொருத்தமானவையாகும், மேலும் அவை எளிமையான எளிமையின் நன்மையைக் கொண்டுள்ளன. நேர வரிசை முன்கணிப்பு என்பது நேரத்தின் தொடர்ச்சியாக நிகழ்வுகளை கணிப்பதற்கான ஒரு நுட்பமாகும்.

இந்த நுட்பம் புவியியல் முதல் பொருளாதாரம் வரை பல துறைகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. எதிர்கால போக்குகள் வரலாற்று போக்குகளுக்கு ஒத்ததாக இருக்கும் என்ற அனுமானத்தின் அடிப்படையில் கடந்த கால போக்குகளை பகுப்பாய்வு செய்வதன் மூலம் நுட்பங்கள் எதிர்கால நிகழ்வுகளை கணிக்கின்றன. ஒப்பீட்டளவில் நிர்ணயிக்கும் நேர முத்திரைகளைச் சுற்றி தரவு ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளது, எனவே, சீரற்ற மாதிரிகளுடன் ஒப்பிடும்போது, பிரித்தெடுக்க முயற்சிக்கும் கூடுதல் தகவல்களைக் கொண்டிருக்கலாம்.

குறிப்பு

குறுகிய கால கணிப்புகளுக்கு நேர வரிசை முறைகள் மிகவும் பொருத்தமானவை (அதாவது, ஒரு வருடத்திற்கும் குறைவானது) .

காலத் தொடர் முன்கணிப்பு போதுமான கடந்தகால தரவு, தரவு உயர் தரமான மற்றும் உண்மையான பிரதிநிதி கிடைப்பதை நம்பியுள்ளது.

நேர வரிசை முறைகள் ஒப்பீட்டளவில் நிலையான சூழ்நிலைகளுக்கு மிகவும் பொருத்தமானவை. கணிசமான ஏற்ற இறக்கங்கள் பொதுவானவை மற்றும் அடிப்படை நிலைமைகள் தீவிர மாற்றத்திற்கு உட்பட்டவை என்றால், நேர வரிசை முறைகள் ஒப்பீட்டளவில் மோசமான முடிவுகளைத் தரக்கூடும்.

முன்கணிப்பு நன்மைகள்:

1. எதிர்காலத்தை கணிக்க உதவுகிறது:
2. கடந்த காலத்திலிருந்து கற்றுக்கொள்கிறது
3. போட்டித்தன்மையுடன் இருக உதவுகிறது
4. புதிய வணிகத்திற்குத் தயாராக உதவுகிறது

முன்கணிப்பு தீமைகள்:

1. முன்கணிப்பு அடிப்படை
2. கடந்த கால தரவுகளின் நம்பகத்தன்மை
3. நேரம் மற்றும் செலவு காரணி

9.6 பருவகால தாக்கம்

அசல் தரவிலிருந்து பருவகால கூறு அகற்றப்படும்போது, குறைக்கப்பட்ட தரவு பருவகால மாறுபாடுகளிலிருந்து விடுபடுகிறது, மேலும் இது பருவகால தாக்க தரவு என அழைக்கப்படுகிறது. அதாவது, ஒரு பெருக்கல் மாதிரியின் கீழ்

$$\frac{TxSxCxI}{S} = T\ x\ C\ x\ I$$

பருவகால தாக்கத்திலிருந்து தேய்மானமய மாக்கப்பட்ட தரவு சராசரி மதிப்புள்ள தரவை மட்டுமே வெளிப்படுத்துகிறது.

பருவகால குறியீட்டால் அசல் தரவைப் பிரிப்பதன் மூலம் பருவகால சரிசெய்தல் செய்ய முடியும்.

$$\text{பருவகால தாக்க தரவு} = \frac{\text{அசல் தரவு}}{\text{பருவகால குறியீட்டு}} X\ 100$$

ஒரு சரிசெய்தல்-பெருக்கி 100 அவசியம், ஏனெனில் பருவகால குறியீடுகள் பொதுவாக சதவீதங்களில் வழங்கப்படுகின்றன.

சேர்க்கை மாதிரி என்றால்

$$Yt = T + S + C + I.$$

$$\text{பருவகால தாக்க தரவு} = \text{அசல் தரவு} - \frac{\text{பருவகால குறியீட்டு}}{100}$$

$$= Yt - \frac{\text{பருவகால குறியீட்டு}}{100}$$

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 2

4. முன்கணிப்பு வரையறுக்க?
5. பருவகால குறியீடுகளைக் கண்டறிய பயன்படுத்தப்படும் முறை என்ன?

9.7 சுருக்கம்

- காலத் தொடர் பல்வேறு சக்திகளால் பாதிக்கப்படுகிறது. சில தொடர்ச்சியாக பயனுள்ளவை, அவை தொடர்ச்சியான நேர இடைவெளியில் தங்களை உணரவைக்கின்றன, இன்னும் சில மீண்டும் மீண்டும் நிகழாதவை அல்லது இயற்கையில் சீரற்றவை. எனவே, முதல் பணி தரவை உடைத்து, இந்த தாக்கங்கள் ஒவ்வொன்றையும் தனிமையில் படிப்பது. இது காலத் தொடரின் சிதைவு என அழைக்கப்படுகிறது.
- கால வரிசை பகுப்பாய்வின் நோக்கம், போக்குகளின் அளவு மற்றும் திசையை அடையாளம் காண்பது, பருவகால மற்றும் சுழற்சி மாறுபாடுகளின் விளைவை மதிப்பிடுவது மற்றும் மீதமுள்ள கூறுகளின் அளவை மதிப்பிடுவது. இது ஒரு காலத் தொடரின் பல கூறுகளாக சிதைவதைக் குறிக்கிறது.

கொடுக்கப்பட்ட காலத் தொடரை பகுப்பாய்வு செய்வதில் வழக்கமாக இரண்டு வரிகள் அணுகப்படுகின்றன: கூட்டல் அணுகுமுறை , பெருக்கல் அணுகுமுறை

நேரவரிசைகளின் பகுப்பாய்வு

.

- சராசரி முறையை நகர்த்துவது என்பது ஏற்ற இறக்கங்களைக் குறைப்பதற்கும், நியாயமான அளவிலான துல்லியத்துடன் ரெண்ட் மதிப்புகளைப் பெறுவதற்கும் ஒரு எளிய சாதனமாகும். இந்த முறையில், பல ஆண்டுகளின் சராசரி மதிப்பு (மாதங்கள், வாரங்கள் அல்லது நாட்கள்) நகரும் சராசரியின் காலத்தின் நடுத்தர புள்ளியின் போக்கு மதிப்பாக எடுத்துக் கொள்ளப்படுகிறது. சராசரி செயல் முறை வளைவை மென்மையாக்குகிறது மற்றும் ஏற்ற இறக்கங்களைக் குறைக்கிறது.

குறிப்பு

- The போக்கு நேரியல் போது போக்கு சமன்பாடு y = a + bt மற்றும் y = a + bt வரிக்கு a மற்றும் b இன் மதிப்புகள் குறிக்கப்படலாம், இது உண்மையான (கவனிக்கப்பட்ட) மதிப்புகளின் செங்குத்து விலகல்களின் சதுரங்களின் தொகையை குறைக்கிறது. நேர் கோட்டில் இருந்து, சாதாரண சமன்பாடுகள் என அழைக்கப்படுபவைக்கான தீர்வுகள்:
- பருவகால மாறுபாடுகள் என்னவென்றால், நேரத் தொடரின் தரவுகளில் தாள மாற்றங்கள் வழக்கமான மற்றும் அவ்வப்போது மாறுபடும் ஒரு வருட காலத்தைக் கொண்டிருக்கும்.
- பருவகால குறியீடுகளை உருவாக்க நான்கு முறைகள் உள்ளன. அவை எளிய சராசரி முறை,போக்கு விகித முறை,சதவீதம் நகரும் சராசரி முறை, தொடர் உறவு முறை

- கால வரிசை முன்கணிப்பு முறைகள் வரலாற்று மதிப்புகளை மட்டுமே அடிப்படையாகக் கொண்ட முன்னறிவிப்புகளை உருவாக்குகின்றன, மேலும் அவை வணிக சூழ்நிலைகளில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அங்கு ஒரு வருடம் அல்லது அதற்கும் குறைவான கணிப்புகள் தேவைப்படுகின்றன.
- அசல் தரவிலிருந்து பருவகால கூறு அகற்றப்படும்போது, குறைக்கப்பட்ட தரவு பருவகால மாறுபாடுகளிலிருந்து விடுபடுகிறது, மேலும் அவை பருவகால தாக்க தரவு என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

குறிப்பு

9.8 முக்கிய சொற்கள்

காலத் தொடர், கால தொடரின் சிதைவு, கூட்டல் அணுகுமுறை , பெருக்கல் அணுகுமுறை, பருவகால மாறுபாடுகள், எளிய சராசரி முறை,போக்கு விகித முறை,சதவீதம் நகரும் சராசரி முறை, தொடர் உறவு முறை, முன்கணிப்பு, பருவகால தாக்கம்.

9.9 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்கள்

1. குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில், சம நேர இடைவெளியில், அடுத்தடுத்த புள்ளிகளில்
2. சுழற்சி இயக்கங்கள்
3. காலத் தொடர் பல்வேறு சக்திகளால் பாதிக்கப்படுகிறது. சில தொடர்ச்சியாக பயனுள்ளவை, அவை தொடர்ச்சியான நேர இடைவெளியில் தங்களை உணரவைக்கின்றன, இன்னும் சில மீண்டும் மீண்டும் நிகழாதவை அல்லது இயற்கையில் சீரற்றவை.
4. காலத் தொடர் முன்கணிப்பு முறைகள் வரலாற்று மதிப்புகளை மட்டுமே அடிப்படையாகக் கொண்ட முன்னறிவிப்புகளை உருவாக்குகின்றன, மேலும் அவை வணிக சூழ்நிலைகளில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன, அங்கு ஒரு வருடம் அல்லது அதற்கும் குறைவான கணிப்புகள் தேவைப்படுகின்றன
5. பருவகால குறியீடுகளை உருவாக்க நான்கு முறைகள் உள்ளன.

எளிய சராசரி முறை,போக்கு விகித முறை,சதவீதம் நகரும் சராசரி முறை, தொடர் உறவு முறை

9.10 கேள்வி மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில் கேள்வி

1. காலத் தொடர் என்றால் என்ன?
2. காலத் தொடரின் பயன்கள் என்ன
3. மாறுபாடுகளின் அடிப்படை வகைகள் யாவை

நீண்ட பதில் கேள்வி

1. காலத் தொடரின் கூறுகளை விளக்குக
2. போக்கு விகித முறை மதிப்பிடுவதற்கான பல்வேறு முறைகள் யாவை
3. ,சதவீதம் நகரும் சராசரி முறை விளக்குக? இது எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது?
4. பருவகால குறியீடுகளைக் கண்டுபிடிக்கும் முறையை விவரிக்கவும்

5. பின்வரும் தரவின் மூன்று ஆண்டு சதவீதம் நகரும் சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்பைக் கணக்கிடுக

Year	**1990**	**1991**	**1992**	**1993**	**1994**	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**	**1999**
Production	21	22	23	25	24	22	25	26	27	26

9.11 கூடுதல் வாசிப்புகள்

1. Spiegel, Murray R.: Theory and Practical of Statistics., London McGraw Hill Book Company.
2. Yamane, T.: Statistics: An Introductory Analysis, New York, HarperedRow Publication
3. R.P. Hooda: Statistic for Business and Economic, McMillan India Ltd.
4. G.C. Beri: Statistics for Mgt., TMH.
5. J.K. Sharma: Business Statistics, Pearson Education.
6. S.P. Gupta : Statistical Methods, Sultan Chand and Sons.

குறிப்பு

அலகு 10 – மாதிரி

அமைப்பு

10.0 அறிமுகம்

நம்முடைய அன்றாட வாழ்க்கையில் சில பொருட்களை அடிக்கடி ஆராய்வோம். பழங்கள், காய்கறிகள் மற்றும் ஆடை பொருட்கள் போன்றவற்றை வாங்குவதற்கு முன்பு அவற்றை ஆராய்வோம். இந்த அணுகுமுறை வாழ்க்கையின் பல்வேறு துறைகளுக்குப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. தயாரிப்புகளின் விரும்பிய தரத்தை உறுதிப்படுத்த தொழிற்சாலைகளில் உள்ள தயாரிப்புகள் ஆய்வு செய்யப்படுகின்றன. நோயாளிகளின் மாதிரியில் அவற்றின் விளைவுகள் சோதிக்கப்படும் போது மருந்துகள் வணிக அளவில் தயாரிக்கப்படுகின்றன. வேளாண் அடுக்குகளில் வெவ்வேறு உரங்கள் சோதிக்கப்படுகின்றன மற்றும் விலங்குகள் மீது வெவ்வேறு உணவுகள் சோதிக்கப்படுகின்றன. பெரிய அணைகள் உண்மையில் கட்டப்படுவதற்கு முன்னர் அவற்றின் வாழ்க்கை மற்றும் பிற குணாதிசயங்களை ஆய்வு செய்வதற்காக சிறிய அணைகள் ஆய்வகங்களில் ஒரு மாதிரியாக கட்டப்பட்டுள்ளன, எனவே ஒவ்வொரு துறையிலும் நாம் ஆய்வு செய்யும் இந்த செயல்முறை

மிகவும் பரவலாக உள்ளது மற்றும் பொதுவாக பல்வேறு சந்தர்ப்பங்களில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. இருப்பினும், இந்த வேலை ஒருபோதும் மிகப் பெரிய அளவில் செய்யப்படுவதில்லை. இந்த செயல்முறை சிறிய அளவில் மேற்கொள்ளப்படுகிறது. ஒரு சிறிய ஆய்வின் அடிப்படையில், ஆய்வின் கீழ் உள்ள முழு பொருள் பற்றியும் ஒரு கருத்தை வெளியிடுகிறோம்.

குறிப்பு

10.1 நோக்கங்கள்

- மாணவர் புரிந்து கொள்ள முடியும்
- மாதிரிப் பரவல் பற்றிப் புரிந்து கொள்ளல்.
- திட்டப்பிழையை வரையறை செய்தல்.
- பல்வகை கருதுகோள் அமைப்புகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- கருதுகோள் சோதனையில் ஏற்படும் முதல் வகைப் பிழை, இரண்டாம் வகைப் பிழை பற்றிப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- மிகைகாண் நிலை, தீர்மானிக்கும் பகுதி, தீர்மானிக்கும் எல்லைமதிப்பு ஆகியவற்றைப் புரிந்து கொள்ளுதல்.
- ஒருபக்க சோதனை, இருபக்க சோதனை ஆகியவற்றை வகைப்படுத்துதல்.
- கருது கோள்களின்படி பெருங்கூறு சோதனைகள் செய்வதற்கான வழிமுறைகளை அறிதல்.
- பெருங்கூறுகளைக் கொண்டு, கருது கோள்களின்படி சராசரிகளுக்கும், விகிதசமங்களுக்கும் மிகைகாண் சோதனைகாணும் கணக்குகளைச் செய்தல்.

கூறெடுத்தல்

எந்த அறிவியல் ஆய்வு அல்லது கள ஆய்விலும் முழுமைத் தொகுதியைப் பற்றிய தெரியாத விவரங்கள் அல்லது பண்புகள் ஆகியவற்றைக் கண்டறிவதே நமது முதன்மை நோக்கமாகும். முழுமைத்தொகுதி முழுவதையும் ஆய்வு செய்து கண்டறிவது எப்போதும் நடைமுறைக்கு ஏற்றதாக அமையாது. ஏனெனில் அச்செயலுக்கு அதிக பொருட்செலவும் அதிக காலமும் செலவழிக்க நேரிடும். ஆனால், முழுமைத்தொகுதியில் இருந்து ஒரு சிறு பகுதியை எடுத்து ஆய்வு செய்வது எளிதான செயலாகும். அத்தகைய சிறு பகுதியை **மாதிரி** அல்லது கூறு (Sample) என்று அழைக்கிறோம். இம்மாதிரியில் இருந்து கிடைக்கப் பெறும் தகவல்களைக் கொண்டு முழுமைத்தொகுதியின் தெரியாத விவரங்களையும், அதன் பண்புகளையும் அனுமானித்துக் கூற இயலும்.

10.2 மாதிரியின் அடிப்படை முடிவுகள்

முழுமைத்தொகுதி

முழுமைத் தொகுதி என்பது ஆய்விற்கு தேவையான அனைத்து கூறுகள் அல்லது அனைத்து உறுப்புகளின் தொகுப்பைக்குறிக்கும். இவ்வாறு புள்ளிவிவரங்களில், முழுமைத்தொகுதி என்பது ஒரு நாள் அல்லது வாரம் அல்லது மாதத்தில் உற்பத்தி செய்யப்படும் கார்களின் எண்ணிக்கை, ஒரு நாள் அல்லது வாரம் அல்லது மாதத்தில் தயாரிக்கப்படும் மின்விசிறிகளின் எண்ணிக்கை, குளிர்சாதன பெட்டி, தொலைக்காட்சிகள், சுண்ணாம்பு துண்டுகள், மக்கள், மாணவர்கள், பெண்கள், சிறுவர்கள், எந்தவொரு உற்பத்தியும் தயாரிப்புகள், முதலியன…

முடிவுறு மற்றும் முடிவுற முழுமைத்தொகுதி

ஒரு குழுவில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எண்ணிடத்தக்கதாக இருப்பின்இ அது முடிவுறு முழுமைத் தொகுதி எனப்படும்.. எடுத்துக்காட்டு: பிபிஏ படிக்கும் அனைத்து மாணவர்களின் உயரம்.

ஒரு முழுமைத் தொகுதியிலுள்ள உறுப்புகள் எண்ணற்றவையாக இருப்பின், அம்முழுமைத் தொகுதி முடிவுறா முழுமைத் தொகுதி எனப்படும். எடுத்துக்காட்டு: ஒரு சாக்கில் அரிசியின் எண்ணிக்கை, விளையாட்டு மைதானத்தில் கற்களின் எண்ணிக்கை.

கூறு மற்றும் கூறின் அளவு

முழுமைத் தொகுதியின்தன்மையைப் பிரதிபலிக்கும் வகையில், முழுமைதொகுதியில் தெரிவு செய்யப்படும் ஒரு பகுதி, மாதிரி அல்லது கூறு (Sample) என்று அழைக்கப்படுகிறது. அக்கூறிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை, கூறின் அளவு (Sample size) என்று அழைக்கப்படுகிறது..

ழுமைத்தொகுதிபண்பளவைமற்றும்கூறு பண்பளவை

தொகுதிப்பண்பளவை

சராசரி (m), மாறுபாடு (s2) போன்ற முழுமைத்தொகுதி புள்ளிவிவர மாறிலிகள் முழுமைத் தொகுதியின்

பண்பளவைகளகும். அவற்றைத் தொகுதிப்பண்பளவை என குறிப்பிடப்படுகின்றன.
கூறு பண்ப ளவை : கூறுகளிலிருந்து கணக்கிடப்பட்ட எந்தவொரு புள்ளிவிவர அளவையும் கூறுபண்பளவை (Statistic) அல்லது மாதிரிப் பண்பளவை என்று அழைக்கப்படும்.

10.3 மாதிரி முறைகள்

மாதிரியின் பல்வேறு முறைகள் கீழ் தொகுக்கப்படலாம்

1) சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு அல்லது நிகழ்தகவு சார்ந்த கூறெடுப்பு
2) சமவாய்ப்பு அற்ற கூறெடுப்பு அல்லது நிகழ்தகவு சாரா கூறெடுப்பு

10.3.1 சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு அல்லது நிகழ்தகவு சார்ந்த கூறெடுப்பு

இந்த முறையின் கீழ், எந்தவொரு கட்டத்திலும் முழுமைத்தொகுதியின் ஒவ்வொரு அலகுக்கும் சம வாய்ப்பு உள்ளது (அல்லது) ஒவ்வொரு அலகு அறியப்பட்ட நிகழ்தகவுடன் வரையப்படுகிறது. இது முழுமைத்தொகுதியின் சராசரி, மாறுபாடு போன்றவற்றை மதிப்பிட உதவுகிறது. நிகழ்தகவு மாதிரியின் கீழ் இரண்டு நடைமுறைகள் உள்ளன

1. கூறெடுப்பு மாற்றத்துடன் மாதிரி
2. கூறெடுப்பு மாற்றீடு இல்லாமல் மாதிரி

முந்தைய டிராக்களில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அலகுகளை மீண்டும் வைப்பதன் மூலம் அடுத்தடுத்த டிராக்கள் செய்யப்படும்போது, அது கூறெடுப்பு மாற்றீடு மூலம் மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது. அத்தகைய மாற்றீடு செய்யப்படாதபோது, அது கூறெடுப்பு மாற்றீடு இல்லாமல் மாதிரி என்று அழைக்கப்படுகிறது. முழுமைத்தொகுதி வரையறுக்கப்பட்டதாக இருக்கும்போது கூறெடுப்பு மாற்றீடு செய்யப்பட்ட மாதிரி ஏற்றுக்கொள்ளப்படுகிறது, இல்லையெனில் கூறெடுப்பு மாற்றீடு இல்லாமல் மாதிரி எடுக்கப்படுகிறது.

நிகழ்தகவு சார்ந்தகூறெடுப்பின்முறைகள் பின்வருமாறு வகைப்படுத்தப்படுகிறது:. அவற்றில் சில.

1. எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை
2. முறையான கூறெடுப்பு முறை
3. படுகை சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை
4. கொத்து மாதிரி

மாதிரி

.

குறிப்பு

Self-Instructional Material

மாதிரி

குறிப்பு

1. எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை

அடிப்படை நிகழ்தகவு மாதிரி முறை எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை. இது அனைத்து நிகழ்தகவு மாதிரி முறைகளிலும் எளிமையானது. முழுமைத்தொகுதி ஒரே மாதிரியாக இருக்கும்போது இது பயன்படுத்தப்படுகிறது. எளிய சமவாய்ப்பு கூறெ டுப்பினை இ உறுப்புகள ைத் திரும்ப வும் வைக் கும் முறை (ருவைா சுநிடயஉநஅநவெ) அல்லது திரும்பவைக்கா முறை (ருவைாழரவ சநிடயஉநஅநவெ) என்னும் வகைகளில்
நிகழ்த்தலாம். எளிய சமவாய்ப்புக் கூறெடுப்பை இ திருப்பி வைக்கும் முறையில் தெரிவு செய்யும் போது
ஏற்கனவே தெரிவு செய்யப்பட்ட ஒரு கூறுஇ பல முறை கூறெடுத்தலில் இடம்பெற வாய்ப்பு உள்ள து.
எனவே எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பில்இ திரும்பவைக்கா முறையினைப் பின்பற்றலாம்:
ே உறுப்புகளைக் கொண்ட முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்புஇ திரும்ப வைக்கா முறையில் முதல் உறுப்பை தெரிவு செய்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{N}$ ஆகவும்இ இரண்டாவது உறுப்பைஇ மீதமுள்ள $(N-1)$ உறுப்புகளிலிருந்து தெரிவு செய்வதற்கான நிகழ்தகவு $\frac{1}{(N-1)}$ ஆகவும் காணலாம். எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறையில் முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து கூறினைத் தெரிவு செய்ய பல முறைகள் இருந்தாலும் பின்வரும் இரண்டு முறைகள் பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. அவை கீழே விவரிக்கப்பட்டுள்ளது.

ை. குலுக்கல் முறை (டுழவவநசல அநவாழன)

ii. சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை மூலம் கூறெடுக்கும் முறை(Table of Random Number)

i) குலுக்கல் முறை (டுழவவநசல அநவாழன)

இது மிகவும் பிரபலமான முறை மற்றும் எளிமையான முறை. இந்த முறையில் பிரபஞ்சத்தின் அனைத்து பொருட்களும் ஒரே அளவு, வடிவம் மற்றும் வண்ணம் கொண்ட தனித்தனி சீட்டுகளில் எண்ணப்பட்டுள்ளன. அவை மடிந்து ஒரு டிரம் அல்லது ஒரு பெட்டி அல்லது ஒரு கொள்கலனில் கலக்கப்படுகின்றன. கண்மூடித்தனமான தேர்வு செய்யப்படுகிறது. விரும்பிய மாதிரி அளவிற்கு தேவையான சீட்டுகளின் எண்ணிக்கை தேர்ந்தெடுக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறு பொருட்களின் தேர்வு வாய்ப்பைப் பொறுத்தது.

ii) சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை மூலம் கூறெடுக்கும் முறை

மாதிரி

.

முழுமைத் தொகுதி எல்லையற்றதாக இருக்கும்போது லாட்டரி முறையைப் பயன்படுத்த முடியாது என்பதால், மாற்று முறை சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை மூலம் கூறெடுக்கும் முறை பயன்படுத்துகிறது. எல்லா பொருட்களையும் ஒரே அளவு, வடிவம் மற்றும் வண்ணத்தின் தனித்தனி சீட்டுகளில் எண்ணுவது கடினம். சீரற்ற மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான மிகவும் நடைமுறை, எளிதான மற்றும் மலிவான முறையை "சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை மூலம் கூறெடுக்கும் முறை" மூலம் செய்யலாம். சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை 0, 1, 2… 9 இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் ஏறக்குறைய ஒரே அதிர்வெண் மற்றும் ஒருவருக்கொருவர் சுயாதீனமாக தோன்றும்.

குறிப்பு

சீரற்ற எண்களின் பல நிலையான அட்டவணைகள் உள்ளன. ஆனால் இந்த நுட்பத்திற்கான கடன் செல்கிறது

1. பேராசிரியர் எல்.எச்.சி. டிப்பேட் (1927) சமவாய்ப்பு எண்களின் அட்டவணை 10,400 நான்கு உருவ எண்களைக் கொண்டுள்ளது.

2. மீனவர்கள் மற்றும் யேட்ஸ் (19380 15,000 இலக்கங்களை உள்ளடக்கியது.

3. 1,00,000 எண்களைக் கொண்ட கெண்டல் மற்றும் பி.பி. ஸ்மித் (1939) 4 இலக்க சீரற்ற எண்களின் 25,000 தொகுப்புகளில் தொகுக்கப்பட்டுள்ளன,

4. ரேண்ட் கார்ப்பரேஷன் (1955) தலா 5 இலக்கங்கள் கொண்ட 2, 00,000 சீரற்ற எண்களைக் கொண்டது,

நிறைகள்

1. தனிப்பட்ட நபரின் விருப்பு, வெறுப்பு தவிர்க்கப்படுகிறது.
2. இது சிக்கனமான முறையாகும் ஏனெனில்இ பொருள் விரையம்இ காலவிரையம் மற்றும் அதிக உழைப்பு விரயமாவதை தவிர்க்கிறது
3. முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றி குறைந்தபட்ச தெளிவு முன்கூட்டியே தெரிந்திருப்பது இம்முறைகது போதுமானதாகும்.

Self-Instructional Material

மாதிரி

குறிப்பு

குறைகள்

1. மாதிரியைத் தெரிவு செய்ய முழுமைத்தொகுதியின் முழுமையான விவரங்கள் தேவைப்படும், ஆனால் சமீபத்திய விவரங்கள் விசாரணைகளில் கிடைப்பதில்லை .

2. மாதிரியின் அளவு சிறியதாக இருக்கும் போது அவை முழுமைத் தொகுதியைப்பிரதிபலிப்ப தில்லை . 2.

முறையான கூறெடுப்பு முறை

எளிய சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை மாதிரியை விட முறையான கூறெடுப்பு முறை தொழில்நுட்பம் செயல்பாட்டு ரீதியாக மிகவும் வசதியானது. ஒவ்வொரு யூனிட்டிலும் மாதிரியில் சேர்ப்பதற்கான சம நிகழ்தகவு இருப்பதை இது உறுதி செய்கிறது. மாதிரியின் இந்த முறையில், முதல் அலகு சீரற்ற எண்களின் உதவியுடன் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது மற்றும் மீதமுள்ள அலகுகள் முன்னரே தீர்மானிக்கப்பட்ட முறைப்படி தானாகவே தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. இந்த முறையான கூறெடுப்பு முறை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மக்களிடமிருந்து ஒவ்வொரு பொருளையும் தேர்ந்தெடுப்பதன் மூலம் ஒரு முறையான கூறெடுப்பு முறை உருவாகிறது, அங்கு k என்பது மாதிரி இடைவெளியைக் குறிக்கிறது. தேர்வு செய்யப்பட வேண்டிய மாதிரியின் அளவைக் கொண்டு முழுமைத் தொகுதியின் அளவைப் பிரிப்பதன் மூலம் கூறு இடைவெளியை தீர்மானிக்க முடியும்.

அதாவது $k = N / n$, இங்கு k என்பது ஒரு முழு எண்.

k = மாதிரி இடைவெளி,

N = முழுமைத்தொகுதியின் அளவு,

n = மாதிரி அளவு.

முறையான கூறெடுப்பு முறை மூலம் மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான நடைமுறை

(i) 100 மாணவர்களின் வகுப்பிலிருந்து 10 மாணவர்களின் மாதிரியை தேர்ந்தெடுக்க விரும்பினால், மாதிரி இடைவெளி $k = N / n = 100/10 = 10$ என கணக்கிடப்படுகிறது

இவ்வாறு மாதிரி இடைவெளி = 10 என்பது ஒவ்வொரு 10 மாதிரிகளுக்கும் ஒரு மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும் என்பதைக் குறிக்கிறது.

(ii) சமவாய்ப்பு முறையில் முதல் கூறெ டுப்பா னது முதல் 10 (மாதிரி இடைவெளி) மாதிரிகளிலிருந்து முதல் மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது.

(iii) முதல் கூறானது 5 வது இடத்திலுள்ள மாணவர் எனில்இ மற்ற கூறுகள் முதல் கூறுடன்
கூறு இடை வெளி (k= 10) கூட்டப்பட்டு, அதாவது 5, 15 , 25, 35, 45, 55, 65, 75, 85,95 எனப்பெறலாம்

உதாரணமாக:1

3,000 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு முழுமைதொ குதியிலிருந்து 10 உறுப்புகளைக் கொண்ட ஒரு மாதிரியை முறைபடுத்திய கூறெடுப்பு முறையில் தேர்வு செய்வதாக எடுத்துக்கொள்வோம்.முதலில் 1 முதல் 3000 வரையிலான எண்களை அனைத்து 3000 உறுப்புகளுக்கும் குறியிட வேண்டும்.
மாதிரி இடைவெளி k N / n = 3000/10 = 300 என கணக்கிடப்படுகிறது.
இவ்வாறு மாதிரி இடைவெளி k = 300 என்பது ஒவ்வொரு 300 மாதிரிகளுக்கும் ஒரு மாதிரி தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டும் என்பதைக் குறிக்கிறது. முதல் மாதிரி முதல் 300 (மாதிரி இடைவெளி) மாதிரிகளிலிருந்து சீரற்ற தேர்வு நடைமுறைகள் மூலம் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட முதல் சீரற்ற மாதிரி 50 ஆக இருந்தால், மீதமுள்ள மாதிரிகள் மாதிரி இடைவெளியின் (k = 300) அதாவது 50, 350, 650, 950, 1250, 1550, 1850, 2150, 2450 இ 2750 ஆகியவற்றின் மதிப்பை அதிகரிப்பதன் மூலம் தானாகவே தேர்ந்தெடுக்கப்படும்.. அந்த எண்களைக் கொண்ட பொருட்கள் மக்களிடமிருந்து மாதிரிகளாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்படும்.

நிறைகள்

- இம்முறையானது எளிதானதும் பயன்படுத்துவதற்கு வசதியானதுமாகும்.
- இம்முறையில் கூறுகள் முழுமைத்தொகுதி முழுவதும் சீராக பரவி இருக்கும்.
- நேரமும் வேலையும் பெருமளவில் குறைகிறது

குறைகள்

- முறைப்ப டுத்திய கூறெடுப்பானது சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்படுவதில்லை .
- முழுமைத்தொகுதியன் அளவு N ஆனது மாதிரித்தொகுதி அளவு n இன் பெருக்கற் பலனாக

மாதிரி

குறிப்பு

இல்லா திருப்பின் இடைவெளி k-இன் மதிப்பானது முழு எண்ணாக இருக்க வாய்ப்பில்லை. இவ்வாறான தருணங்களில் கூறுகளைத் தெரிவு செய்வது கடினம்.

3. **படுகை சமவாய்ப்பு கூறெடுப்பு முறை (Stratified Random Sampling)**

முழுமைத்தொகுதியானது அதன் பண்புகளைப் பொறுத்து அதாவது ஒத்த பண்பற்றவையாகவோ(heterogeneous), அல்லது வெவ்வேறு பகுதிகளாகவோ(துண்டுகளாகவோ) அல்லது பிரிவுகளாகவோ இருக்கும் போது படுகை கூறெடுப்பு முறைபயன்படுகிறது. படுகை கூறெடுப்பு முறையின் மூலம் கூறுகளை தெரிவு செய்வதற்கு முன்இ முழுமைத்தொகுதியை ஒத்த பண்புகள் (homogeneous) உடைய துணைப் பிரிவுகளாக அல்லது படுகைகளாக (Strata) பிரிக்கப்பட்டு ஒவ்வொரு படுகையிலிருந்தும் கூறுகள் தெரிவு செய்யப்ப ட வேண்டும். படுகை
கூறெடுப்பு முறையில் சமவாய்ப்பு மாதிரிகளை தெ ரிவுசெ ய்யும் போது பின்பற்ற வேண்டிய
படிநிலைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன பண்ணையின் அளவு, பயிர் வகை, மண் வகை போன்றவற்றால் நாம் அடுக்கடுக்காக இருக்கலாம்.தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட அலகுகளின் எண்ணிக்கை அனைத்து அடுக்குகளிலும் ஒரே மாதிரியாக இருக்கலாம் (அல்லது) அடுக்கு முதல் அடுக்கு வரை மாறுபடலாம். அடுக்கு ஒதுக்கீட்டில் நான்கு வகைகள் உள்ளன

1. சம ஒதுக்கீடு: தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டிய அலகுகளின் எண்ணிக்கை அனைத்து அடுக்குகளிலும் ஒரே மாதிரியாக இருந்தால், அது மாதிரிகளின் சம ஒதுக்கீடு என அழைக்கப்படுகிறது.
2. விகிதாசார ஒதுக்கீடு: ஒரு அடுக்கிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்பட வேண்டிய அலகுகளின் எண்ணிக்கை அடுக்கின் அளவிற்கு விகிதாசாரமாக இருந்தால், அது மாதிரிகளின் விகிதாசார ஒதுக்கீடு என அழைக்கப்படுகிறது.
3. நெய்மானின் ஒதுக்கீடு: வெவ்வேறு அடுக்குகளுக்கான செலவுகள் சமமாக இருக்கும்போது, அது நெய்மனின் ஒதுக்கீடு என்று அழைக்கப்படுகிறது.
4. உகந்த ஒதுக்கீடு: ஒரு யூனிட்டிற்கான செலவு அடுக்கு முதல் அடுக்கு வரை மாறுபடும் போது, இது உகந்த ஒதுக்கீடு என்று அழைக்கப்படுகிறது

நிறைகள்

- இது அதிக பிரதிநிதி.
- இது அதிக துல்லியத்தை உறுதி செய்கிறது.
- பிரபஞ்சம் துணைப் பிரிக்கப்பட்டிருப்பதால் நிர்வகிப்பது எளிது.

குறைகள்

- முழுமைத்தொகுதி ஒரே மாதிரியான அடுக்குகளாகப் பிரிக்க, அதற்கு அதிக பணம், நேரம் மற்றும் புள்ளிவிவர அனுபவம் தேவைப்படுகிறது, இது கடினமான ஒன்றாகும்.
- முறையான அடுக்குப்படுத்தல் செய்யப்படாவிட்டால், மாதிரி ஒரு சார்புடைய விளைவைக் கொண்டிருக்கும்.

4. கொத்து மாதிரி

கிளஸ்டர் மாதிரியானது ஒரு மாதிரி முறையாகும், இதில் ஆய்வின் முழு முழுமைத் தொகுதி வெளிப்புறமாக ஒரே விதமான ஆனால் உள்நாட்டில் பன்முகத்தன்மை கொண்ட குழுக்களாக கிளஸ்டர்கள் என அழைக்கப்படுகின்றன. அடிப்படையில், ஒவ்வொரு கிளஸ்டரும் முழு முழுமைத் தொகுதி மினி பிரதிநிதித்துவமாகும். எடுத்துக்காட்டாக, சென்னை நகரத்தில் கருத்துக் கணிப்பை நடத்த வேண்டுமானால், நகரத்தை 50 தொகுதிகளாகவும், இந்த 50 தொகுதிகளில் 5 தொகுதிகள் சீரற்ற மாதிரியால் எடுக்கப்படலாம், மேலும் இந்த ஐந்து தொகுதிகளில் வசிப்பவர்களும் இருக்கக்கூடும். ஒரு குறிப்பிட்ட பிரச்சினைகள் குறித்து தங்கள் கருத்தை தெரிவிக்க நேர்காணல் செய்யப்பட்டது

இந்த முறையைப் பயன்படுத்தும் போது, கொத்துகள் முடிந்தவரை சிறிய அளவில் இருப்பதையும், ஒவ்வொரு கிளஸ்டரிலும் உள்ள மாதிரி அலகுகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ இருக்க வேண்டும் என்பதைக் காண வேண்டும். இந்த முறை பொதுவாக முழுமைத் தொகுதியின் சில பொதுவான பண்புகள் பற்றிய தரவுகளை சேகரிப்பதில் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

நிறைகள்

- மலிவான, விரைவான மற்றும் எளிதானத
- பெரிய மாதிரி அளவு பெற வசதியானது
- செலவு குறைந்த

குறைகள்

- குறைந்த பிரதிநிதி அதிக மாதிரி பிழை குறைந்த செயல்திறன்

மாதிரி

• சில நேரங்களில் பொருத்தமானதல்ல

10.3.2 **கூறெடுப்புமுறைசாரா** முறை

குறிப்பு

நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரி என்பது ஒரு மாதிரி நுட்பமாகும், இதில் ஆராய்ச்சியாளர் சீரற்ற தேர்வை விட ஆராய்ச்சியாளரின் அகநிலை தீர்ப்பின் அடிப்படையில் மாதிரிகளைத் தேர்ந்தெடுக்கிறார்.

நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரியில், முழுமைத் தொகுதி யின் அனைத்து உறுப்பினர்களும் நிகழ்தகவு மாதிரியைப் போலன்றி ஆய்வில் பங்கேற்க வாய்ப்பு இல்லை, அங்கு முழுமைத் தொகுதியில் ஒவ்வொரு உறுப்பினரும் தெரிவு செய்யபப்படுவதற்கான வாய்ப்பு உள்ளது.

பைலட் கணக்கெடுப்பு போன்ற ஆய்வு ஆய்வுகளுக்கு நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரி மிகவும் பயனுள்ளதாக இருக்கும் (முன்பே தீர்மானிக்கப்பட்ட மாதிரி அளவோடு ஒப்பிடும்போது ஒரு சிறிய மாதிரிக்கு பயன்படுத்தப்படும் ஒரு கணக்கெடுப்பு). நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரியானது ஆய்வுகளில் பயன்படுத்தப்படுகிறது, அங்கு நேரம் அல்லது செலவுக் கருத்தாய்வு காரணமாக சீரற்ற நிகழ்தகவு மாதிரியை வரைய முடியாது.

நிகழ்தகவு இல்லாத மாதிரி குறைவான கடுமையான முறையாகும், இந்த மாதிரி முறை ஆராய்ச்சியாளர்களின் நிபுணத்துவத்தைப் பொறுத்தது. நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரி கண்காணிப்பு முறைகளால் மேற்கொள்ளப்படுகிறது மற்றும் தரமான ஆராய்ச்சியில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

நிகழ்தகவு இல்லாத மாதிரிகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகள்

1. வசதி மாதிரி:

வசதி மாதிரி என்பது நிகழ்தகவு இல்லாத மாதிரி நுட்பமாகும், அங்கு மாதிரிகள் மக்களிடமிருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன, ஏனெனில் அவை ஆராய்ச்சியாளருக்கு வசதியாக கிடைக்கின்றன. இந்த மாதிரிகள் தேர்வு செய்யப்படுகின்றன, ஏனெனில் அவை ஆட்சேர்ப்பு எளிதானது மற்றும் முழு மக்களையும் பிரதிநிதித்துவப்படுத்தும் மாதிரியைத் தேர்ந்தெடுப்பதை ஆராய்ச்சியாளர் கருத்தில் கொள்ளவில்லை.

வெறுமனே, ஆராய்ச்சியில், மக்களைக் குறிக்கும் மாதிரியைச் சோதிப்பது நல்லது. ஆனால், சில ஆராய்ச்சிகளில், ஒட்டுமொத்த மக்கள்தொகையையும் சோதித்துப் பார்ப்பதற்கு மக்கள் தொகை மிகப்

பெரியது. இது ஒரு காரணம், ஆராய்ச்சியாளர்கள் ஏன் வசதி மாதிரியை நம்பியிருக்கிறார்கள், இது மிகவும் பொதுவான நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரி நுட்பமாகும், ஏனெனில் அதன் வேகம், செலவு-செயல்திறன் மற்றும் மாதிரியின் எளிமை.

வசதிக்கான மாதிரியின் எடுத்துக்காட்டு, ஆராய்ச்சியாளருக்குத் தெரிந்த மாணவர் தன்னார்வலர்களைப் பயன்படுத்துவதாகும். ஆய்வாளர் மாணவர்களுக்கு கணக்கெடுப்பை அனுப்ப முடியும், மேலும் அவர்கள் இந்த சூழ்நிலையில் மாதிரியாக செயல்படுவார்கள்.

குறிப்பு

2. தொடர்ச்சியான மாதிரி:

இந்த நிகழ்தகவு அல்லாத மாதிரி நுட்பம் ஒரு சிறிய மாறுபாட்டுடன், வசதி மாதிரியுடன் மிகவும் ஒத்திருக்கிறது. இங்கே, ஆராய்ச்சியாளர் ஒரு தனி நபரை அல்லது மாதிரி குழுவைத் தேர்ந்தெடுத்து, ஒரு குறிப்பிட்ட காலப்பகுதியில் ஆராய்ச்சி நடத்துகிறார், முடிவுகளை பகுப்பாய்வு செய்கிறார், பின்னர் தேவைப்பட்டால் மற்றொரு பொருள் அல்லது பாடத்தின் குழுவிற்கு செல்கிறார்.

தொடர்ச்சியான மாதிரியானது ஆராய்ச்சியாளருக்கு பல பாடங்களுடன் பணியாற்றுவதற்கான வாய்ப்பை அளிக்கிறது மற்றும் முக்கிய நுண்ணறிவுகளைக் கொண்ட முடிவுகளை சேகரிப்பதன் மூலம் அவரது / அவள் ஆராய்ச்சியை சிறப்பாகச் செய்கிறது.

3. ஒதுக்கீடு மாதிரி:

அனுமானமாக கருத்தில் கொள்ளுங்கள், ஒரு ஆராய்ச்சியாளர் ஒரு நிறுவனத்தில் ஆண் மற்றும் பெண் ஊழியர்களின் தொழில் குறிக்கோள்களைப் படிக்க விரும்புகிறார். இந்த அமைப்பில் 500 ஊழியர்கள் உள்ளனர். இந்த 500 ஊழியர்கள் மக்கள் தொகை என்று அழைக்கப்படுகிறார்கள். மக்கள்தொகையைப் பற்றி நன்கு புரிந்துகொள்ள, ஆராய்ச்சியாளருக்கு ஒரு மாதிரி மட்டுமே தேவைப்படும், முழு மக்களுக்கும் அல்ல. மேலும், மக்கள்தொகைக்குள்ளான குறிப்பிட்ட அடுக்குகளில் ஆராய்ச்சியாளர் ஆர்வம் காட்டுகிறார். ஒதுக்கீடு மாதிரியானது மக்களை அடுக்கு அல்லது குழுக்களாகப் பிரிக்க உதவுகிறது.

500 ஊழியர்களின் தொழில் குறிக்கோள்களைப் படிப்பதற்கு, தொழில்நுட்ப ரீதியாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாதிரியில்

ஆண்களும் பெண்களும் விகிதாசார எண்ணிக்கையைக் கொண்டிருக்க வேண்டும். அதாவது 250 ஆண்களும் 250 பெண்களும் இருக்க வேண்டும்? இது சாத்தியமில்லை என்பதால், ஒதுக்கீடு மாதிரியைப் பயன்படுத்தி குழுக்கள் அல்லது அடுக்குகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன.

குறிப்பு

4. தீர்ப்பு அல்லது நோக்கம் கொண்ட மாதிரி:

தீர்ப்பு மாதிரியில், ஆராய்ச்சியாளரின் அறிவு மற்றும் நம்பகத்தன்மையின் அடிப்படையில் மாதிரிகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஆராய்ச்சி ஆய்வில் பங்கேற்க ஆராய்ச்சியாளர்கள் சரியான பொருத்தம் என்று கருதுபவர்களை மட்டுமே தேர்வு செய்கிறார்கள் (பண்புக்கூறுகள் மற்றும் மக்கள் பிரதிநிதித்துவத்தைப் பொறுத்தவரை).

இது மாதிரியின் விஞ்ஞான முறை அல்ல, இந்த மாதிரி நுட்பத்தின் தீங்கு என்னவென்றால், ஒரு ஆராய்ச்சியாளரின் முன்கூட்டிய கருத்துக்களால் முடிவுகள் பாதிக்கப்படலாம். எனவே, இந்த ஆராய்ச்சி நுட்பத்தில் அதிக அளவு தெளிவின்மை உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டாக, பைலட் ஆய்வுகளில் இந்த வகை மாதிரி முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

5. பனிப்பந்து மாதிரி:

பனிப்பந்து மாதிரி ஆராய்ச்சியாளர்கள் கண்டுபிடிக்க கடினமாக இருக்கும்போது மாதிரியைக் கண்டுபிடிக்க உதவுகிறது. மாதிரி அளவு சிறியதாகவும் எளிதில் கிடைக்காத போதும் ஆராய்ச்சியாளர்கள் இந்த நுட்பத்தைப் பயன்படுத்துகின்றனர். இந்த மாதிரி அமைப்பு பரிந்துரைப்பு நிரல் போல செயல்படுகிறது. ஆராய்ச்சியாளர்கள் பொருத்தமான பாடங்களைக் கண்டறிந்ததும், கணிசமான அளவிலான மாதிரியை உருவாக்குவதற்கு ஒத்த பாடங்களைத் தேட அவர்களுக்கு உதவி கேட்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, நோயாளிகளில் ஒரு குறிப்பிட்ட நோய் அல்லது ஒரு அரிய நோய் சம்பந்தப்பட்ட ஆராய்ச்சியை மேற்கொள்ள இந்த வகை மாதிரியைப் பயன்படுத்தலாம். ஆய்வை மேற்கொள்வதற்கு ஒரு அகநிலை மாதிரியை உருவாக்க ஆராய்ச்சியாளர்கள் அதே நோயால் பாதிக்கப்பட்ட பிற பாடங்களைக் குறிக்க பாடங்களின் உதவியை நாடலாம்.

10.4 மாதிரி மற்றும் மாதிரி பிழைகள்

கூறு என்பது முழுமைத்தொகுதியின் ஒரு பகுதியாகும். முழுமைத் தொகுதிலிருந்து எடுக்கப்படும் கூறுகள் சமவாய்ப்பினைச் சாந்துள்ளதால் முழுமைத்தொ குதியின் அனைத்து சிறப்பியல்புகளையும் பெற்றிருக்கும் எனக் கூற இயலாது. விவரங்களை சேகரித்தல்இமுறைப்படுத்துதல்இ பகுத்தாய்தல் ஆகியவற்றை மேற்கொ ள்ளும் போது ஏற்படும் பிழைகள்

இருவகையாக வகைப்ப டுத்தப்பட்டுள்ளன. அவை,

(i) **கூறெடுப்பு சார்ந்த பிழைகள்** (Sampling Errors)

(ii) **கூறெடுப்பு சாரா பிழைகள்** (Non-Sampling Errors)

I . **கூறெடுப்பு சார்ந்த பிழைகள்** (ளுயஅிடலைபெ நுசசழசள)

பிழைகள், சாதாரண விசாரணையில் எழும் அல்லது வாய்ப்பு காரணமாக விவரங்கள் மாதிரி பிழைகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. மாதிரி பிழைகள் மாதிரி முறையில் உள்ளார்ந்தவை. அவை எந்தவிதமான சார்பு அல்லது பாரபட்சமும் இல்லாமல் தற்செயலாக எழக்கூடும். மாதிரி பிழைகள் பெரும்பாலும் பின்வரும் காரணங்களால் எழுகின்றன:

(a) குறைபாடுள்ள உத்தியின் மூலம் சரியான கூறுக்கு பதில்இ தகுதியற்ற கூறு தேர்வு செய்யப்படும் போ து.

(b) ஆய்வாளர் கூறெடுத்தலின் போது உகந்த உறுப்பு கிடைக்காதபோது அதற்கு பதிலாக தமக்கு தேவையான உறுப்பினைத் தெரிவு செய்யும் போது.

(c) நில அளவீடுகளின்போது எல்லைக் கோட்டினைக் கூறில் தேர்ந்தெ டுப்பதா அல்லது தவிர்ப்பதா என்பது ஒவ் வொரு ஆய்வாளரைப் பொறுத்தாகும். இவ்வாறு கூறெ டுப்பதுஇ தவறான வரையறை கொண்ட மாதிரி அலகுகள் (Faulty demarcation of sampling)எனப்ப டுகிறது.

II. **கூறெடுப்பு சாரா பிழை கள் (Non-Sampling Errors)**

அளவிடும் கருவிகளை (டேப், அளவுகோல்) தேர்ந்தெடுப்பதில், மதிப்பிடுவதில் அல்லது பயன்படுத்துவதில் ஒரு புலனாய்வாளரிடமிருந்து இன்னொருவருக்கு எப்போதும் மாறுபடும் மனித காரணிகளால் ஏற்படும் பிழைகள் மாதிரி அல்லாத பிழைகள் என அழைக்கப்படுகின்றன. பிழைகள் பின்வரும் வழிகளில் எழக்கூடும்:

- ஆராய்ச்சியாளர் அல்லது பதிலளிப்பவர்களின் பகுதியின் அலட்சியம் மற்றும் கவனக்குறைவு.
- பயிற்சி பெற்ற மற்றும் தகுதிவாய்ந்த புலனாய்வாளர்களின் பற்றாக்குறை.
- தவறான கேள்வித்தாளை உருவாக்குதல்.
- தவறான புள்ளிவிவர அளவைப் பயன்படுத்துதல்
- முழுமையற்ற விசாரணை மற்றும் மாதிரி கணக்கெடுப்பு.

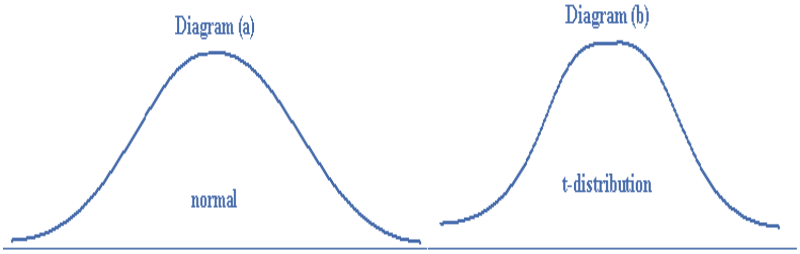
10.5 கூறெடுப்பு பரவல் (Sampling distribution)

கூறெடுப்பு பரவல் அல்லது வரையறுக்கப்பட்ட- கூறெடுப்பு பரவல் என்பது ஒரு சீரற்ற மாதிரியின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரத்தின் நிகழ்தகவு விநியோகமாகும். கூறெடுப்பு பரவல் புள்ளிவிவரங்களில் மிக முக்கியமானவை, ஏனென்றால் அவை புள்ளிவிவர உட்குறிப்புக்கு ஒரு பெரிய எளிமைப்படுத்தலை வழங்குகின்றன. கூறெடுப்பு பரவல் என்பது உண்மையான தரவு சேகரிப்பின் விளைவாக ஏற்படும் விநியோகம் என்று விளக்கலாம். ஒரு மாதிரியின் முக்கிய பண்பு என்னவென்றால், அதில் வரையறுக்கப்பட்ட (கணக்கிடக்கூடிய) மதிப்பெண்கள், 'n' எழுத்தால் குறிப்பிடப்படும் மதிப்பெண்களின் எண்ணிக்கை. ஒரு புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பு ஒரு மாதிரியிலிருந்து மற்றொரு மாதிரிக்கு மாறுபடும். எனவே, இது ஒரு சீரற்ற மாறி மற்றும் அதன் நிகழ்தகவு விநியோகம் அதன் கூறெடுப்பு பரவல் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

சாத்தியமான அனைத்து எளிய சீரற்ற மாதிரிகளிலிருந்தும் கணக்கிடப்பட்ட $\bar{X}$ இன் அனைத்து சாத்தியமான மதிப்புகளின் நிகழ்தகவு விநியோகம் $\bar{X}$ இன் மாதிரி விநியோகம் என அழைக்கப்படுகிறது. சுருக்கமாக, இதை எக்ஸ் of இன் விநியோகம் என்று அழைப்போம். இந்த விநியோகத்தின் சராசரி $\bar{X}$ இன் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு என அழைக்கப்படுகிறது, மேலும் இது $E\bar{X}$ or $\mu\bar{X}$ என எழுதப்படுகிறது. இந்த விநியோகத்தின் நிலையான விலகல் (நிலையான பிழை) S.E. $\bar{X}$ அல்லது $\sigma\bar{X}$ மற்றும் $\bar{X}$ இன் மாறுபாடு Var ($\bar{X}$) அல்லது $\sigma^2\bar{X}$ ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. $\overline{(X)}$ இன் விநியோகம் சில முக்கியமான பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது:

$\overline{(X)}$ இன் விநியோகத்தின் ஒரு முக்கியமான ப்ரொபெர்ட்டி என்னவென்றால், மாதிரியின் அளவு பெரியதாக இருக்கும்போது இது ஒரு சாதாரண விநியோகமாகும். மாதிரி அளவு $n = 30$ க்கு மேல் இருக்கும்போது, அதை ஒரு பெரிய மாதிரி அளவு என்று அழைக்கிறோம். மக்கள் தொகை விநியோகத்தின் வடிவம் ஒரு

பொருட்டல்ல. முழுமைத்தொகுதி இயல்பானதாகவோ அல்லது இயல்பானதாகவோ இருக்கலாம், $n > 30$ க்கு $(\bar{X})$ இயல்பானது, ஆனால் மாதிரிகளின் எண்ணிக்கை மிகப் பெரியதாக இருக்கும்போது இது உண்மை. சீரற்ற மாறி $\bar{X}$ இயல்பானது, $\bar{X}$ ஒரு நிலையான இயல்பான மாறி Z ஆக மாற்றப்படும், அங்கு $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$.
முழுமைத்தொகுதி இயல்பாகவும் $n \leqslant 30$ ஆகவும் இருக்கும்போது $\bar{X}$ ஒரு t - விநியோகம். வரைபடம் (அ) இயல்பான விநியோகத்தையும், வரைபடம் (ஆ) t -விநியோகத்தையும் காட்டுகிறது.



$\bar{X}$ இன் விநியோகத்தின் சராசரி முழுமைத்தொகுதியின் சராசரிக்கு சமம். இவ்வாறு $E(\bar{X}) = \mu_{\bar{X}} = \mu$ (முழுமைத்தொகுதி சராசரி). இந்த உறவு உண்மையுள்ள சிறிய மற்றும் பெரிய மாதிரி அளவுகளுக்கு கூறெடுப்பு மாற்றத்துடன் மாதிரி மற்றும் கூறெடுப்பு மாற்றீடு இல்லாமல் மாதிரி.

- $\bar{X}$ இன் நிலையான பிழை (நிலையான விலகல்) உறவுகள் மூலம் முழுமைத்தொகுதியின் நிலையான விலகலுடன் தொடர்புடையது **S.E.**$(\bar{X}) = \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

முழுமைத்தொகுதி எல்லையற்றதாக இருக்கும்போது இது உண்மை, அதாவது என்என் மிகப் பெரியது அல்லது ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட அல்லது எல்லையற்ற முழுமைத்தொகுதியில் இருந்து மாற்றுவதன் மூலம் மாதிரி செய்யப்படுகிறது.

$$S.E.(\bar{X}) = \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

மாதிரியானது ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட முழுமைத்தொகுதி மாற்றப்படாமல் இருக்கும்போது இது உண்மை. $\Sigma\ \bar{X}$ க்கு இடையிலான மேலே உள்ள இரண்டு சமன்பாடுகள் சிறிய மற்றும் பெரிய மாதிரி அளவுகளுக்கு பயன்படும்.

மாதிரி

குறிப்பு

10.6 **கருதுகோளி**ற்கான செயல்முறை

திட்டப்பிழை:

ஒரு புள்ளியியல் அளவையின் கூறெடுப்பு பரவலின் திட்ட விலக்கமே திட்டப்பிழை எனப்படும். இதனை S.E. எனச் சுருக்கமாகக் குறிப்பிடுகிறோம். பெருங் கூறுகளின் அதிக அளவில் அறியப்பட்ட சில திட்டப்பிழைகள் கீழேகொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இதில் n என்பது மாதிரியின் அளவு, $s2$ என்பது முழுமைத் தொகுதியின்மாறுபாட்டளவை ஆகும். இதேபோல், மாதிரி புள்ளிவிவரம் விகிதம் $\hat{p}$ ஆக இருந்தால், $\hat{p}$ இன் சாத்தியமான அனைத்து மதிப்புகளின் நிலையான விலகலை $\hat{p}$ இன் நிலையான பிழை என்று அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் $\sigma\hat{p}$ அல்லது S.E. **($\hat{p}$).**

10.7 இன்மை கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள்

ஒரு கருதுகோள் முழுமைத்தொகுதி குறித்த அறிக்கை அல்லது அந்தந்த நிகழ்தகவு விநியோகத்துடன் தொடர்புடைய அறியப்படாத அளவுருக்களின் மதிப்புகள் என வரையறுக்கப்படுகிறது. அனைத்து கருதுகோள்களும் புள்ளிவிவரக் கருத்துகள் மற்றும் ஆய்வு முழுமைத்தொகுதி பெறப்பட்ட ஒரு பிரதிநிதி மாதிரியைப் பயன்படுத்தி அவற்றின் செல்லுபடியாக்கலுக்காக சோதிக்கப்பட வேண்டும். தொழில் கருதுகோள் சோதனை, தொழில், உயிரியல் அறிவியல், நடத்தை அறிவியல் மற்றும் பொருளாதாரம் உள்ளிட்ட பல்வேறு துறைகளில் முக்கிய பங்கு வகிக்கிறது.

ஒரு புள்ளிவிவர சோதனை என்பது சில விதிகளால் நிர்வகிக்கப்படும் ஒரு செயல்முறையாகும், இது நிராகரிப்பதற்கான இன்மை கருதுகோளைப் பற்றி முடிவெடுக்க வழிவகுக்கிறது அல்லது மாதிரி மதிப்புகளின் அடிப்படையில். இந்த செயல்முறை புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

புள்ளிவிவர கருதுகோள் என்பது அறியப்படாத சில அளவுருவின் மதிப்பைப் பற்றிய ஒரு அனுமானமாகும், மேலும் கருதுகோள் அளவுருவுக்கு சில எண் மதிப்பு அல்லது மதிப்புகளின் வரம்பை வழங்குகிறது. ஒவ்வொரு கருதுகோள் சோதனை சிக்கலிலும், இன்மை கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோள் என இரண்டு கருதுகோள்கள் இருப்பதைக் காண்போம்.

Self-Instructional Material

இன்மை கருதுகோள்:

ஒரு மாதிரியில், ஒரு கருதுகோளின் படி சோதனை செய்யப்பட்டு அக்கருதுகோள் மறுக்கப்படுவதற்கான வாய்ப்பு இருக்குமேயானால் அக்கருதுகோள் இன்மைகருதுகோள் (Null Hypothesis) என்று அழைக்கப்படுகிறது. அது $H0$ என்று குறிக்கப்படுகிறது.

மாற்று கருதுகோள்:

முழுமைத்தொகுதியைப் பற்றிய ஒரு கருத்து, அங்குள்ள சூழ்நிலையைப் பொருத்து, இன்மை கருதுகோளை மறுக்குமானால், அக்கருதுகோள் மாற்று கருதுகோள் (Alternative Hypothesis) என்று அழைக்கப்படுகிறது. அக்கருதுகோள் $H1$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, ஒரு முழுமைத் தொகுதியின் சராசரி $\mu0$ என்ற மதிப்பைப் பெற்றிருந்தால் புள்ளியியல் சோதனையின் போது இன்மை கருதுகோள் $H0: \mu = \mu0$ என்று குறிப்பிடப்படுகிறது. அதற்குரிய மாற்று கருதுகோளைப் பின்வருவனவற்றில் ஏதேனும் ஒன்று அமையுமாறு எழுதலாம்:

(i) $H1: \mu \neq \mu0$ (இருபக்க மாற்று கருதுகோள்)

(ii) $H1: \mu > \mu0$ (ஒருபக்க வலது மாற்று கருதுகோள்)

(iii) $H1: \mu < \mu0$ (ஒருபக்க இடது மாற்று கருதுகோள்)

சமன்பாட்டின் (1) மாற்றுக் கருதுகோள் இரு பக்க மாற்று என்றும், சமன்பாட்டில் உள்ள மாற்று கருதுகோள் (2) ஒரு பக்க (வலது) மாற்று என்றும், சமன்பாடு (3) ஒருதலைப்பட்ச (இடது) மாற்று என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

10.8 புள்ளியியல் கருதுகோள் சோதனை யில் ஏற்படும் பிழைகள்

கருதுகோள் சோதனை செய்யும் போது பெறுகின்ற புள்ளியியல் முடிவு என்பது , இன்மை கருதுகோள் H0 ஐ மறுப்பதோ, மறுக்காமல் இருப்பதோ ஆகும்

புள்ளியியல் முடிவுகள் என்பவை , புள்ளியியல் கோட்பாடுகள் மூலம் சில விதிகளைக் கொண்டு முடிவு காணும் விதிகள் என்பவை உருவாக்கப் பெற்று இருக்கின்றன . ஒரு சோதனையில் இன்மை கருதுகோள் H0 ஐ மறுக்கும் நிலையில் உள்ளவிதி, மறுக்கும் விதி என்று அழைக்கப்படுகிறது

ஒரு குறிப்பிட்ட சூழ்நிலையில் இன்மை கருதுகோள் சரியாகவோ, தவறாகவோ அமையலாம். ஒவ்வொரு கருதுகோள்

மாதிரி

.

குறிப்பு

Self-Instructional Material

மாதிரி

குறிப்பு

சோதனையிலும், முடிவெடுக்கும் போது நான்கு வகையான சூழ்நிலைகள் உருவாகுவதைக் காணலாம்.

இன்மை கருதுகோளான $H0$ என்பதை மறுக்கும் போதோ , $H0$ என்பதை மறுக்காமல் இருக்கும் போதோ இறுதி முடிவு எடுக்கும் சமயங்களில் சில தவறுகள் ஏற்பட வாய்ப்புண்டு. அதில் $H0$ என்பது சரியான கூற்றாக இருக்கும் பொழுது $H0$ என்பதை மறுக்கும் பிழைக்கு முதல்வகைப் பிழை என்றும், $H0$ என்பது தவறான கூற்றாக இருக்கும்பொழுது $H0$ என்பதை மறுக்காமல் இருப்பது இரண்டாம் வகைப் பிழை என்றும் அழைக்கப்படும்

உதாரணமாக:2

ஒரு தொலைக்காட்சி உற்பத்தி நிறுவனம் தொலைக்காட்சியின் புதிய மாதிரியை அறிமுகப்படுத்துகிறது. ஒரு நகரத்தில் புதிய தொலைக்காட்சியின் தினசரி விற்பனை ₹80,000 சராசரி விற்பனை மற்றும் ஒரு நாளைக்கு ₹ 5,000 நிலையான விலகலுடன் விநியோகிக்கப்படும் என்று கருதப்படுகிறது. டிவி சேனல்களில் விளம்பரங்களை வைப்பதை நிறுவனத்தின் விளம்பர மேலாளர் கருதுகிறார். விற்பனை அதிகரித்துள்ளதா இல்லையா என்பதை அறிய 10 சீரற்ற நாட்கள் மற்றும் சோதனைகளில் அவர் இதைச் செய்கிறார். பொருத்தமான இன்மை மற்றும் மாற்று கருதுகோள்களை உருவாக்குக. இவற்றில் ஏற்படும் முதல் வகைப் பிழை மற்றும் இரண்டாம் வகைப் பிழை என்னவாக இருக்கும்?

தீர்வு:

விற்பனை மேலாளர், ₹80,000 க்கு மேல் அதிகரித்ததா இல்லையா என்பதை விளம்பர மேலாளர் சோதிக்கிறார். விளம்பரம் தோன்றினால் விற்பனையின் சராசரி தொகையாக இருக்கட்டும்.

கொடுக்கப்பட்ட தகவலின் அடிப்படையில் இன்மை மற்றும் மாற்று கருதுகோள்களை பின்வருமாறு வடிவமைக்க முடியும்:

இன்மை கருதுகோள்: $H_0 : \mu = 80000$

அதாவது, விளம்பரம் காரணமாக சராசரி விற்பனை ₹80,000 கணிசமாக வேறுபடவில்லை.

மாற்று கருதுகோள்: $H1: \mu > 80000$

அதாவது, விளம்பரம் காரணமாக சராசரி விற்பனையில் அதிகரிப்பு குறிப்பிடத்தக்கதாகும்.

Self-Instructional Material

(i) முதல் வகைப் பிழை ஏற்பட்டால், விளம்பரம் விற்பனையை மேம்படுத்தியதால் அது முடிவுக்கு வரும். ஆனால், உண்மையில் அது இல்லை.

(ii இரண்டாம் வகைப் பிழை ஏற்பட்டால், விளம்பரம் விற்பனையை மேம்படுத்தவில்லை என்று முடிவு செய்யப்படும். ஆனால், உண்மையில், விளம்பரம் விற்பனையை மேம்படுத்தியுள்ளது.

இந்த பிழைகள் ஏற்பட்டதன் காரணமாக பின்வருபவை அபராதங்களாக இருக்கலாம்:

முதல் வகைப் பிழை ஏற்பட்டால், நிறுவனம் விளம்பரத்திற்காக செலவிடலாம். இது நிறுவனத்தின் செலவை அதிகரிக்கக்கூடும். மறுபுறம், இரண்டாம் வகைப் பிழை ஏற்பட்டால், நிறுவனம் விளம்பரத்திற்காக செலவிடாது. இது நிறுவனத்தின் விற்பனையை மேம்படுத்தாமல் போகலாம்.

உதாரணமாக:3

நீதிமன்ற அறையில், ஒரு குற்றவாளி நிரூபிக்கப்படாத வரை ஒரு குற்றவாளி குற்றவாளியாக கருதப்படுவதில்லை. வழக்கறிஞர் பிரதிவாதியின் குற்றத்தை நிரூபிக்க முயற்சிக்கிறார். போதுமான சான்றுகள் இருக்கும்போது மட்டுமே பிரதிவாதி கண்டிக்கப்படுவார். செயல்முறையின் தொடக்கத்தில், இரண்டு கருதுகோள்கள் உள்ளன.

H0: "பிரதிவாதி குற்றவாளி அல்ல", மற்றும்

H1: "குற்றவாளி ".

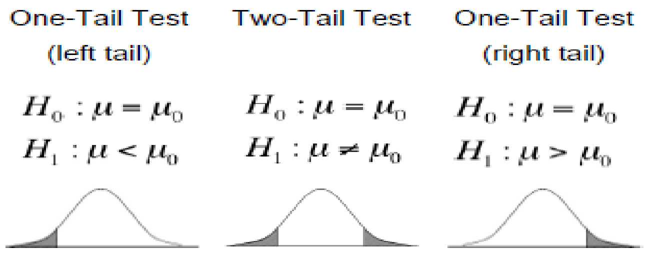
முதலாவது இன்மை கருதுகோள் என்றும், இரண்டாவது மாற்று (கருதுகோள்) என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

10.9 ஒருமுனை மற்றும் இருமுனை சோதனைகள்

இரு-முனை சோதனை என்பது, மாதிரி புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பிற்காக முழுமைத் தொகுதி அளவுரு பற்றிய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டால், விநியோகத்தின் முனை இரண்டிலும் தோல்வியடைகிறது

விநியோகத்தின் ஒரு பக்க முனை தோல்வியடைந்த மாதிரி புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்புக்கு முழுமைத் தொகுதி அளவுரு பற்றிய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படும்போது, அது ஒரு முனை சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

நிராகரிப்பு பகுதி வலது பக்கத்தில் விழுந்தால், அது வலது முனை சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.) மறுபுறம் நிராகரிப்பு பகுதி இடது பக்கத்தில் விழுந்தால், அது இடது முனை சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.



உதாரணமாக:4

ஒரு காப்பீட்டு நிறுவனம் அதன் தற்போதைய பாலிசி விகிதங்களை மதிப்பாய்வு செய்கிறது. முதலில் கட்டணங்களை நிர்ணயிக்கும் போது சராசரி உரிமைகோரல் தொகை அதிகபட்சமாக ரூ .180000 என்று அவர்கள் நம்பினர். உண்மையான சராசரி இதை விட அதிகமாக உள்ளது என்று அவர்கள் கவலைப்படுகிறார்கள், ஏனென்றால் அவர்கள் நிறைய பணத்தை இழக்கக்கூடும். அவை தோராயமாக 40 உரிமைகோரல்களைத் தேர்ந்தெடுத்து, ரூ .195000 மாதிரி சராசரியைக் கணக்கிடுகின்றன. உரிமைகோரல்களின் நிலையான விலகல் ரூ .50000 என்று கருதி $\alpha = .05$ ஐ அமைத்து, காப்பீட்டு நிறுவனம் அக்கறைகொள்ள வேண்டுமா இல்லையா என்பதை சோதிக்கவும்.

தீர்வு:

படி 1: இன்மை மற்றும் மாற்று கருதுகோள்களை அமைக்கவும்

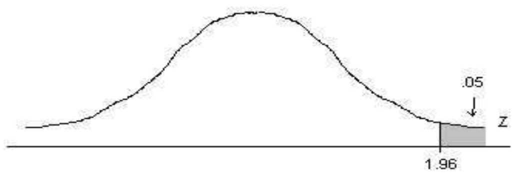
H0 : $\mu \leq 180000$

H 1: $\mu > 180000$

படி 2: சோதனை புள்ளிவிவரத்தைக் கணக்கிடுக

$$z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = 1.897$$

படி 3: நிராகரிப்பு பகுதியை அமைக்கவும்



படி 4: முடிவு: 1.897 > 1.65 என்று காணலாம், இதனால் நிராகரிப்பு பிராந்தியத்தில் சோதனை புள்ளிவிவரம். எனவே இன்மை கருதுகோளை ஏற்கத் தவறுகிறோம். காப்பீட்டுத் தோழர்கள் அவர்களின் தற்போதைய பாலிசிகளைப் பற்றி கவலைப்படுவார்கள் .

உதாரணமாக:5

ஒரு அழகுசாதன நிறுவனம் தனது சிறந்த விற்பனையான முககிரீமை 88 மில்லி ஜாடியில் ஒரு தானியங்கி விநியோக

இயந்திரத்தால் நிரப்புகிறது. இயந்திரம் ஒரு ஜாடிக்கு 8.1 மில்லி சராசரியாக வழங்க அமைக்கப்பட்டுள்ளது. செயல்பாட்டில் கட்டுப்படுத்த முடியாத காரணிகள் சராசரியை 8.1 இலிருந்து மாற்றி குறைந்த நிரப்பு அல்லது அதிக நிரப்புதல்ஆகியவற்றின் கீழ் ஏற்படுத்தக்கூடும், இவை இரண்டும் விரும்பத்தகாதவை. அத்தகைய சந்தர்ப்பத்தில் விநியோகிக்கும் இயந்திரம் நிறுத்தப்பட்டு மறுபரிசீலனை செய்யப்படுகிறது. வழங்கப்பட்ட சராசரி தொகையைப் பொருட்படுத்தாமல், விநியோகிக்கப்பட்ட தொகையின் நிலையான விலகல் எப்போதும் மதிப்பு 0.22 மில்லி ஆகும். ஒரு தரக் கட்டுப்பாட்டு பொறியியலாளர் வழக்கமாக வரிசையில் இருந்து 30 ஜாடிகளைத் தேர்ந்தெடுத்து நிரப்பப்பட்ட அளவுகளை சரிபார்க்கிறார். ஒரு சந்தர்ப்பத்தில், மாதிரி சராசரி $\bar{x}$ = 8.2 மிலி மற்றும் மாதிரி நிலையான விலகல் s = 0.25 மிலி ஆகும். 1% முக்கியத்துவ மட்டத்தில், இயந்திரத்தை மறுபரிசீலனை செய்ய வேண்டும் என்பதைக் குறிக்க மாதிரியில் போதுமான ஆதாரங்கள் உள்ளதா என்பதைத் தீர்மானிக்கவும்

படி 1. இயந்திரம் சரியாக வேலை செய்கிறது என்பது இயற்கையான அனுமானம். ஆகவே, முககிரீம் விநியோகிக்கப்படுவதற்கான சராசரி அளவைக் குறிக்கிறது என்றால், கருதுகோள் சோதனை

$H0 : \mu=8.1$

$H1 : \mu \neq 8.1$

$\alpha=0.01$

படி 2. மாதிரி பெரியது மற்றும் முழுமைத் தொகுதியின் நிலையான விலகல் அறியப்படுகிறது. இவ்வாறு இவ்வாறு சோதனை புள்ளிவிவரம்

$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma Z/\sqrt{n}}$

படி 3. சோதனை புள்ளிவிவரத்திற்கான சூத்திரத்தில் தரவைச் செருகுவது கொடுக்கிற

$$Z = \frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{8.2-8.1}{0.22/\sqrt{30}} = 2.490$$

படி 4. H1 “$\neq$” இல் உள்ள சின்னம் இது இருமுனை கொண்ட சோதனை என்பதால், முக்கியமான இரண்டு மதிப்புகள் உள்ளன,

$\pm z\alpha / 2 = \pm z = 0.005$, இது கடைசி வரியிலிருந்து ± 2.576 என நாம் படித்தோம்.

மறுக்கும் பகுதி$(-\infty,-2.576]\cup[2.576,\infty)(-\infty,-2.576]\cup[2.576,\infty)$.

மாதிரி

.

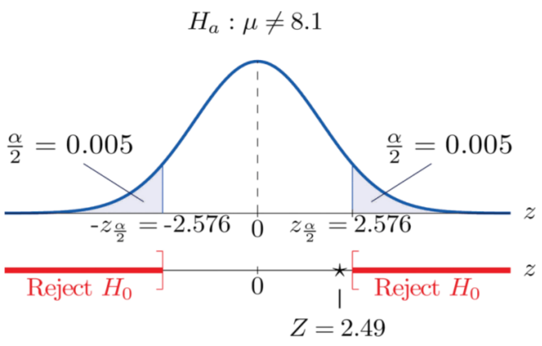
குறிப்பு

Self-Instructional Material

மாதிரி

குறிப்பு

• படி 5. சோதனை புள்ளிவிவரம் நிராகரிப்பு பகுதியில் வராது. முடிவு H0 ஐ நிராகரிக்க முடியாது. பிரச்சினையின் சூழலில் முடிவு: 1% அளவிலான முக்கியத்துவத்தில், வழங்கப்பட்ட உற்பத்தியின் சராசரி அளவு 8.1 மில்லியில் இருந்து வேறுபட்டது என்ற முடிவுக்கு தரவு போதுமான ஆதாரங்களை வழங்கவில்லை. இயந்திரத்தை மறுபரிசீலனை செய்ய தேவையில்லை என்று முடிவு செய்கிறோம்.



உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 1

1. மாதிரி என்றால் என்ன?
2. மாற்று கருதுகோள் H1: $\mu \neq \mu 0$ எனும்போது, தீர்மானிக்கும் பகுதியை நிர்ணயிப்பது ---------------
3. *H0* என்பது சரியான கூற்றாக இருக்கும்பொழுது *H0* என்பதை மறுக்கும் பிழைக்கு ______________
4. இன்மை கருதுகோள் என்றால் என்ன?
5. முதல்வகைப் பிழை, இரண்டாம் வகைப் பிழை என்றால் என்ன?

10.10 சுருக்கம்

- புள்ளிவிவரம் ஒரு சீரற்ற மாறி மற்றும் அதன் நிகழ்தகவு விநியோகம் மாதிரி விநியோகம் என்று அழைக்கப்படுகிறது.
- நிலையான பிழை என்பது மாதிரி விநியோகத்தின் நிலையான விலகல் ஆகும்.
- கருதுகோள் என்பது முழுமைத் தொகுதி அல்லது அளவுருக்களின் மதிப்புகள் பற்றிய அறிக்கை.
- இன்மை கருதுகோள் என்பது ஒரு கருதுகோள் ஆகும், இங்கே சாத்தியமான மறுக்கும் விதி சோதிக்கப்படுகிறது.
- புள்ளிவிவர சோதனை இன்மை கருதுகோளில் முடிவெடுக்க வழிவகுக்கிறது.
- ஒவ்வொரு புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை சிக்கலிலும், ஒரு இன்மை கருதுகோள் மற்றும் ஒரு மாற்று கருதுகோள் உள்ளது.

Self-Instructional Material

- முதல்வகைப் பிழை உண்மையான இன்மை கருதுகோளை நிராகரிக்கிறது. இரண்டாம் வகைப் பிழை தவறான இன்மை கருதுகோளை நிராகரிக்கவில்லை.
- இருமுனை சோதனை என்பது, புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பிற்காக முழுமைத் தொகுதி அளவுரு பற்றிய கருதுகோள் நிராகரிக்கப்பட்டால், விநியோகத்தின் முனை இரண்டிலும் தோல்வியடைகிறது
- முழுமைத் தொகுதி அளவுரு பற்றிய கருதுகோள் விநியோகத்தின் ஒருமுனை சோதனைகள் தோல்வியடைந்த மாதிரி புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்புக்கு நிராகரிக்கப்படும்போது, அது ஒருமுனை சோதனைகள் என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மாதிரி

.

குறிப்பு

10.11 முக்கிய சொற்கள்

மாதிரி, மாதிரி விநியோகம், முதல்வகைப் பிழைஇ இரண்டாம் வகைப் பிழை, ஒருமுனை சோதனைகள்

இருமுனைசோதனை, இன்மை கருதுகோள், கருதுகோள் சோதனை

10.12 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்

1. ஒரு முன் வரையறுக்கப்பட்ட தேர்வு முறையைப் பயன்படுத்தி ஒரு பெரிய முழுமைத் தொகுதி தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட சிறிய தரவுத் தொகுப்பாக ஒரு மாதிரி வரையறுக்கப்படுகிறது.

2. வலது மற்றும் இடது முனை
3. முதல்வகைப் பிழை
4. ஒரு இன்மை கருதுகோள், அளவுருவின் அனுமானத்திற்கும் உண்மையான மதிப்புக்கும் எந்த வித்தியாசமும் இல்லை
5. H0 ஐ நிராகரிப்பதன் மூலம் செய்யப்படும் பிழை, H0 உண்மையில் உண்மையாக இருக்கும்போது, முதல்வகைப் பிழை என்று ழைக்கப்படுகிறது. H0 ஐ நிராகரிக்காததன் மூலம் செய்யப்படும் பிழை, H0 தவறானதாக இருக்கும்போது, இரண்டாம் வகைப் பிழை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

10.13 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில்கள்

1. முடிவு அட்டவணையை விவரிக்கவும்.
2. முதல்வகைப் பிழைஇ இரண்டாம் வகைப் பிழை என்றால் என்ன?
3. முக்கியத்துவத்தின் நிலை என்ன?

மாதிரி

குறிப்பு

4. ஒரு முனை மற்றும் இரு முனை சோதனைகளை விளக்குக.

5. முக்கியமான மதிப்பை விளக்குங்கள்.

நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. பல்வேறு வகையான மாதிரி முறைகளை சுருக்கமாக விவரிக்கவும், ஒவ்வொன்றிற்கும் சுருக்கமான விளக்கத்தை அளிக்கவும்

2. இன்மை மற்றும் மாற்று கருதுகோளைப் பற்றி விவாதிக்கவும்.

3. ஒரு மற்றும் இருமுனை சோதனையை விரிவாக விளக்குங்கள்

4. ஒரு நிறுவனத்தில் இருந்து 100 மாணவர்களின் தொகுப்பு தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறது. இந்த மாணவர்களின் சராசரி உயரம் 163 செ.மீ மற்றும் நிலையான விலகல் 10 செ.மீ ஆகும். சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் மதிப்பை H0 இன் கீழ் கணக்கிடுங்கள்: $\mu = 167$.

5. பள்ளி A இலிருந்து 50 மாணவர்களின் சீரற்ற மாதிரியில், அவர்களில் 35 பேர் குப்பை உணவை விரும்பினர். பள்ளி B இலிருந்து 80 இன் மற்றொரு மாதிரியில், அவர்களில் 40 பேர் குப்பை உணவை விரும்பினர். இரண்டு மாதிரி விகிதாச்சாரங்களுக்கு இடையிலான வேறுபாட்டின் நிலையான பிழையைக் கண்டறியவும்.

6. $m = 35$, $n = 40$, $x = 10.8$, $y = 11.9$, $sx = 3$ மற்றும் $sy = 4$ எனில், $x - y$ இன் நிலையான பிழையைக் கணக்கிடுங்கள்.

10.14 கூடுதல் வாசிப்புகள்

1. Statistics (Theory & Practice) by Dr. B.N. Gupta. SahityaBhawan Publishers andDistributors (P) Ltd., Agra.
2. Statistics for Management by G.C. Beri. Tata McGraw Hills Publishing CompanyLtd., New Delhi.
3. Business Statistics by Amir D. Aczel and J. Sounderpandian. Tata McGraw HillPublishing Company Ltd., New Delhi.
4. Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda. MacMillan India Ltd., NewDelhi.
5. Statistical Method by S.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.
6. Statistics for Management by Richard I. Levin and David S. Rubin. Prentice Hallof India Pvt. Ltd., New Delhi.

அலகு - 11 கருதுகோள் சோதனை

11.0 அறிமுகம்

குறிப்பு

கருதுகோள் சோதனை ரொனால்ட் ஃபிஷர், ஜெர்சி நெய்மன், கார்ல் பியர்சன் மற்றும் பியர்சனின் மகன் எகோன் பியர்சன் ஆகியோரால் அறிமுகப்படுத்தப்பட்டது. கருதுகோள் சோதனை என்பது ஒரு புள்ளிவிவர முறையாகும், இது சோதனை தரவுகளைப் பயன்படுத்தி புள்ளிவிவர முடிவுகளை எடுக்க பயன்படுகிறது. கருதுகோள் சோதனை என்பது அடிப்படையில் மக்கள் தொகை அளவுருவைப் பற்றிய ஒரு அனுமானமாகும்.

குறிப்பு

11.1 நோக்கங்கள்

- கருதுகோள் சோதனையின் நோக்கங்களை அறிதல்.
- பல்வகை கருது கோள் அமைப்புகளைப் புரிந்து கொள்ளுதல்
- கருதுகோள்களின்படி பெருங்கூறு சோதனைகள். செய்வதற்கான வழிமுறைகளை அறிதல்
- பெருங்கூறுகளைக் கொண்டு, கருதுகோள்களின்படி சராசரிகளுக்கும், விகிதசமங்களுக்கும் மிகைகாண் சோதனைகாணும் கணக்குகளைச் செய்தல்.

11.2 முழுமைத்தொகுதி சராசரிகான கருதுகோள் சோதனை

11.2.1 முழுமைத்தொகுதி மாறுபாடு அளவீட்டு தெரிந்திருக்கும் போது)

வழிமுறை:

படி 1 : சராசரி μ, மாறுபாட்டு அளவை σ^2 என்பவை சோதனைக்கு எடுத்துக் கொண்ட முழுமைத் தொகுதியில் அமைவதாக இருக்கட்டும். மேலும் முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாட்டு அளவை கொடுக்கப்பட்டுள்ளதாக கருதுவோம். μ இன் ஏற்கக் கூடிய மதிப்பு μ_0 எனில் இன்மை கருதுகோளை H_0: $\mu = \mu_0$ என்று எழுத வேண்டும். பின் அதற்குரிய மாற்று கருதுகோளாகக் கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஒன்றினைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்.

(i) H_1: $\mu \neq \mu_0$ (ii) H_1: $\mu > \mu_0$ (iii) H_1: $\mu < \mu_0$

படி 2 : முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ என்ற n உறுப்புகளால் ஆன அளவு முப்பதுக்கும் மேற்பட்ட $(n \geq 30)$ ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியை எடுத்துக்கொள்வோம். அம்மாதிரியிலிருந்து பெறப்படும் தரவுகளைக் குறிப்பிடுக.

படி 3 : இச்சோதனைக்கான மிகை காண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : H_0 என்பதைப் பொருத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை (Test statistic) $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ என்பதைக் கருதுவோம். இங்கு $\overline{X}$ என்பது மாதிரி சராசரியைக் குறிக்கும். இதன் சராசரி பரவல் இயல்நிலை பரவல் $N(0,1)$ என்பதற்கு மிக நெருங்கியதாக அமையும்.

படி 5 : மேற்கண்ட விதிப்படி கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு $z_0 = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ என்பதைக் கணக்கிடுக.

படி 6 : மிகைகாண் நிலை α, மாற்று கருதுகோள் H_1 என்பதற்கு ஏற்ப பின்வரும் அட்டவணையில் இருந்து தீர்மானிக்கும் மதிப்பு z_e என்பதைத் தெரிவு செய்க

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu \neq \mu0$	$\mu > \mu0$	$\mu < \mu0$
Critical Value (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu \neq \mu 0$	$\mu > \mu 0$	$\mu < \mu 0$
Rejection Rule	$\lvert z_0\rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

உதாரணமாக:1

பேட்டரிகளை உற்பத்தி செய்யும் ஒரு நிறுவனம், அதன் பேட்டரிகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 200 மணிநேரம், அன் திடட விலக்கம் 15 மணிகள். தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 100 பேட்டரிகளின் மாதிரி 195 மணிநேர சராசரி ஆயுட்காலம் இருப்பது கண்டறியப்பட்டுள்ளது. பேட்டரிகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 200 மணிநேரத்திலிருந்து கணிசமாக வேறுபடுகிறதா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதித்து அறிக.

தீர்வு:

படி 1: பேட்டரிகளின் ஆயுட்காலம் நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் சராசரி மற்றும் நிலையான விலகலை முறையே μ மற்றும் σ குறிக்கட்டும். இது σ = 15 மணிநேரம் என்று கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இன்மை மற்றும் மாற்று கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள்: $H0: \mu = 200$

அதாவது, பேட்டரிகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 200 மணி நேரத்திலிருந்து கணிசமாக வேறுபடவில்லை.

மாற்று கருதுகோள்: $H1: \mu \neq 200$

அதாவது, பேட்டரிகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 200 மணிநேரத்திலிருந்து கணிசமாக வேறுபடுகிறது. இது இரண்டு பக்க மாற்று கருதுகோள்.

படி 2: தரவு

கொடுக்கப்பட்ட மாதிரி தகவல்கள்

மாதிரி அளவு (n) = 100,

மாதிரி சராசரி (x) = 195 மணிநேரம்

படி 3: மிகைகாண் நிலை

α = 5%

படி 4: மாதிரிப்பண்பளவைசோதனை(Test Statistic)

மாதிரிப்பண்பளவைசோதனை, H0 இன் கீழ் உள்ளது

இன்மைகருதுகோள் H_0 என்பதைப் பொருத்து, $Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல் (Calculation of test statistic)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{195-200}{15/\sqrt{100}} = -3.33$$

இதனால்; $|z0| = 3.33$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு (Critical value)

$H1$ என்பது இருபக்க மாற்று கருதுகோளாக (Two sided alternative hypothesis) இருப்பதால் $\alpha = 0.05$ என்ற நிலையில் அதன் தீர்மானிக்கும் மதிப்பு

$ze = z0.025 = 1.96$. (அட்டவணை இல் காண்க).

படி 7 : முடிவு (Decision)

இருபக்க மாற்று கருதுகோள் $H1$ என்பதற்கு ஏற்ப, அதன் மறுக்கும்விதி $|z0| \geq ze$ என்று ஆகிறது. இங்கு

$(|z0| = 3.33) > (ze = 1.96)$.

அதனால், இன்மை கருதுகோள் $H0$ மறுக்கப்படுகிறது. எனவே மாற்று எடுகோளின் படி

$H1: \mu \neq 2000$ என்பதைக் கருத வேண்டியுள்ளது.

இதிலிருந்து ஒளிரும் பேட்டரிகளின் சராசரி ஆயுட்காலம் 200 மணிகளிலிருந்து குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாட்டைப் பெற்றிருக்கிறது என்று அறிகிறோம்.

11.2.2 முழுமைத்தொகுதி மாறுபாடு அளவீட்டு தெரியாதபோது)

வழிமுறை:

படி 1 : சராசரி μ, மாறுபாட்டு அளவை σ^2 என்பவை சோதனைக்கு எடுத்துக் கொண்ட முழுமைத்தொகுதியில் அமைவதாக இருக்கட்டும். மேலும் மாறுபாட்டு அளவை கொடுக்கப்படவில்லை எனக் கருதுவோம்.

μ இன் ஏற்கக் கூடிய மதிப்பு μ_0 எனில் இன்மை கருதுகோளை $H_0: \mu = \mu_0$ என்று எழுத வேண்டும். பின் அதற்குரிய மாற்றுஎடுகோளாக பின்வருவனவற்றுள் ஒன்றினைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்:

(i) $H_1: \mu \neq \mu_0$ (ii) $H_1: \mu > \mu_0$ (iii) $H_1: \mu < \mu_0$

படி 2 : முழுமைத் தொகுதியிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ என்ற n உறுப்புகளால் ஆன அளவு முப்பதுக்கும் மேற்பட்ட $(n \geq 30)$ ஒரு வாய்ப்பு மாதிரியை எடுத்துக் கொள்வோம். அம்மாதிரியிலிருந்து பெறப்படும் தரவுகளைக் குறிப்பிடுக.

படி 3 : இச்சோதனைக்கான மிகைகாண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : H_0 என்பதைப் பொருத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $Z = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ என்பதைக் கருதுக.

இங்கு $\overline{X}$ மற்றும் S என்பது மாதிரி சராசரியை குறிக்கும். இதன் சராசரி பரவல் இயல்நிலை பரவல், $N(0,1)$ என்பதற்கு மிக நெருக்கமானதாக அமையும்.

கருதுகோள் சோதனை

படி 5 : மேற்கண்ட விதியின்படி கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளுக்கு $z_0 = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$ என்பதைக் கணக்கிடுக.

குறிப்பு

படி 6 : மிகை காண் நிலை α மற்றும் மாற்று கருதுகோள் H_1 என்பதற்கு ஏற்ப பின்வரும் அட்டவணையில் இருந்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு z_e என்பதைத் தெரிவு செய்க

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu \neq \mu 0$	$\mu > \mu 0$	$\mu < \mu 0$
Critical Value (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu \neq \mu 0$	$\mu > \mu 0$	$\mu < \mu 0$
Rejection Rule	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

உதாரணமாக:2

கார்கள் தயாரிக்கும் ஒரு நிறுவனம், ஒரு புதியவகை காரை அறிமுகம் செய்ய உள்ளது. அந்நிறுவனம் தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரைவிட அறிமுகப்படுத்தப் போகும் காரில் எரிபொருள் குறைவாகச் செலவாகும் என்றும் அதன் சராசரி எரிபொருள் திறன் லிட்டருக்கு 57 கி.மீ என்றும் கூறுகிறது. 100 புதிய கார்களைக் கொண்டஒரு மாதிரி எடுக்கப்பட்டு அதன் எரிபொருள் திறன் சோதிக்கப்படுகிறது. அம்மாதிரிச் சோதனையில் புதிய கார்களின் சராசரி எரிபொருள் திறன் லிட்டருக்கு 60 கி.மீ, திட்டவிலக்கம் லிட்டருக்கு 3 கி.மீ. ஆகவும் கிடைக்கப் பெறுகிறது. நிறுவனத்தின் கூற்றை ஏற்கலாமா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதித்துக் கூறுக.

தீர்வு:

படி 1 : புதிய காரின் சராசரி எரிபொருள் பயன்பாடு 57 கி.மீ/லிட்டர். இங்கு முழுமைத்தொகுதியின் திட்டவிலக்கம் தரப்படவில்லை.

இன்மை கருதுகோள் $H0$: $\mu = 57$

Self-Instructional Material

நிறுவனத்தின் புதிய காரின் எரிபொருள் பயன்பாட்டுக்கும், தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரின் எரிபொருள் பயன்பாட்டுக்கும் குறிப்பிடத்த

மாற்று கருதுகோள் $H1: \mu > 27$

நிறுவனத்தின் புதிய காரின் எரிபொருள் பயன்பாடு, தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரின் எரிபொருள் பயன்பாட்டைவிடக் குறைவாக இருக்கும். அதாவது புதியகார், தற்போதைய பயன்பாட்டில் இருக்கும் காரைவிட லிட்டருக்கு அதிக கிலோ மீட்டர்செல்லும் என்று அந்நிறுவனம் கூறுகிறது. இங்கு $H1$ நிறுவனத்தின் கூற்றைக் கூறுகிறது. இது ஒரு பக்க(வலது) மாற்று கருதுகோளைக் குறிக்கின்றது.

படி 2 : மாதிரியில் தரப்பட்டுள்ளதரவுகள்

மாதிரி அளவு $(n) = 100$

மாதிரி சராசரி $(\underline{x}) = 30$

மாதிரி திட்ட விலக்கம் $s = 3$

படி 3 : மிகைகாண் நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

$H0$ என்பதைப் பொருத்தசராசரிப் பண்பளவை சோதனை

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1).$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைப்படிகணக்கிடுதல்

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{60-57}{3/\sqrt{100}} = 10$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும்எல்லை மதிப்பு

$H1$ என்பது ஒரு பக்க (வ்லது) மாற்று கருதுகோளாக இருப்பதால், தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $\alpha = 0.05$ என்பதைற்கு ஏற்ப $ze = z0.05 = 1.645$

படி 7 : முடிவு

ஒருபக்க வ்லது மாற்று கருதுகோள் $(H1)$ என்பதைன் மறுக்கும்விதி $z0 > ze$ ஆக இருக்க வேண்டும்.

ஆனால் இங்கு, $\mathbf{z0 = 10 > ze = 1.645}$ என்பதாகிறது. இங்கு மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனையில் கணக்கிடட மதிப்பு, அடடவ்ணைதி மதிப்பை விட அதிகமாக உள்ளது எனவே இன்மை கருதுகோள் $H0$ மறுக்கப்படுகிறது. இதனால் மாற்று கருதுகோள் $H1$ என்பதன் மூலம் அந்நிறுவனத்தின் கூற்று சாரியானது என்றாகிறது

குறிப்பு

11.3 இரு முழுமைத்தொகுதிகளில் உள்ள சராசரிகளின் சமனித்தன்மை காணும் கருதுகோள் சோதனை

11.3.1 முழுமைத்தொகுதிகளில் உள்ள மாறுபாடு அளவீட்டு தெரிந்திருக்கும் போது

வழிமுறை:

படி 1 : முழுமைத் தொகுதி 1 இல் உள்ள சராசரி μ_X என்றும், மாறுபாட்டு அளவை σ_X^2 என்றும், முழுமைத் தொகுதி 2 இல் உள்ள சராசரி μ_Y என்றும் அதன் மாறுபாட்டு அளவை σ_Y^2 என்றும் வைத்துக் கொள்வோம்.

இன்மை கருதுகோள் H_0: $\mu_X = \mu_Y$ என்றும், அதற்குரிய மாற்று கருதுகோளாகப் பின்வருவனவற்றுள் ஏதேனும் ஒன்றைத் தெரிவு செய்ய வேண்டும்

(i) $H_1: \mu_X \neq \mu_Y$ (ii) $H_1: \mu_X > \mu_Y$ (iii) $H_1: \mu_X < \mu_Y$

படி 2 : $X_1, X_2, \ldots, X_m$ எனும் m உறுப்புகளைக்கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 1 இலும், $Y_1, Y_2 \ldots, Y_n$ எனும் n உறுப்புகளைக் கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 2 இலும் உள்ளன.

இரு மாதிரிகள் சார்பற்றதாகவும் அவற்றின் அளவுகள் $m \geq 30$, $n \geq 30$ என்பதாகவும் உள்ளன

படி 3 : மிகை காண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இதற்குரிய மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $Z = \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})-(\mu_X-\mu_Y)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{m}+\dfrac{\sigma_Y^2}{n}}}$ என்பதைக் கருதுக. ஆயினும் சோதனைக் கணக்கீட்டின் போது, மேலே கூறியுள்ளவற்றிற்கு மிக நெருக்கமான மதிப்பைத் தரும் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையாக $Z = \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{m}+\dfrac{\sigma_Y^2}{n}}}$ என்பதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

அதேசமயம், $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma^2$ எனும்போது மாதிரிப்பண்பளவை அளவு $Z = \dfrac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sigma\sqrt{\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}}}$ என்பதாக அமையும்.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை, சராசரிப் பண்பளவைச் சோதனை விதி $z_o = \dfrac{(\bar{x}-\bar{y})}{\sqrt{\dfrac{\sigma_X^2}{m}+\dfrac{\sigma_Y^2}{n}}}$. என்பதில் பிரதியிட்டு மதிப்பைக் காண்க. இங்கு மாதிரிகளில் இருந்து, $\bar{x}, \bar{y}$ என்பவை முறையே $\bar{X}, \bar{Y}$ என்பவற்றிலிருந்து பெறப்படுகின்றன.

படி 6 : α, H_1 என்பதைப் பொருத்து, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு z_e என்பதைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu X \neq \mu Y$	$\mu X > \mu Y$	$\mu X < \mu Y$
Critical Value (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu X \neq \mu Y$	$\mu X > \mu Y$	$\mu X < \mu Y$

Rejection Rule	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

உதாரணமாக:3

தேசிய அளவிலானதிறனறித் தேர்வில் மாணவர்களின் செயல் திறன் பற்றிய ஓர் ஆய்வு மேற்கொள்ளப்பட்டது. அதற்கு $D1$, $D2$ எனும் இரு மாவட்டங்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் மாணவர்களைத் தெரிவு செய்து அவர்களின் திறன் பற்றி பகுப்பாய்வு செய்யப்பட்டது. $D1$, $D2$ எனும் இரு மாவட்டங்களிலிருந்து சமவாய்ப்பு முறையில் தெரிவு செய்யப்பட்ட மாணவர்களின் எண்ணிக்கை முறையே, 1000 மற்றும் 1600 ஆகும். அதைப்போல அவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்களின் அளவு முறையே 116 மற்றும் 114 ஆகும். பொதுவானதிட்டவிலக்கம் 27 என்பதைக் கொண்ட முற்றொருமித்த முழுமைத் தொகுதிகளிலிருந்து மேற்கூறிய இரு மாதிரிகளும் பெறப்பட்டுள்ளனவா என்பதை 5% மிகைகாண் நிலையில் சோதனை செய்க.

தீர்வு:

படி 1 : μX மற்றும் μY என்பது தேசிய அளவிலானதிறனறித்தேர்வில் தேர்ச்சி பெற்ற$D1$, $D2$ எனும் இரு மாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்டமாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண்கள். இதில் இவ்விரு மாவட்டதிற்கானபொதுவானதிட்டவிலக்கம் $\sigma = 2$.

இன்மைகருதுகோள் $H0: \mu X = \mu Y$

இரண்டு மாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட மாணவர்களின் மதிப்பெண்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் இல்லை எனக்கருதப்படுகிறது.

மாற்று கருதுகோள் $H1: \mu X \neq \mu Y$

இரண்டு மாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட மாணவர்களின் மதிப்பெண்களுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வித்தியாசம் உண்டு எனக் கருதப்படுகிறது. இது இருபக்க மாற்று கருதுகோள் ஆகும்.

படி 2 : தரவுகள்

முதல் மாதிரியின் அளவு $m = 1000$

இரண்டாம் மாதிரியின் அளவு $n = 1600$.

முதல் மாதிரியின் சராசரி = 116

இரண்டாம் மாதிரியின் சராசரி = 114

படி 3 : மிகைகாண்நிலை

$\alpha = 5\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

H0 என்பதைப் பொருத்து மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனைக்குறற்ப கணக்கிடுதல்

$$Z = \frac{(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}} = \frac{(116-114)}{\sqrt{\frac{1}{1000}+\frac{1}{1600}}} = 49.628$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லைமதிப்பு

*H*1 என்பது இருபக்கமாற்றுகருதுகோள். எனவேஅதன் மிகைகாண் மதிப்பு $\alpha = 0.05$, $ze = z0.025 = 1.96$.

படி 7 : முடிவு

இருபக்கசோதனைக்கு ஏற்பகருதுகோளை மறுக்கும் விதி $|z0| \geq ze$ என்று ஆகிறது. அதாவது $(|z0| = 49.628) > (ze = 1.96)$ என்பதாகிறது.

எனவே, இன்மை கருதுகோள் *H*0 மறுக்கப்படுகிறது. அதனால் மாற்று கருதுகோள் *H*1 என்பதன்படி இரு மாவட்டங்களிலிருந்து பெறப்பட்ட மாதிரிகளின் சராசரிகளிலிருந்து தேசிய அளவிலான திறனறித் தேர்வில் மாணவர்களின் செயல் திறன்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்று அறிகிறோம்.

11.3.2 முழுமைத்தொகுதிகளில் உள்ள மாறுபாடு அளவீட்டு தெரியாதபோது

வழிமுறை:

படி 1 : முழுமைத் தொகுதி 1 இல் உள்ள சராசரி μ_X என்றும், திட்டவிலக்கம் σ_X^2 என்றும், முழுமைத் தொகுதி 2 இல் உள்ள சராசரி μ_Y என்றும், அதன் திட்டவிலக்கம் என்றும் σ_Y^2 வைத்துக் கொள்வோம்.

இங்கு σ_X^2, σ_Y^2 என்பவை தெரியாதவை எனக்கொள்வோம்.

அதற்கிசைந்த மாற்று கருதுகோளாகப் பின்வருவனவற்றுள் ஏதேனும் ஒன்றைத் தெரிவு செய்க:

(i) $H_1: \mu_X \neq \mu_Y$ (ii) $H_1: \mu_X > \mu_Y$ (iii) $H_1: \mu_X < \mu_Y$

படி 2 : மாதிரியின் தரவுகள்

$X_1, X_2, \ldots, X_m$ எனும் m உறுப்புகளைக் கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 1 இலும், $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ எனும் n உறுப்புகளைக் கொண்ட மாதிரி, முழுமைத் தொகுதி 2 இலும் உள்ளன.

இரு மாதிரிகள் சார்பற்றதாகவும் அவற்றின் அளவுகள் $m \geq 30$, $n \geq 30$ என்பதாகவும் உள்ளன.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐப் பொருத்து, பொருத்தமான மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}}$$ ஆக அமையும்.

மேற்கண்ட மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை, பிரிவு 1.11 இல், σ_X^2, σ_Y^2 என்பதற்குப் பதிலாக S_X^2, S_Y^2 என்பதைப் பிரதியிடக் கிடைப்பதை அறியலாம். சோதனைக் கணக்கீட்டின்போது மேலே குறிப்பிட்டதற்கு மிக நெருங்கிய மதிப்பைத் தரும் மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனையாக $Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_X^2}{m} + \frac{S_Y^2}{n}}} \sim N(0,1)$ என்பதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

படி 5 : கொடுக்கப்பட்ட மதிப்புகளை, மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை $z_0 = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_X^2}{m} + \frac{s_Y^2}{n}}}$ இல் பிரதியிட்டு மதிப்பைக்காண்க. ($\bar{x}, \bar{y}$ என்பவை மாதிரிகளின் $\bar{X}, \bar{Y}$ என்பவற்றிலும், s_X^2, s_Y^2 என்பவை மாதிரிகளின் S_X^2, S_Y^2 என்பவற்றிலும் முறையே பெறப்படுகின்றன)

படி 6 : α, H_1 என்பதைப்பொருத்து, தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு z_e என்பதைக் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu X \neq \mu Y$	$\mu X > \mu Y$	$\mu X < \mu Y$
Critical Value (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மைகருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைத் தீர்மானிக்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$\mu X \neq \mu Y$	$\mu X > \mu Y$	$\mu X < \mu Y$
Rejection Rule	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

11.4 முழுமைத் தொகுதிக்கான விகிதசமம் காணும் கருதுகோள் சோதனை (Test of Hypotheses for Population Proportion)

வழிமுறை:

படி 1 : ஒரு சோதனையில், முழுமைத் தொகுதியின் பண்பைப் பெற்றிருக்கும் அளவையின் விகிதசமம் P என்க.

P என்பதற்குப் பொருத்தமானதாக p_0 என்ற மதிப்பு அமையுமானால், அதன் இன்மை கருதுகோள், மாற்று கருதுகோள் ஆகியவற்றைப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

இன்மை கருதுகோள் $H_0: P = p_0$

குறிப்பு

மாற்று கருதுகோள்

(i) $H_1: P \neq p_0$ (ii) $H_1: P > p_0$ (iii) $H_1: P < p_0$

படி 2 : மாதிரி தரவுகளை எழுதுக. p என்பது மாதிரி உறுப்புகளின் தன்மையை விளக்கும் விகித சமம் என்க. மாதிரியின் அளவுகள் $np > 5$, $n(1-p) > 5$ என்பதோடு n இன் அளவுகள் மிக அதிகமாக இருக்க வேண்டும்.

படி 3 : மிகை காண்நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இன்மை கருதுகோள் H_0 ஐப் பொருத்து, மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதனை

$$Z = \frac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}} \sim N(0,1) \text{ ஆகும்.}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை $z_0 = \dfrac{p - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$ என்பதற்கு ஏற்ப கணக்கிட்டு, மதிப்பைக்காண்க.

படி 6 : மிகைகாண் நிலை α, மாற்று கருதுகோள் H_1 ஐப் பொருத்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பை பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$P \neq p_0$	$P > p_0$	$P < p_0$
Critical Value (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைக் காண்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$P \neq p_0$	$P > p_0$	$P < p_0$
Rejection Rule	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

உதாரணமாக3

சாக்லேட் மற்றும் ஐஸ்கிரீம் நுகர்வுக்கு அவர்களின் விருப்பத்தை ஆய்வு செய்ய ஒரு நகரத்தின் மாணவர்கள் மத்தியில் ஒரு கணக்கெடுப்பு நடத்தப்பட்டது. தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 2000 மாணவர்களில், 1120 பேர் சாக்லேட் என்றும், மீதமுள்ளவர்கள் ஐஸ்கிரீம் என்றும் கண்டறியப்பட்டுள்ளது. நகரத்தில் உள்ள மாணவர்களிடையே சாக்லேட் மற்றும் ஐஸ்கிரீம் இரண்டும் சமமாக விரும்பப்படுகின்றன என்பதை இந்த தகவலிலிருந்து 1% முக்கியத்துவத்துடன் நாம் முடிவு செய்ய முடியுமா?

தீர்வு:

படி 1 : நகரத்தில் சாக்லேட் சாப்பிட விரும்பும் மாணவர்களின் விகிதத்தை P குறிக்கட்டும்.

இன்மை கருதுகோள் $H0$: P = 0.5

அதாவது, சாக்லேட் மற்றும் ஐஸ்கிரீம் இரண்டும் நகரத்தில் சமமாக இருக்கிறது என்றும் அவற்றிற்கிடையே குறிப்பிடத்தக்க ஏதுமில்லை எனக் கருதுவோம்.

மாற்று கருதுகோள் $H1$: P $\neq$ 0.5

சாக்லேட் மற்றும் ஐஸ்கிரீம்களின் விருப்பம் கணிசமாக சமமாக இல்லை. இது இரண்டு பக்க மாற்று கருதுகோள்

படி 2 : மாதிரியில் உள்ள தரவுகள்

மாதிரியின் அளவு n = 2000.

சாக்லேட் சாப்பிட விரும்பும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை= 1120

மாதிரி விகிதசமம் $p = \frac{1120}{2000} = 0.56$

படி 3 : மிகைகாண் நிலைஅளவு

$\alpha = 1\%$

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

மாதிரிப்பரவலில், இன்மைகருதுகோள் $H0$ இன் படி மாதிரிப்பண்பளவைச் சோதணை

N பெரியதாக இருப்பதால், np = 1120> 5 மற்றும்

n (1 – p) = 880 > 5,

இன்மை கருதுகோளின் கீழ் சோதனை புள்ளிவிவரம்

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} \sim N(0,1)$$

படி5: மாதிரிப் பண்பளவைச் சோதனைக்கு ஏற்ப கணக்கிடுதல்

$$Z = \frac{p-P}{\sqrt{\frac{PQ}{n}}} = \frac{0.56-0.50}{\sqrt{\frac{0.5 \times 0.5}{2000}}} = 5.3763$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லைமதிப்பு

$H1$ இருபக்கமாற்று கருதுகோளாக உள்ளதால், 1% மிகைகாண் நிலையில், அதன் தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பு $ze = z\alpha/2 = z0.005 = 2.58$.

படி 7 : முடிவு

இங்கு $(|z0| = 5.38) > (ze = 2.58)$ என்பதால், இன்மை கருதுகோள் $H0$ மறுக்கப்படுகிறது. இன்மை கருதுகோள் மறுக்கப்பட்டதால், மாற்று கருதுகோளின் படி, விருப்பானமாக இருப்பதில் சாக்லேட் மற்றும் ஐஸ்கிரீம்களின் விருப்பம் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்று இச்சோதனையினால் அறிகிறோம்.

11.5 இரு முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ளவிகித சமங்களின் சமனித்தன்மை பற்றி அறியும் கருதுகோள் சோதனை

வழிமுறை:

படி 1 : விகித சமம் P_X என்பது முதல் முழுமைத் தொகுதியிலும், P_Y என்பது இரண்டாம் முழுமைத் தொகுதியிலும், அத்தொகுதிகளின் பண்பைப் பிரதிபலிக்கும் வகையில் இருப்பதாகக் கொள்வோம். அவற்றிற்குத் தொடர்புடைய கருதுகோள்கள்:

இன்மை கருதுகோள்: H_0: P_X=P_Y

மாற்று கருதுகோள் கீழ்க்கண்டவற்றுள் ஏதேனும் ஒன்றினை மாற்று கருதுகோளாகத் தெரிவு செய்க.

(i) H_1: $P_X \neq P_Y$ (ii) H_1: $P_X > P_Y$ (iii) H_1: $P_X < P_Y$

படி 2 : மாதிரி பற்றிய தரவுகள்

m அளவு கொண்ட மாதிரியின் விகித சமம் p_x என்பது முதல் முழுமைத் தொகுதியிலும், n அளவுகொண்ட மாதிரியின் விகித சமம் p_y என்பது இரண்டாம் முழுமைத் தொகுதியிலும் எடுக்கப்படுகிறது எனக்கொள்வோம். மேலும் m, n இரண்டின் அளவுகளும் 30க்கும் மேற்பட்டவையாக இருக்க வேண்டும். அத்துடன் $mp_X > 5$, $m(1-p_X) > 5$, $np_Y > 5$, $n(1-p_Y) > 5$ என்பதோடு இரு மாதிரிகளும் சார்பற்றதாக இருக்க வேண்டும்.

படி 3 : மிகை காண் நிலை α என்பதை நிர்ணயிக்க.

படி 4 : இன்மை கருதுகோள் H_0 இன்படி, மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

$$Z = \frac{(p_X - p_Y) - (P_X - P_Y)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}}$$

என்பதாகவும், அதில் $\hat{p} = \frac{mp_X + np_Y}{m+n}$, $\hat{q} = 1 - \hat{p}$, என்பதாகவும் அமையும். ஆயினும், சோதனைக் கணக்கீட்டின்போது, மேலே கூறியுள்ளவற்றிற்கு மிக நெருக்கமான மதிப்பைத்தரும் சராசரிப் பண்பளவைச் சோதனையாக

$$z_0 = \frac{p_X - p_Y}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}} \sim N(0,1)$$

என்பதைப் பயன்படுத்துகிறோம்.

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை என்பதற்கு ஏற்ப கணக்கிட்டு $z_0 = \frac{p_X - p_Y}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}}$ மதிப்பைக் காண்க.

படி 6 : மிகை காண் நிலை α, மாற்று கருதுகோள் H_1 ஐப் பொருத்து தீர்மானிக்கும் எல்லை மதிப்பைப் பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து தெரிவு செய்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$P_X \neq P_Y$	$P_X > P_Y$	$P_X < P_Y$
Critical Value (z_e)	$z_{\alpha/2}$	z_α	$-z_\alpha$

படி 7 : கீழ்க்கண்ட அட்டவணையிலிருந்து, H_1 என்பதற்குப் பொருத்தமான மறுக்கும் விதியைத் தெரிவு செய்து, இன்மை கருதுகோள் H_0 பற்றிய முடிவைக் காண்க.

Alternative Hypothesis (H_1)	$P_X \neq P_Y$	$P_X > P_Y$	$P_X < P_Y$
Rejection Rule	$\lvert z_0 \rvert \geq z_{\alpha/2}$	$z_0 > z_\alpha$	$z_0 < -z_\alpha$

உதாரணமாக:4

இரு மாநகர்களில் உள்ள தனியார் பள்ளிகளில் மாணவர்களின் ஆர்வத்தை ஆராய ஒரு ஆய்வு நடத்தப்பட்டது. முதல் மாநகரில் இலிருந்து தோராயமாக தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 1000 மாணவர்களில், 800 பேர் தனியார் பள்ளியாக இருப்பது கண்டறியப்பட்டது. இரண்டாவது மாநகரில் இலிருந்து, 1600 நபர்கள் தோராயமாக தேர்வு செய்யப்பட்டனர், அவர்களில் 1200 மாணவர்கள் தனியார் பள்ளியைச் சேர்ந்தவர்கள். மாணவர்களிடையே தனியார் பள்ளியின் பரவலைப் பொறுத்தவரை இரு நகரங்களும் கணிசமாக வேறுபடுகின்றன என்பதை தரவு குறிப்பிடுகிறதா? முக்கியத்துவத்தின் அளவை α = 0.05 எனத் தேர்வுசெய்க

தீர்வு:

படி 1 : P_X என்பது முதல் முழுமைத்தொகுதியாக உள்ள முதல் மாநகரிலிருந்து பெறப்படும் விகிதசமமாகவும், P_Y என்பது இரண்டாம் முழுமைத் தொகுதியாக உள்ள இரண்டாவது மாநகரிலிருந்து பெறப்படும் விகித சமமாகவும் இருக்கட்டும்.
அவ்வாறாயின் அதற்குரிய கருதுகோள்கள்

இன்மை கருதுகோள் H_0: $P_X = P_Y$

அதாவது, இரு மாநகர்களில் உள்ள தனியார் பள்ளிகளில் மாணவர்களின் ஆர்வத்தில், அவர்கள் பெற்றுள்ள விகிதசமங்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு ஏதுமில்லை எனக் கருதுவோம்.

மாற்று கருதுகோள் H_1: $P_X \neq P_Y$

அதாவது, அந்நகர்களில் உள்ள தனியார் பள்ளிகளில் மாணவர்களின் ஆர்வமுள்ளோர்பற்றிய விகிதசமங்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது என்போம்.

படி 2 : மாதிரியில் தரப்பட்டுள்ளதரவுகள்:
மாதிரியிலிருந்து பெறப்பட்டதரவுகள் கீழ்க்கண்டஅட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன

மாநகரம்	Sample size	Sample proportion
முதல் மாநகர்	m = 1000	P_X = 800/ 1000 = 0.80
இரண்டாம் மாநகர்	n = 1600	P_Y = 1200 / 1600 = 0.75

குறிப்பு

Here $m \geq 30$ and $n \geq 30$, $mpx = 800 > 5$,

$m(1-px) = 200 > 5$, $npy = 1200 > 5$, $n(1-py) = 400 > 5$.

படி 3 : மிகைகாண் நிலை $\alpha = 5\%$ என்க.

படி 4 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

இன்மை கருதுகோள் $H0$ இன் படி, மாதிரிப்பண்பளவை சோதனை

$$Z = \frac{(px-py)-(PX-PY)}{\sqrt{\bar{p}\bar{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}} \quad \text{where } \hat{p} = \frac{mpx+npy}{m+n},\ \hat{q} = 1 - \hat{p}$$

படி 5 : மாதிரிப்பண்பளவை சோதனையைக் கணக்கிடுதல்

$$Z = \frac{(PX-PY)}{\sqrt{\bar{p}\bar{q}\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}} = \frac{(0.80-0.75)}{\sqrt{(0.77)(0.23)\left(\frac{1}{1000}+\frac{1}{1600}\right)}} = 2.0764$$

படி 6 : தீர்மானிக்கும் எல்லைமதிப்பு

$H1$ என்பது இருபக்கமாற்று கருதுகோளாக இருப்பதால், 5% மிகைகாண் நிலைமதிப்பின்படி, $ze = 1.96$.

படி 7 : முடிவு

இங்கு $z_e = 2.0764 > = 1.96$ என்பதால் $H0$ மறுக்கப்படுகிறது. இதிலிருந்து தனியார் பள்ளிகளில் மாணவர்களின் ஆர்வமுள்ளோர் பற்றிய இரு நகரங்களுக்கிடையேயுள்ள விகிதசமன்களில் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதாகக் கருதப்படுகிறது.

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் - 1

1. கருதுகோள் சோதனை என்றால் என்ன?
2. ஒரு பெரிய மாதிரி கோட்பாடு எப்போது பொருந்தும்
3. H0 இன் கீழ் மாதிரி விகிதத்தின் நிலையான பிழை எப்போது அமையும்.

11.6 நினைவில் கொள்க :

- ஒரு மாதிரியின் அளவு 30 அல்லது அதற்கும் மேற்பட்டஅளவைக் கொண்டிருந்தால் அது பெரும்மாதிரி அல்லது பெருங்கூறு (Large sample) என்று அழைக்கப்படும்.
- இரு மாதிரிகளைக் கொண்டசோதனையில் இருமாதிரிகளின் அளவுகளும் 30 அல்லது அதற்கும் மேற்பட்டஅளவைக் கொண்டிருந்தால் மட்டுமே, பெருங்கூறுகள் என்று அழைக்கப்படும்.

குறிப்பு

- முழுமைத் தொகுதிக்கான விகிதசம சோதனயில் , மாதிரிப் பரவலில் $n \geq 30$, $np > 5$, $n(1 - p) > 5$ என்பதை நிறைவு செய்தால் மட்டுமே மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை $N(0, 1)$ ஆக அமையும்.
- இரு முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ள விகித சமங்களின் சமனித்தன்மை பற்றி அறியும் சோதனையில், மாதிரிப் பரவலில், $m \geq 30$, $n \geq 30$, $mp\mathrm{X} > 5$, $\mathrm{m}(1 - p\mathrm{X}) > 5$, $np\mathrm{Y} > 5$, $n(1 - p\mathrm{Y}) > 5$ என்பவற்றை நிறைவு செய்தால் மட்டுமே, மாதிரிப் பண்பளவை சோதனை $N(0, 1)$ ஆக அமையும்

11.7 முக்கிய சொற்கள்

மாதிரிப்பண்பளவை, கருதுகோள், இன்மை கருதுகோள், மிகைகாண் நிலை, மாற்று கருதுகோள்

11.8 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்

1. கருதுகோள் சோதனை என்பது ஒரு புள்ளிவிவர முறையாகும், இது சோதனை தரவுகளைப் பயன்படுத்தி புள்ளிவிவர முடிவுகளை எடுக்க பயன்படுகிறது
2. When $n \geq 30$
3. $\sqrt{\dfrac{PQ}{n}}$

11.9 கேள்வி மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில்கள்

1. இரு முழுமைத்தொகுதியிலுள்ளசராசரிகளின் சமனித்தன்மைகாணும் சோதனைக்கு ஏற்றமாற்று கருதுகோள்களையும் அவற்றின் மறுக்கும் விதிகளையும் (Rejection Rules) எழுதுக.
2. இரு முழுமைத் தொகுதிகளிலுள்ளவிகிதசமங்களின் சமனித்தன்மைகாணும் சோதனையில் உள்ளமாற்று கருதுகோள்களையும் அவற்றின் மறுக்கும் விதிகளையும் எழுதுக.
3. இன்மைகருதுகோளுக்கு எதிரானஇருபக்கமாற்று கருதுகோளை உடைய ஒரு புள்ளியியல் சோதனையில், $|z0| > z\alpha/2$ என்றகருத்திற்கு, உன்னுடைய முடிவு எது?

நீண்ட பதில் கேள்விகள்

1. முழுமைத் தொகுதியின் மாறுபாட்டு அளவை தெரியாதபோது, முழுமைத் தொகுதிக்கான சராசரி பற்றிய

கருதுகோள் சோதனையில் பின்பற்றப்படும் வழிமுறைகளை விளக்குக.

2. முழுமைத் தொகுதிகளின் மாறுபாட்டு அளவைகள் தெரிந்திருக்கும்போது, இரு முழுமைத் தொகுதிகளின் சராசரிகளின் சமனித்தன்மைக்கானகருதுகோள் சோதனையில் பின்பற்றப்படும் வழிமுறைகளை விளக்குக.

3. இரு முழுமைத் தொகுதிகளின் விகிதசமங்களின் சமனித்தன்மைபற்றி அறிவதற்கானகருதுகோள் சோதனையில் பின்பற்றப்படும் வழி முறைகளை விளக்குக.

4. அண்மையில் ஒரு மாவட்டத்தில் நடத்திய களஆய்வில், சமவாய்ப்பு முறையில் 2000 பட்டதாரிகள் தெரிவு செய்யப்பட்டு, அவரிடையே367 பேர்இந்திய ஆட்சிப்பணி தேர்வு எழுதுவதற்கு ஆர்வமுடையவராக இருக்கின்றனர்என்று கண்டறியப்பட்டுள்ளது. அவ்வாறெனின் அவரது விகிதசமமதிப்பைக் காண்க.

11.10 கூடுதல் வாசிப்புகள்

1. Statistics (Theory & Practice) by Dr. B.N. Gupta. SahityaBhawanPublishersand Distributors (P) Ltd., Agra.

2. Statistics for Management by G.C. Beri. Tata McGraw Hills PublishingCompany Ltd., New Delhi.

3. Business Statistics by Amir D. Aczel and J. Sounderpandian. Tata McGraw HillPublishing Company Ltd., New Delhi.

4. Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda. MacMillan India Ltd.,New Delhi.

5. Business Statistics by S.P. Gupta and M.P. Gupta. Sultan Chand and Sons.,NewDelhi.

6. Statistical Method by S.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.

7. Statistics for Management by Richard I. Levin and David S. Rubin. PrenticeHall of India Pvt. Ltd., New Delhi.

குறிப்பு

அலகு12 - கைவர்க்க சோதனை

அமைப்பு

12.0 அறிமுகம்

ஒரு கைவர்க்க சோதனை, இது χ 2சோதனை என்றும் எழுதப்பட்டுள்ளது,
இது ஒரு புள்ளிவிவர கருதுகோள் சோதனை, இன்மை கருதுகோள் உண்மையாக இருக்கும்போது சோதனை புள்ளிவிவரத்தின் மாதிரி விநியோகம் ஒரு கைவர்க்க விநியோகமாகும்.பிற தகுதி இல்லாமல், 'கைவர்க்க சோதனை' பெரும்பாலும் பியர்சனின் கைவர்க்க சோதனையின் மாதிரியாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வகைகளில் எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்களுக்கும் கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கும் இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதைத் தீர்மானிக்க கைவர்க்க சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது.

கருதப்பட்ட தத்துவார்த்த விநியோகத்துடன் கவனிக்கப்பட்ட தரவின் விநியோகத்தை சரிபார்க்க பொருத்தத்தின் சரியான தன்மையை சோதிக்க புள்ளிவிவரங்களில் கைவர்க்க சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது. எனவே, உண்மையான மற்றும்

விதிவிலக்கான அதிர்வெண்களின் வேறுபாட்டைப் படிப்பதற்கான ஒரு நடவடிக்கை இது. இது புள்ளிவிவரங்களில், குறிப்பாக மாதிரி ஆய்வுகளில், உண்மையான மற்றும் விதிவிலக்கான அதிர்வெண்களுக்கு இடையில் ஒரு சந்தேகத்திற்குரிய தற்செயல் நிகழ்வைத் தவிர்த்து, மற்றும் மாதிரியின் ஏற்ற இறக்கங்கள் காரணமாக வேறுபாட்டை எந்த அளவிற்கு புறக்கணிக்க முடியும் என்பதைத் தவிர்த்து,

குறிப்பு

12.1 நோக்கங்கள்

மாணவர்கள் புரிந்து கொள்ள முடியும்

- கைவர்க்க சோதனையைப் பயன்படுத்துவதற்கான நோக்கம்
- மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வுக்கான நடைமுறைகள்
- கைவர்க்க சோதனையின் பண்புகள்
- கைவர்க்க சோதனையைப் பயன்படுத்தி முழுமைத்தொகுதிக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட மாறுபாடு உள்ளதா என்பதை அறிய கருதுகோள் சோதனை செய்யப்படுகிறது

12.2 கைவர்க்க சோதனையின் பண்புகள்

1. சோதனை நிகழ்வுகள் அல்லது அதிர்வெண்களை அடிப்படையாகக் கொண்டது, அதேசமயம் கோட்பாட்டு விநியோகத்தில், சோதனை சராசரி மற்றும் நிலையான விலகலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

2. அனுமானங்களை வரைய, இந்த சோதனை பயன்படுத்தப்படுகிறது, குறிப்பாக கருதுகோளை சோதிக்கிறது, ஆனால் மதிப்பீட்டிற்கு பயனுள்ளதாக இல்லை.

3. கவனிக்கப்பட்ட மற்றும் விலக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களின் முழு தொகுப்பிற்கும் இடையே சோதனை பயன்படுத்தப்படலாம்.

4. சுதந்திரத்தின் எண்ணிக்கையின் ஒவ்வொரு அதிகரிப்புக்கும், ஒரு புதிய $\chi 2$ விநியோகம் உருவாகிறது.

5. இது ஒரு பொது நோக்கத்திற்கான சோதனை மற்றும் இது மிகவும் பயனுள்ள n ஆராய்ச்சி.

12.3 கைவர்க்க சோதனையின் பயன்கள்

χ^2 Test of goodness of fit

சோதனை மூலம் நாம் கவனித்த மதிப்புகள் மற்றும் விதிவிலக்கான மதிப்புகள் இடையே உள்ள விலகல்களைக் கண்டறிய முடியும். கார்ல் பியர்சன் கோட்பாட்டு மதிப்பு (கருதுகோள்) மற்றும் கண்டுபிடிக்கப்பட்ட மதிப்பு ஆகியவற்றுக்கு இடையிலான வித்தியாசத்தை சோதிக்க ஒரு முறையை உருவாக்கியுள்ளார்.

உண்மைக்கும் கோட்பாட்டிற்கும் இடையிலான வேறுபாட்டின் அளவை விவரிக்க கிரேக்க எழுத்து χ2 பயன்படுத்தப்படுகிறது.

$$\chi^2 = \frac{O-E^2}{E}$$

O = கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்கள்

E = எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள்

12.4 கைவர்க்க சோதனையின் படிகள்

1. முக்கியத்துவ மட்டத்துடன் ஒரு கருதுகோள் நிறுவப்பட்டுள்ளது.
2. கவனிக்கப்பட்ட மதிப்பு மற்றும் எதிர்பார்க்கப்பட்ட மதிப்பு (O-E) இடையே விலகலைக் கணக்கிடுக.

3. கணக்கிடப்பட்ட விலகல்களை சதுரப்படுத்தவும் $(O-E)^2$.

4. (O-E) 2 ஐ அதன் எதிர்பார்த்த அதிர்வெண் மூலம் வகுக்கவும்.

5. படி 4 இல் பெறப்பட்ட அனைத்து மதிப்புகளையும் சேர்க்கவும்.

6. χ2 அட்டவணையின் மதிப்பை குறிப்பிட்ட மட்டத்தில், பொதுவாக 5% அளவில் கண்டுபிடிக்கவும்.

χ2 இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு χ2இன் அட்டவணை மதிப்பை விட அதிகமாக இருந்தால், குறிப்பிட்ட அளவிலான முக்கியத்துவத்தில், நாங்கள் கருதுகோளை நிராகரிக்கிறோம். χ2 இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு அட்டவணை மதிப்பை விடக் குறைவாக இருந்தால், ஒரு குறிப்பிட்ட அளவிலான முக்கியத்துவத்தில், அது குறிப்பிடத்தக்கதாக இல்லை என்று கூறப்படுகிறது. கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்களுக்கு இடையிலான முரண்பாடு எளிய மாதிரியின் ஏற்ற இறக்கங்கள் காரணமாக இருக்கலாம் என்பதை இது குறிக்கிறது.

உதாரணமாக:1

2000 குடும்பங்களின் ஒரு குறிப்பிட்ட மாதிரியில், 1400 குடும்பங்கள் தேநீர் நுகர்வோர். 1800 இந்து குடும்பங்களில் 1236 குடும்பங்கள் தேநீர் அருந்துகின்றன. χ2 சோதனையைப் பயன்படுத்தி, இந்து மற்றும் இந்து அல்லாத குடும்பங்களிடையே தேநீர் நுகர்வுக்கு குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதைக் குறிப்பிடவும்.

	Hindu	Non – Hindu	Total
Consuming Tea	1236	164	1400
Non – Consuming Tea	564	36	600
Total	1800	200	2000

தீர்வு

2x2 தற்செயல் அட்டவணையில் தகவல்களை அட்டவணைப்படுத்தும்போது,

கவனிக்கப்பட்ட அதிர்வெண்கள்

	Hindu	Non – Hindu	Total
Consuming Tea	1236	164	1400
Non – Consuming Tea	564	36	600
Total	1800	200	2000

எதிர்பார்க்கப்படும் அதிர்வெண்கள்

	Hindu	Non – Hindu	Total
Consuming Tea	1260	140	1400
Non – Consuming Tea	540	60	600
Total	1800	200	2000

χ2 கணக்கீடு

O	E	O – E	$(O-E)^2$	$(O-E)^2/E$
1236	1260	-24	576	0.457
564	540	24	576	1.068
164	140	24-24	576	4.114
36	60		576	9.600
				$\sum(O-E)^2/E=15.239$

d.f என்பது 1, 1 d.f = 3.841 க்கு r2 = 0.05 இன் அட்டவணை மதிப்பு.

ஒரு தற்செயல் அட்டவணை, 2x2 அட்டவணைக்கு, சுதந்திரத்தின் அளவு

$V = (c-1)(r-1) \quad = (2-1)(2-1) = 1.$

χ2 = 15.239 இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு அட்டவணை மதிப்பை விட அதிகமாக உள்ளது, அதாவது 3.841; எனவே இன்மை கருதுகோள் நிராகரிக்கப்படுகிறது.

எனவே, ஒரு தேநீர் நுகர்வு சம்பந்தமாக இரு சமூகங்களும் கணிசமாக வேறுபடுகின்றன.

12.5 மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு(ANOVA)

மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு (ANOVA) என்பது புள்ளிவிவர மாதிரிகள் மற்றும் அவற்றுடன் தொடர்புடைய மதிப்பீட்டு நடைமுறைகள் (குழுக்களிடையே மற்றும் இடையில் உள்ள "மாறுபாடு" போன்றவை) ஒரு மாதிரியில் குழு வழிமுறைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகளை பகுப்பாய்வு செய்யப் பயன்படுகிறது. ANOVA ஐ புள்ளிவிவர மற்றும் பரிணாம உயிரியலாளர் ரொனால்ட் ஃபிஷர்

உருவாக்கியுள்ளார். ANOVA என்பது மொத்த மாறுபாட்டின் சட்டத்தின் அடிப்படையில் அமைந்துள்ளது, அங்கு ஒரு குறிப்பிட்ட மாறியில் காணப்பட்ட மாறுபாடு வெவ்வேறு மாறுபாடுகளின் காரணங்களுக்காக கூறுகளாக பிரிக்கப்படுகிறது.

அதன் எளிமையான வடிவத்தில், ANOVA இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மக்கள்தொகை சராசரி சமமாக இருக்கிறதா என்பதற்கான புள்ளிவிவர சோதனையை வழங்குகிறது, எனவே டி-சோதனையை இரண்டு சராசரிக்கு அப்பால் கருதுகிறது

12.6 மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வில் அனுமானங்கள்

1. மாதிரிகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரு சாதாரண விநியோகத்திலிருந்து வடிகட்டப்படுகின்றன.
2. மாதிரிகள் குறைக்கப்பட்ட முழுமைத்தொகுதியின் மாறுபாடுகளுக்கு சமம்.
3. ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் அதன் சொந்த சராசரியைச் சுற்றியுள்ள மாறுபாடு ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும் சார்பற்ற நிகழ்வுகளாக இருக்க வேண்டும்.

12.7. மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வில் அடிப்படை படிகள்

தீர்மானிக்க

1. மாதிரி சராசரிக்கு இடையிலான மாறுபாட்டிலிருந்து முழுமைத்தொகுதி மாறுபாட்டின் ஒரு மதிப்பீடு.
2. மாதிரியில் உள்ள மாறுபாட்டிலிருந்து முழுமைத்தொகுதி மாறுபாட்டின் இரண்டாவது மதிப்பீட்டைத் தீர்மானித்தல்.
3. இந்த இரண்டு மதிப்பீடுகளும் மதிப்பில் ஏறக்குறைய சமமாக இருந்தால், இன்மை கருதுகோளை ஏற்றுக்கொள்ளுக.

12.7.1 ஒரு வழி ANOVA

புள்ளிவிவரங்களில், மாறுபாட்டின் ஒரு வழி பகுப்பாய்வு (சுருக்கமாக ஒரு வழி ANOVA) என்பது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாதிரிகளின் (F விநியோகத்தைப் பயன்படுத்தி) வழிமுறைகளை ஒப்பிட்டுப் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு நுட்பமாகும். இந்த நுட்பத்தை எண் மறுமொழி தரவுக்கு மட்டுமே பயன்படுத்த முடியும், "Y", பொதுவாக ஒரு மாறி, மற்றும் எண் அல்லது (பொதுவாக) வகைப்படுத்தப்பட்ட உள்ளீட்டு தரவு, "X", எப்போதும் ஒரு மாறி, எனவே "ஒரு வழி"

அனைத்து குழுக்களிலும் உள்ள மாதிரிகள் ஒரே சராசரி மதிப்புகளைக் கொண்ட முழுமைத்தொகுதிகளிடமிருந்து எடுக்கப்படுகின்ற இன்மை

கருதுகோளை ANOVA சோதிக்கிறது. மக்கள்தொகை மாறுபாட்டால் இரண்டு மதிப்பீடுகள் செய்யப்பட்டுள்ளன. இந்த மதிப்பீடுகள் பல்வேறு அனுமானங்களை நம்பியுள்ளன.

ANOVA ஒரு F-புள்ளிவிவரத்தை உருவாக்குகிறது, மாதிரிகளுக்கிடையேயான மாறுபாட்டிற்கான வழிமுறைகளில் கணக்கிடப்பட்ட மாறுபாட்டின் விகிதம். ஒப்பிடுவதற்கு இரண்டு வழிகள் மட்டுமே இருக்கும்போது, T-சோதனை மற்றும் F-சோதனைக்கு சமம்; ANOVA க்கும் t க்கும் இடையிலான தொடர்பு F = t2 ஆல் வழங்கப்படுகிறது. ஒரு வழி ANOVA இன் நீட்டிப்பு என்பது மாறுபாட்டின் இரு வழி பகுப்பாய்வு ஆகும், இது ஒரு சார்பு மாறியில் இரண்டு வெவ்வேறு வகைப்படுத்தப்பட்ட சார்புற்ற மாறிகளின் செல்வாக்கை ஆராய்கிறது.

உதாரணமாக:

3 கணினிகளின் ஆயுள் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளதா என்பதைத் தீர்மானிக்க, ஒவ்வொரு தயாரிப்பிலிருந்தும் அளவு 5 இன் மாதிரிகள் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றன மற்றும் வாங்கிய முதல் ஆண்டில் பழுதுபார்க்கும் அதிர்வெண் காணப்படுகிறது. முடிவுகள் பின்வருமாறு

Makes		
I	II	III
4	7	6
6	9	4
8	11	6
9	12	3
7	5	2

மேலே உள்ள தரவைப் பார்க்கும்போது, நீங்கள் என்ன முடிவை எடுக்க முடியும்?

தீர்வு:

இன்மை கருதுகோள் H0 = 3 கணினிகளின் ஆயுள் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை

Computer I		**Computer II**		**Computer III**	
X_1	X_1^2	X_2	X_2^2	X_3	X_3^2
4	16	7	49	6	36
6	36	9	81	4	16
8	64	11	121	6	36
9	81	12	144	3	9
7	49	5	25	2	4
$\sum X_1=34$	$\sum X_1^2=246$	$\sum X_2=44$	$\sum X_2^2=420$	$\sum X_3=21$	$\sum X_3^2=101$

Step – 1

Sum of all items (T) = $\sum X_1+\sum X_2+\sum X_3$

$= 34+44+21 = 99$

குறிப்பு

Step – 2

Correction factor (C.F) = $\frac{T2}{N} = \frac{(99)2}{15}$ = 653.4

Step – 3

TSS = Sum of Squares of all the items – C.F

$= \sum X_1^2 + \sum X_2^2 + \sum X_3^2 - \frac{T2}{N}$ = 246+420+101-653.4= 113.6

Step – 4

SSC = Sum of Squares between samples – C.F

$= \frac{(\sum X1)2}{n} + \frac{(\sum X2)2}{n} + \frac{(\sum X3)2}{n} - C.F = \frac{(34)2}{5} + \frac{(44)2}{5} + \frac{(21)2}{5} - \frac{653.4}{5}$

= 231.2 + 387.2 + 88.5 – 653 = 53.5

Step – 5

MSC = $\frac{\text{Sum of squares between samples}}{\text{d.f}} = \frac{53.5}{2}$ = 26.75

Step – 6

SSE = Total sum of squares – Sum of Squares between samples
= 113.6 – 53.5= 60.1

Step – 7

MSE = $\frac{\text{Sum of squares within samples}}{\text{d.f}} = \frac{60.1}{12}$ = 5.00

ANOVA TABLE

Source of variations	**Sum of squares**	**Degrees of freedom**	**Mean Squares**	**F - ratio**
Between samples	SSC = 53.5	3-1=2	MSC= $\frac{SSC}{d.f}$ = 26.75	$F_c = \frac{MSC}{MSE}$ = 5.35
Within samples	SSE = 60.1	15-3=12	MSE= $\frac{SSE}{d.f}$ = 5.00	

5% முக்கியத்துவ மட்டத்தில் V1 = 2 மற்றும் V2 = 12 க்கான F இன் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட மதிப்பு 3.88 ஆகும். FTab = 3.88. F இன் கணக்கிடப்பட்ட மதிப்பு Fc = 5.35 ஆகும். Fc> FTab முதல். பூஜ்ய கருதுகோள் H0 ஐ நாங்கள் நிராகரிக்கிறோம். 3 கணினிகளின் ஆயுள் குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு உள்ளது.

12.7.2 இரு வழி ANOVA

இரு வழி ANOVA இரண்டு சுயாதீன மாறிகள் (காரணிகள் என அழைக்கப்படுகிறது) பிரிக்கப்பட்ட குழுக்களுக்கு இடையிலான சராசரி வேறுபாடுகளை ஒப்பிடுகிறது. இரு வழி ANOVA இன் முதன்மை நோக்கம் சார்பு மாறியில் இரண்டு சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையில் ஒரு தொடர்பு இருக்கிறதா என்பதைப் புரிந்துகொள்வது.

இது வேளாண் ஆராய்ச்சியிலிருந்து உருவாகும் ஒரு சொல், இதில் பல மாறுபாடுகள் அல்லது சிகிச்சைகள் சோதனை நிலைகளின் மறுபடியும் மறுபடியும் பிரதிபலிப்பதற்காக வெவ்வேறு நிலங்களுக்கு

பயன்படுத்தப்படுகின்றன. முற்றிலும் சீரற்ற சோதனை வடிவமைப்பின் நன்மைகள் பின்வருமாறு.

(அ) வெளியே போடுவது எளிது.

(ஆ) நெகிழ்வுத்தன்மையை அனுமதிக்கிறது.

(இ) எளிய புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு.

(ஈ) காணாமல்போன தரவு காரணமாக நிறைய தகவல்கள் வேறு எந்த வடிவமைப்பையும் விட சிறியதாக இருக்கும்.

ஆனால் இந்த வடிவமைப்பு பொதுவாக பொருத்தமானது (i) சிறிய எண்ணிக்கையில் மட்டுமே

உதாரணமாக:

பயிர் A, B, C வகைகள் நான்கு பிரதிகளுடன் சீரற்ற தொகுதி வடிவமைப்பில் சோதிக்கப்படுகின்றன. பவுண்டுகளில் சதி விளைச்சல் பின்வருமாறு

Varieties	Yields			
	1	2	3	4
A	6	5	8	9
B	8	4	6	9
C	7	6	10	6

தீர்வு

இன்மை கருதுகோள் H0: வகைகள் (வரிசைகள்) மற்றும் மகசூல், (தொகுதிகள்) இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை

Varieties	Yields				
	1	2	3	4	Total
A	6	4	6	6	24
B	7	5	8	9	28
C	8	6	10	9	32
Total	21	15	24	24	84

Step -1

Grand total (T) = 84

Step – 2

Correction factor (C.F) = $\frac{T2}{N} = \frac{(84)2}{12} = 588$

Step – 3

SSC = Sum of squares between blocks (columns)

$= \frac{(21)^2}{3} + \frac{(15)^2}{3} + \frac{(24)^2}{3} + \frac{(24)^2}{3} - C.F = 606 - 588$

$= 18$

Step – 4

SSR = Sum of squares between varieties (Rows)

$= \frac{(24)^2}{4} + \frac{(28)^2}{4} + \frac{(32)^2}{4} - C.F$

$= 596 - 588$

$= 8$

Step – 5

TSS = Total sum of squares – C.F

குறிப்பு

$$= [(6)^2+(7)^2+(8)^2+(4)^2+(6)^2+(5)^2+(8)^2+(6)^2+(10)^2+(6)^2+(9)^2+(9)^2] - 588$$
$$= 624 – 588$$
$$= 36$$

Step – 6

SSE = Residual sum of squares
= TSS-(SSC+SSR)
= 36 – (18+8) = 10

Step- 7

d.f = v3 = (c-1) (r-1)
= (3) (2)
= 6

ANOVA TABLE

Source of variation	**Sum of squares**	**Degree of freedom**	**Mean Squares**	**F-ratio**
Between Blocks (Columns)	SSC= 18	c-1 4-1= 3	MSC=$\frac{SSC}{d.f}$ = 6	F_c= $\frac{MSC}{MSE}$ = 3.6
Between Varieties (Rows)	SSR=8	r-1 3-1=2	MSR=$\frac{SSR}{d.f}$ = 4	F_R= $\frac{MSR}{MSE}$ = 2.4
Residual	SSE=10	(r-1)(c-1) = 6	MSE=$\frac{SSE}{d.f}$ =1.667	

(i) 5% முக்கியத்துவ மட்டத்தில் (3,6) d.f க்கான F இன் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட மதிப்பு 4.76.Ftab = 4.76. Fc <Ftab என்பதால், H0 என்ற இன்மை கருதுகோளை நாங்கள் ஏற்றுக்கொள்கிறோம். அதாவது விளைச்சலுக்கு குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை.

(ii) 5% முக்கியத்துவ மட்டத்தில் (2,6) d.f க்கான F இன் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்ட மதிப்பு 5.14. Ftab = 5.14. FR <Ftab என்பதால், H0 என்ற இன்மை கருதுகோளை நாங்கள் ஏற்றுக்கொள்கிறோம். அதாவது வகைகளுக்கு இடையே குறிப்பிடத்தக்க வேறுபாடு இல்லை.

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும் – 1

1. பொருத்தம் சோதனையின் கைவர்க்க சோதனை நன்மை வேறு எந்த பெயரில் அறியப்படுகிறது?
2. கைவர்க்க சோதனையில் உங்களுக்கு என்ன வகையான தரவு தேவை?
3. கைவர்க்க சோதனைக் குறிக்க எந்த சின்னம் பயன்படுத்தப்படுகிறது?
4. மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு என்றால் என்ன?
5. இரு வழி ANOVA சோதனையின் முக்கிய நோக்கம் என்ன?
6. ஒவ்வொரு மதிப்பிற்கும் அதன் சொந்த சராசரியைச் சுற்றியுள்ள மாறுபாடு ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும் ______________ ஆக இருக்க வேண்டும்

12.8 சுருக்கம்

- விநியோகத்தின் பயன்பாடுகள் ஒரு சாதாரண மக்கள்தொகையின் குறிப்பிட்ட மாறுபாட்டைச் சோதித்தல், பொருத்தத்தின் நன்மையை சோதித்தல் மற்றும் பண்புகளின் சுதந்திரத்தை சோதித்தல்
- மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு (ANOVA) என்பது புள்ளிவிவர மாதிரிகள் மற்றும் அவற்றுடன் தொடர்புடைய மதிப்பீட்டு நடைமுறைகள் ஒரு மாதிரியில் குழு வழிமுறைகளுக்கு இடையிலான வேறுபாடுகளை பகுப்பாய்வு செய்யப் பயன்படுகிறது.
- மாறுபாட்டின் ஒரு வழி பகுப்பாய்வு (சுருக்கமாக ஒரு வழி ANOVA) என்பது இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாதிரிகளின் வழிகளை ஒப்பிட்டுப் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு நுட்பமாகும்
- இரண்டு வழி ANOVA இரண்டு சுயாதீன மாறிகளில் பிரிக்கப்பட்ட குழுக்களுக்கிடையிலான சராசரி வேறுபாடுகளை ஒப்பிடுகிறது

12.9 முக்கிய சொற்கள்

கைவர்க்க, மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு, ஒரு வழி முறை, இரு வழி முறை

12.10 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்

1. ஒரு மாதிரி கைவர்க்க
2. ஆணித்தரமான
3. $\chi 2$
4. இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட முழுமைத்தொகுதி வழிமுறைகள் சமமா என்பதை ANOVA ஒரு புள்ளிவிவர சான்றை வழங்குகிறது, எனவே டி-சோதனையை இரண்டு வழிமுறைகளுக்கு அப்பால் பொதுமைப்படுத்துகிறது
5. இரு வழி ANOVA இன் முதன்மை நோக்கம் சார்பு மாறியில் இரண்டு சுயாதீன மாறிகளுக்கு இடையில் ஒரு தொடர்பு இருக்கிறதா என்பதைப் புரிந்துகொள்வது
6. சுயாதீன, தற்சார்புள்ளது

12.11 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய பதில் கேள்வி:

1. கைவர்க்க சோதனையை வரையறுக்கவும்

2. கைவர்க்க சோதனையின் செல்லுபடியாகும் நிலை என்ன?

குறிப்பு

3. கைவர்க்க சோதனையின் ஐந்து பயன்பாடுகளை எழுதுக

4. மாறுபாட்டின் பகுப்பாய்வு என்றால் என்ன?

5. ANOVA இன் அனுமானங்கள் என்ன

நீண்ட பதில் கேள்வி:

1. கைவர்க்க சோதனையின் படிகளை விளக்குங்கள்

2. பொருத்தத்தின் நன்மையின் முக்கியத்துவத்தை சோதிப்பதற்கான படிகளை எழுதுங்கள்

3. ஒரு வழி வகைப்பாட்டிற்கு மாதிரி ANOVA அட்டவணையை எழுதுங்கள்

4. ஒரு வழி மற்றும் இரண்டு வழி ANOVA ஐ ஒப்பிடுக

12.12 கூடுதல் வாசிப்புகள்

1. Spiegel, Murray R.: Theory and Practical of Statistics., London
2. McGraw Hill Book Company.
3. Yamane, T.: Statiscs: An Introductory Analysis, New York, HarperedRow Publication
4. R.P. Hooda: Statistic for Economic and Management McMillan IndiaLtd.
5. G.C. Beri: Statistics for Mgt., TMA
6. J.K. Sharma: Business Statistics, Pearson Education

அலகு 13 - நிகழ்தகவு

அமைப்பு

13.0 அறிமுகம்

நமது அன்றாட வாழ்க்கையில் "நிகழ்தகவு" அல்லது "வாய்ப்பு" என்பது பொதுவாகப் பயன்படுத்தப்படும் சொல். சில நேரங்களில், "அநேகமாக நாளை மழை பெய்யக்கூடும்" , "ஒருவேளை திரு. எக்ஸ் இன்று தனது வகுப்பை எடுக்க வரலாம்" , "ஒருவேளை நீங்கள் சொல்வது சரிதான்" என்று சொல்வோம். இந்த விதிமுறைகள், சாத்தியம் மற்றும் நிகழ்தகவு அனைத்தும் ஒரே பொருளை வெளிப்படுத்துகின்றன. ஆனால் புள்ளிவிவரங்களில் நிகழ்தகவு லேமனின் பார்வையில் போலல்லாமல் சில சிறப்பு அர்த்தங்களைக் கொண்டுள்ளது.

நிகழ்தகவு கோட்பாடு 17 ஆம் நூற்றாண்டில் உருவாக்கப்பட்டது. இது விளையாட்டுகளிலிருந்து தோன்றியது, நாணயங்களைத் தூக்கி எறிவது, ஒரு பகடை வீசுவது, ஒரு பொதியிலிருந்து ஒரு அட்டையை வரைவது. 1954 ஆம் ஆண்டில் அன்டோயின் கோர்ன்பாண்ட் இந்த பகுதிக்கு ஒரு துவக்கத்தையும் ஆர்வத்தையும் எடுத்துக் கொண்டார்.

அவருக்குப் பிறகு புள்ளிவிவரங்களில் பல ஆசிரியர்கள் முன்னாள் கொடுத்த கருத்தை மறுவடிவமைக்க முயன்றனர். "நிகழ்தகவு" என்பது புள்ளிவிவரங்களின் அடிப்படை கருவிகளில் ஒன்றாகும். சில

நிகழ்தகவு

குறிப்பு

நேரங்களில் புள்ளிவிவர பகுப்பாய்வு நிகழ்தகவு தேற்றம் இல்லாமல் முடங்கிப்போகிறது. "கொடுக்கப்பட்ட நிகழ்வின் நிகழ்தகவு, இதுபோன்ற நிகழ்வுகளின் மத்தியில் நிகழ்வின் எதிர்பார்ப்பு அதிர்வெண் என வரையறுக்கப்படுகிறது." (காரெட்).

நிகழ்தகவு கோட்பாடு பூஜ்ஜியத்திற்கும் ஒன்றுக்கும் இடையிலான அளவு நடவடிக்கைகளின் அடிப்படையில் ஒரு சீரற்ற பரிசோதனையின் விளைவாக வெவ்வேறு நிகழ்வுகள் நிகழும் சாத்தியம் குறித்த ஒரு யோசனையைப் பெறுவதற்கான வழிமுறையை வழங்குகிறது. சாத்தியமற்ற நிகழ்விற்கு நிகழ்தகவு பூஜ்ஜியமாகவும், நிகழும் நிகழ்விற்கு ஒன்று.

13.2 நோக்கங்கள்

மாணவர்கள் புரிந்து கொள்ள முடியும்

- நிகழ்தகவில் முக்கியமான சொற்கள்
- நிபந்தனை நிகழ்தகவு, கூட்டல் தேற்றம் மற்றும் பெருக்கல் தேற்றத்தின் கருத்து.
- பேயின் தேற்றம் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்.

13.3 முக்கிய விதிமுறைகள்

1. நிகழ்தகவு அல்லது வாய்ப்பு

நிகழ்தகவு அல்லது வாய்ப்பு என்பது அன்றாட வாழ்க்கையில் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு பொதுவான சொல். உதாரணமாக, 'இன்று மழை பெய்யக்கூடும்' என்று பொதுவாகக் கூறுகிறோம். இந்த அறிக்கை ஒரு குறிப்பிட்ட நிச்சயமற்ற தன்மையைக் கொண்டுள்ளது. நிகழ்தகவு என்பது ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வு நிகழும் வாய்ப்பின் அளவு அளவீடு ஆகும்.

2. பரிசோதனை:

ஒரு சோதனை என்பது நன்கு வரையறுக்கப்பட்ட விளைவுகளைத் தரக்கூடிய ஒரு செயல்பாடாகும்

3. சீரற்ற பரிசோதனை:

ஒரு பரிசோதனையின் சாத்தியமான அனைத்து விளைவுகளும் தெரிந்தாலும், சரியான வெளியீட்டை முன்கூட்டியே கணிக்க முடியாது என்றால், அந்த சோதனை ஒரு சீரற்ற சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

Self-Instructional Material

எடுத்துக்காட்டு : நியாயமான நாணயத்தைத் தூக்கி எறிதல்: நாம் ஒரு நாணயத்தைச் சுண்டு ம் போது, இதன் விளைவாக தலை (எச்) அல்லது வால் (டி) இருக்கும்

4. சோதனை:

ஒரு சீரற்ற பரிசோதனையின் எந்தவொரு குறிப்பிட்ட செயல்திறனும் சோதனை என்று அழைக்கப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு: 4 நாணயங்களைத் சுண்டுதல், ஒரு பகடை உருட்டல், ஒரு பையில் இருந்து பந்தை எடுப்பது

இதில் 10 பந்துகள் உள்ளன, அவற்றில் 4 சிவப்பு மற்றும் 6 நீலம்.

5. **நிகழ்வு:** கூறுவெளியின் எந்த துணைக்குழுவும் ஒரு நிகழ்வு. நிகழ்வுகள் பொதுவாக A, B, C, D போன்ற பெரிய எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. ஒரு நாணயம் சுண்டும் போது, தலை அல்லது வால் கிடைப்பதன் விளைவு ஒரு நிகழ்வு

நிகழ்வுகளின் வகைகள்:

எளிய நிகழ்வுகள்: எளிய நிகழ்வுகளின் விஷயத்தில், ஒற்றை நிகழ்வுகள் நிகழும் நிகழ்தகவை எடுத்துக்கொள்கிறோம்.

எடுத்துக்காட்டுகள்: ஒரு நாணயம் சுண்டும் போது தலை (எச்) பெறுவதற்கான நிகழ்தகவு

கூட்டு நிகழ்வுகள்:

கூட்டு நிகழ்வுகளின் விஷயத்தில், இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகளின் கூட்டு நிகழ்வின் நிகழ்தகவை எடுத்துக்கொள்கிறோம்

எடுத்துக்காட்டுகள்: இரண்டு நாணயங்கள் சுண்டும் போது, முதல் சுண்டுதலில் ஒரு தலை (H) பெறுவதற்கும் இரண்டாவது சுண்டுதலில் ஒரு வால் (T) பெறுவதற்கும் நிகழ்தகவு

6. கூறுவெளி:

கூறுவெளி என்பது ஒரு பரிசோதனையின் அனைத்து விளைவுகளின் தொகுப்பாகும். இது S என்று குறிக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டுகள்: ஒரு நாணயம் சுண்டும்போது, S = {H, T} எங்கே H = தலை மற்றும் T = வால்

7. ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள்:

இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகளில், ஒன்று நிகழ்வது மற்றொன்றின் நிகழ்வைத் தவிர்த்துவிட்டால், ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்ச்சிகள் என்று கூறப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு நாணயம் சுண்டும் போது, தலை அல்லது வால் பெறுகிறோம். தலை மற்றும் வால் ஒரே நேரத்தில் வர

முடியாது. எனவே தலை மற்றும் வால் நிகழ்வது ஓன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள்.

8. சரிசமவாய்ப்புள்ள நிகழ்வுகள்:

ஒரு குறிப்பிட்ட நிகழ்வுக்கு மற்றவற்றை விட முன்னுரிமை அளிக்கப்படாதபோது, அது சமமாக நிகழக்கூடிய நிகழ்வுகள் என்று கூறப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு நாணயம் தூக்கி எறியப்படும்போது, தலை (H) அல்லது வால்(T) சமமாக ஏற்பட வாய்ப்புள்ளது

9. சார்பற்ற நிகழ்வுகள்

ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்வு அல்லது நிகழாத நிகழ்வு பிற நிகழ்வின் நிகழ்வு அல்லது நிகழாததை பாதிக்காத போது. அது சார்பற்ற நிகழ்வு என்று கூறப்படுகிறது

எடுத்துக்காட்டு: நான். ஒரு நாணயம் இரண்டு முறை சுண்டும் போது, முதல் சுண்டுதல் வால் (டி) பெறும் நிகழ்வும், இரண்டாவது சுண்டுதல் வால் (டி) பெறும் நிகழ்வும் சார்பற்ற நிகழ்வுகளாகும். ஏனென்றால், எந்த சுண்டுதலும் வால் (டி) பெறுவது மற்ற சுண்டுதல் வால் (டி) பெறுவதை பாதிக்காது.

10. பூரணமான நிகழ்வுகள்:

பூரணமான நிகழ்வு என்பது ஒரு பரிசோதனையின் சாத்தியமான அனைத்து விளைவுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு நாணயம் சுண்டும் போது, நமக்கு தலை அல்லது வால் கிடைக்கிறது. இது 2 பூரணமான நிகழ்வுகள்

11. சாதகமான நிகழ்வுகள்:

ஒரு சோதனையில் ஒரு நிகழ்வை நடத்துவதற்கு அவசியமான முடிவுகள் சாதகமான நிகழ்வுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன.

எடுத்துக்காட்டுகள்: இரண்டு பகடைகள் வீசப்பட்டால், ஒரு தொகை 5 ஐப் பெறுவதற்கான சாதகமான நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை நான்கு, அதாவது, (1, 4), (2, 3), (3, 2) மற்றும் (4, 1).

13.3 நிகழ்தகவு வகைகள்

1. கணித நிகழ்தகவு:

இந்த அணுகுமுறையின்படி, நிகழ்தகவு என்பது சாதகமான நிகழ்வுகளின் மொத்த எண்ணிக்கையின் சரிசமவாய்ப்புள்ள விகிதமாகும். ஒரு நாணயத்தைத் தூக்கி எறிவதில் நாணயம் கீழே வருவதற்கான நிகழ்தகவு 1, தலை மேலே வருவது ½ மற்றும் வால் மேலே வருவது ½.மூன்றாவது நிகழ்வு இல்லாததால் ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு ‘p’ (வெற்றி), மற்ற நிகழ்வு ‘q’ (தோல்வி).

p = (சாதகமான நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை) / (சரிசமவாய்ப்புள்ள நிகழ்வுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை)

ஒரு நிகழ்வு ‘a’ வழிகளில் நிகழலாம் மற்றும் ‘b’ வழிகளில் நிகழத் தவறிவிட்டால், இவை சமமாக நிகழக்கூடும் என்றால், நிகழ்வின் நிகழ்தகவு, a / a+b பி என்பது p ஆல் குறிக்கப்படுகிறது

இத்தகைய நிகழ்தகவுகள் ஒற்றையாட்சி அல்லது தத்துவார்த்த அல்லது கணித நிகழ்தகவு என அழைக்கப்படுகின்றன.

p என்பது நிகழ்வின் நிகழ்தகவு மற்றும் q என்பது நடக்காத நிகழ்தகவு ஆகும்.

$p = \frac{a}{a+b}$ and $q = \frac{b}{a+b}$

Hence $p+q = \frac{a+b}{a+b}$

Therefore $p+q = 1$

நிகழ்தகவுகளை ½ அல்லது 0.5 அல்லது 50% எனக் கூறலாம் அல்லது விகிதம், பின்னம் அல்லது சதவீதம் எனவும் கூறலாம். எடுத்துக்காட்டு: ஒரு நாணயத்தைத் சுண்டுதல்

குறைகள்

- இந்த வரையறை வாய்ப்பு விளையாட்டுகளுக்கு மட்டுமே விளக்குகிறது, ஆனால் வாய்ப்பு விளையாட்டுகளைத் தவிர வேறு சிரமங்களில் விளக்கவில்லை.
- சீரற்ற பரிசோதனையின் முடிவுகள் சரிசமவாய்ப்புள்ள நிகழ்ச்சிகள் சாத்தியமில்லாத போது, இந்த முறையைப் பயன்படுத்த முடியாது.

நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் போது மட்டுமே கணித நிகழ்தகவு பொருந்தும்.

2. நிகழ்தகவின் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் கோட்பாடு:

இந்த அணுகுமுறையில், ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு கடந்த கால அனுபவத்தின் அடிப்படையில் அல்லது கடந்த கால வெற்றியின் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் அடிப்படையில் தீர்மானிக்கப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு: ஒரு இயந்திரம் கடந்த காலத்தில் 100 கட்டுரைகளைத் தயாரித்தால், 2 கட்டுரைகள் குறைபாடுள்ளவை எனக் கண்டறியப்பட்டது, பின்னர்

குறைபாடுள்ள கட்டுரைகளின் நிகழ்தகவு 2/100 அல்லது 2% ஆகும்.

கடந்த கால அனுபவத்தின் அடிப்படையில் பெறப்பட்ட ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் கணித நிகழ்தகவுக்கு மிக நெருக்கமாக வருவதைக் காணலாம்

குறிப்பு

குறைகள்

- சோதனையின் நிலைமைகள் சோதனையின் தொடர்ச்சியான எண்ணிக்கையில் ஒரே மாதிரியாக இருக்காது.
- ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் m / n, எவ்வளவு பெரியதாக இருந்தாலும் ஒரு தனித்துவமான மதிப்பை அடைய முடியாது.
- வரையறுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு p (A) ஒருபோதும் நடைமுறையில் பெற முடியாது. N ஐ போதுமானதாக மாற்றுவதன் மூலம் p (A) இன் நெருக்கமான மதிப்பீட்டில் மட்டுமே முயற்சிக்க முடியும்

3. அகநிலை அணுகுமுறை

அகநிலை அணுகுமுறை நிகழ்தகவு அகநிலை கோட்பாடு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவு அந்த குறிப்பிட்ட நிகழ்வின் மீதான ஒருவரின் நம்பிக்கையின் அளவீடாகக் கருதப்படுகிறது

இந்த கோட்பாடு பொதுவாக வணிக முடிவெடுப்பதில் பயன்படுத்தப்படுகிறது. முடிவெடுப்பவரின் ஆளுமையை இந்த முடிவு பிரதிபலிக்கிறது. அனுபவத்தில் மதிப்பில் வேறுபாடுகள் இருப்பதால் நபர்கள் வெவ்வேறு நிகழ்தகவு பணிக்கு வரலாம். முடிவெடுப்பவரின் ஆளுமை இறுதி முடிவில் பிரதிபலிக்கிறது. இந்த கோட்பாட்டின் கீழ் முடிவானது கிடைக்கக்கூடிய தரவுகளின் அடிப்படையில் எடுக்கப்படுகிறது மற்றும் பிற காரணிகளின் விளைவுகள் இயற்கையாகவே அகநிலை சார்ந்ததாக இருக்கலாம். எடுத்துக்காட்டு: இந்த ஆண்டு பி. காம் தேர்வில் ஒரு மாணவர் முதலிடம் பெறுவார். ஒரு அகநிலை இந்த நிகழ்வுக்கு பூஜ்ஜியத்திற்கும் ஒன்றுக்கும் இடையில் ஒரு நிலையை ஒதுக்குகிறது.

4. நிகழ்தகவு அணுகுமுறை

நிகழ்தகவு கணக்கீடுகள் கோட்பாடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டவை. நிகழ்தகவு அணுகுமுறை என்பது நிகழ்தகவுக்கான கிளாசிக்கல் மற்றும் அனுபவ வரையறைகளின் கருத்தை உள்ளடக்கியது

இந்த அணுகுமுறை வரையறுக்கப்பட்ட கூறுவெளிகளைக் கருதுகிறது மற்றும் பின்வரும் மூன்று கோட்பாடுகளை அடிப்படையாகக் கொண்டது:

i) நிகழ்வின் நிகழ்தகவு 0 முதல் 1 வரை இருக்கும். நிகழ்வு நடக்க முடியாவிட்டால் அதன் நிகழ்தகவு '0' ஆக இருக்கும், அது நிகழ வேண்டிய கட்டாயத்தில் இருந்தால் அதன் நிகழ்தகவு '1' ஆகும்.

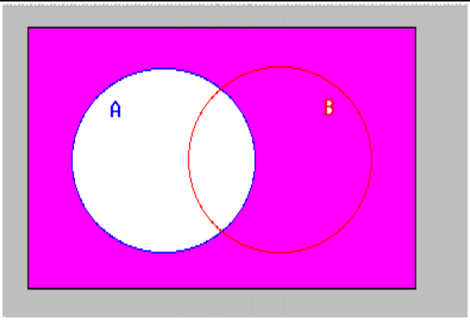
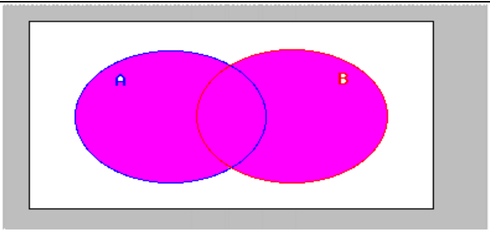
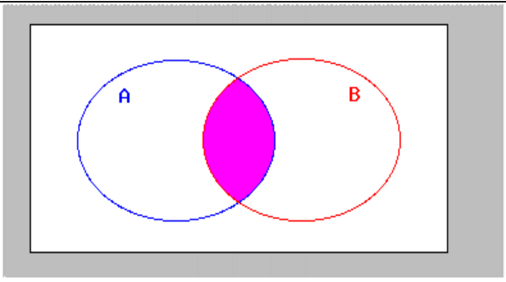
i i) முழு கூறுவெளி இடத்தின் நிகழ்தகவு 1, அதாவது $p(S) = 1$.

i i i) A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகளாக இருந்தால், A அல்லது B நிகழும் நிகழ்தகவு $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

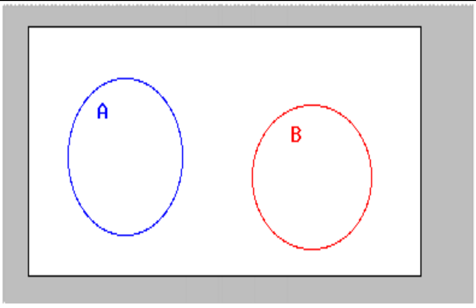
i v) A மற்றும் B நிகழ்வுகள் ஒன்றாக நிகழ்கின்றன என்றால், A குறுக்குவெட்டு B இன் நிகழ்தகவு நிகழ்தகவு.$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B)$ ஆல் குறிக்கப்படும்

13.4 நிகழ்தகவின் அடிப்படை உறவுகள்

அனைத்து மாதிரி புள்ளி நிகழ்தகவுகளையும் அறியாமல் ஒரு நிகழ்வின் நிகழ்தகவைக் கணக்கிட சில அடிப்படை நிகழ்தகவு உறவுகள் உள்ளன.

	ஒரு நிகழ்வின் நிரப்புதல்: எந்தவொரு A இன் நிரப்புதலும் சமமானது (A அல்ல), அதாவது, A நிகழாத நிகழ்வு.நிகழ்வு A மற்றும் அதன் நிரப்புதல் (A அல்ல) பரஸ்பரம் மற்றும் முழுமையானவை
	**இரண்டு நிகழ்வுகளின் ஒன்றியம்: A மற்றும் B நிகழ்வுகளின் ஒன்றியம் என்பது A அல்லது B அல்லது இரண்டிலும் உள்ள அனைத்து மாதிரி புள்ளிகளையும் கொண்ட நிகழ்வு ஆகும். இது AUB ஆல் குறிக்கப்படுகிறது**
	இரண்டு நிகழ்வுகளின் குறுக்குவெட்டு: A மற்றும் B நிகழ்வுகளின் குறுக்குவெட்டு என்பது A மற்றும் B இரண்டிலும் உள்ள அனைத்து மாதிரி புள்ளிகளின் தொகுப்பாகும். இது $A \cap B$ ஆல் குறிக்கப்படுகிறது

குறிப்பு

 	○ ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள்: பொதுவான எந்தவொரு கூறுகளும் இல்லாவிட்டால், இரண்டு தொகுப்புகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் (ஒத்திசைவு என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன); அவை ஒன்றாக உலகளாவிய தொகுப்பைக் கொண்டிருக்க வேண்டியதில்லை.

13.5 நிகழ்தகவின் கூட்டல் தேற்றம்

ஒரு சீரற்ற பரிசோதனையில் நிகழ்வின் நிகழ்தகவு மற்றும் ஒரு பரிசோதனையின் விளைவுகளின் செயல்பாடாக நிகழ்தகவு இருப்பதை ரஷ்ய கணிதவியலாளர் ஏ.என். கோல்மோகோரோவ் கவனித்தார். ஒரு தனித்துவமான கூறுவெளி தொடர்புடைய ஒரு நிகழ்வின் (A) நிகழ்தகவு P (A) என்பது நிகழ்தகவின் அச்சு அணுகுமுறையில் விவாதிக்கப்பட்டபடி A இல் உள்ள கூறு புள்ளிகளுக்கு ஒதுக்கப்பட்ட நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத்தொகையாகும்

1. **ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகளுக்கான கூட்டல் தேற்றம்**

அறிக்கை: A மற்றும் B இரண்டு ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகளாக இருந்தால், A அல்லது B நிகழும் நிகழ்தகவு A மற்றும் B இன் தனிப்பட்ட நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத்தொகையாகும்

$$P(A \cup B) = P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B)$$

ஆதாரம்: N என்பது ஒரு சோதனையின் பூரணமான நிகழ்வு மற்றும் சரிசமவாய்ப்புள்ள நிகழ்வுகளாக இருக்கட்டும். m1 மற்றும் m2 ஆகியவை முறையே A மற்றும் B நிகழ்வுகள் நடப்பதற்கு சாதகமான நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கையாக இருக்கட்டும். பிறகு

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{m_1}{N}$$

மற்றும்

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{m_2}{N}$$

A மற்றும் B நிகழ்வுகள்ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகளாக இருப்பதால், A அல்லது B க்கு சாதகமான மொத்த நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை அதாவது n (A∪B) = m1 + m2, பின்னர்

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} = \frac{n(A \cup B)}{N} = \frac{m_1 + m_2}{N} = \frac{m_1}{N} + \frac{m_2}{N} = P(A) + P(B)$$

குறிப்பு

எடுத்துக்காட்டு1:

52 அட்டைகளின் தொகுப்பிலிருந்து ஒரு அட்டை சீரற்ற முறையில் வரையப்படுகிறது. வரையப்பட்ட அட்டை ஒரு கிளப் அல்லது வைரத்தின் சீட்டு என்று நிகழ்தகவைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

A: கிளப்பின் அட்டையை வரைவதற்கான நிகழ்வு மற்றும்

B: வைரத்தின் சீட்டு வரைவதற்கான நிகழ்வு

கிளப்பின் அட்டையை வரைவதற்கான நிகழ்தகவு $P(A) = \frac{13}{52}$

வைரத்தின் சீட்டு வரைவதற்கான நிகழ்தகவு $P(B) = \frac{1}{52}$

நிகழ்வுகள் பரஸ்பரம் இருப்பதால், வரையப்பட்ட அட்டை ஒரு கிளப் அல்லது வைரத்தின் சீட்டு என நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{13}{52} + \frac{1}{52} = \frac{14}{52} = \frac{7}{26}$$

2. ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வு அல்லாத கூட்டல் தேற்றம்

நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வு இல்லாத போது மேலே விவாதிக்கப்பட்ட கூட்டல் தேற்றம் பொருந்தாது. எடுத்துக்காட்டாக, 52 கார்டுகளின் தொகுப்பிலிருந்து ஒரு அட்டை சீரற்ற முறையில் வரையப்பட்டால், ஒரு இஸ்பேட் அல்லது கிங் கார்டின் நிகழ்தகவுகளைச் சேர்ப்பதன் மூலம் அதைக் கணக்கிட முடியாது. ஏனென்றால் நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வு இல்லை, ஏனெனில் ஒரு அட்டை ஒரு இஸ்பேட் மற்றும் ஒரு ராஜா. இவ்வாறு, நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வு இல்லை; எனவே, கூட்டல் தேற்றம் இவ்வாறு மாற்றப்பட்டுள்ளது:

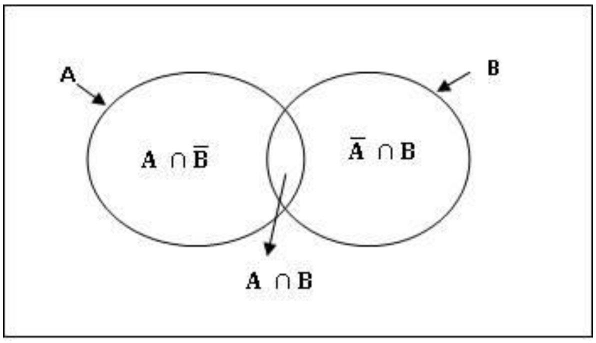
அறிக்கை: A மற்றும் B ஆகியவை ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள் இல்லையென்றால்,நிகழ்வின் நிகழ்தகவு A அல்லது B அல்லது இரண்டும் நிகழும் நிகழ்தகவு சமம் அந்த நிகழ்வின் நிகழ்தகவுக்கு A நிகழ்கிறது, கூட்டல் நிகழ்வு B நிகழும் நிகழ்தகவு கழித்தல் A மற்றும் B இரண்டிற்கும் பொதுவான நிகழ்வுகளின் நிகழ்தகவு . வேறுவிதமாகக் கூறினால், அவற்றில் குறைந்தபட்சம் ஒன்று நிகழும் நிகழ்தகவு வழங்கப்படுகிறது

$$\mathbf{P(A \cup B) = P(A\ or\ B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

ஆதாரம்: ஒரு சீரற்ற சோதனை N கூறுபுள்ளிகளுடன் ஒரு மாதிரி கூறுவெளி S இல் விளைகிறது என்று வைத்துக்கொள்வோம் (பூரணமான நிகழ்வுவழக்குகளின் எண்ணிக்கை). பின்னர் வரையறை மூலம்

$$P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{n(A\cup B)}{N}$$

n (A∪B) என்பது நிகழ்வுக்கு (A∪B) சாதகமான நிகழ்வுகளின் எண்ணிக்கை (கூறு புள்ளிகள்)



மேலே உள்ள வரைபடத்திலிருந்து, நமக்குக் கிடைக்கும்

$$P(A\cup B)=\frac{[n(A)-n(A\cap B)]+n(A\cap B)+[n(B)-n(A\cap B)]}{N}$$

$$=\frac{n(A)+n(B)-n(A\cap B)}{N}$$

$$=\frac{n(A)}{N}+\frac{n(B)}{N}-\frac{n(A\cap B)}{N}$$

$$=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

எடுத்துக்காட்டு 2

52 அட்டைகளின் தொகுப்பிலிருந்து ஒரு அட்டை சீரற்ற முறையில் வரையப்படுகிறது. வரையப்பட்ட அட்டை ஒரு இஸ்பேட் அல்லது ராஜா என்பதற்கான நிகழ்தகவைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

A: இஸ்பேட் அட்டை வரைவதற்கான நிகழ்வு மற்றும்

B: ராஜாவின் அட்டை வரைவதற்கான நிகழ்வு

இஸ்பேட் அட்டை வரைவதற்கான நிகழ்தகவு $P(A)=\frac{13}{52}$

ராஜாவின் அட்டை வரைவதற்கான நிகழ்தகவு $P(B)=\frac{4}{52}$

ராஜாவின் அட்டைகளில் ஒன்று ஸ்பேட் அட்டை என்பதால், இந்த நிகழ்வுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகள் இல்லை. ஸ்பேட் அட்டையின் ராஜாவை வரைவதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A\cap B)=\frac{1}{52}$$

எனவே, ஒரு ஸ்பேட் அல்லது ராஜா அட்டை வரைவதற்கான நிகழ்தகவு

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{13}{52} + \frac{4}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

13.6 நிகழ்தகவின்பெருக்கல்தேற்றம்

பல சூழ்நிலைகளில் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகள் ஒரே நேரத்தில் நிகழும் நிகழ்தகவைக் கண்டுபிடிக்க விரும்புகிறோம். சில நேரங்களில் ஒரு நிகழ்வு A நிகழ்ந்ததாகவும், நிகழ்வு A பற்றிய தகவலைப் பயன்படுத்தி , மற்றொரு நிகழ்வு B இன் நிகழ்தகவைக் கண்டறிய ப்படுகிறது. அத்தகைய நிகழ்தகவு நிபந்தனை நிகழ்தகவு என்று அழைக்கப்படுகிறது.

ஒரு நிகழ்வின் நிபந்தனை நிகழ்தகவு பற்றிய முக்கியமான கருத்தை இங்கு விவாதிப்போம், இது நிகழ்தகவின் பெருக்கல் தேற்றத்தின் கருத்தையும், நிகழ்வுகளின் சார்பற்றதையும் புரிந்து கொள்ள உதவும்.

1. சார்பற்ற நிகழ்வுகளுக்கான பெருக்கல் தேற்றம்

அறிக்கை: A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு நிகழ்வுகள் சுயாதீனமாக இருந்தால், அவை இரண்டும் நிகழும் நிகழ்தகவு அவற்றின் தனிப்பட்ட நிகழ்தகவுகளின் பெருக்குத் தொகைக்கு சமமாகும்.

P (AB) = P (A∩B) = A (A and B) = P (A). P (B)

ஆதாரம்: A நிகழ்வு A1 சாதகமாக இருக்கும் n1 வழிகளில் நிகழலாம் மற்றும் B நிகழ்வுA2 சாதகமாக இருக்கும் n2 வழிகளில் நிகழலாம், நாம் முதலில் ஒவ்வொரு சாதகமான நிகழ்வையும் இரண்டாவது வழக்கில் ஒவ்வொரு சாதகமான நிகழ்வையும் இணைக்கலாம் . ஆக, சாதகமான வழக்குகளின் மொத்த எண்ணிக்கை a1 x a2 ஆகும். இதேபோல், சாத்தியமான நிகழ்வுகளின் மொத்த எண்ணிக்கை n1 x n2 ஆகும். வரையறையின்படி இரு சார்பற்ற நிகழ்வுகளும் நிகழும் நிகழ்தகவு

$$P(A \cap B) = P(A \text{ and } B) = \frac{a_1 \times a_2}{n_1 \times n_2} = \frac{a_1}{n_1} \times \frac{a_2}{n_2} = P(A) \times P(B)$$

$$\text{as } P(A) = \frac{a_1}{n_1} \ \& \ P(B) = \frac{a_2}{n_2}$$

இதேபோல் நாம் தேற்றத்தை மூன்று நிகழ்வுகளுக்கு நீட்டிக்க முடியும்

P (A∩B∩C) = P (A) . P (B/A) .P(C/A . B)

நிகழ்தகவு

குறிப்பு

எடுத்துக்காட்டு3.

52 அட்டைகளின் தொகுப்பிலிருந்து, இரண்டு அட்டைகள் ஒன்றன் பின் ஒன்றாக ஒன்றோடு ஒன்று மாற்றப்படும். இரண்டு அட்டைகளும் அரசர்கள் என்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

தீர்வு:

ஒரு ராஜா P (A) = 4/52 வரைவதற்கான நிகழ்தகவு

P (B) = 4/52 ஐ மாற்றிய பின் மீண்டும் ராஜாவை வரைவதற்கான நிகழ்தகவு

இரண்டு நிகழ்வுகளும் சார்பற்றவை என்பதால், இரண்டு மன்னர்களை வரைவதற்கான நிகழ்தகவு:

$$P(A \text{ and } B) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} = \frac{1}{169}$$

2. சார்புடைய நிகழ்வுகளுக்கான நிகழ்தகவின் பெருக்கல் தேற்றம்

அறிக்கை: A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு நிகழ்வுகள் ஒரே நேரத்தில் நிகழும் நிகழ்தகவு பின்வருமாறு:

$$P(A \cap B) = P(A).P(B|A);\ P(A) \neq 0$$

$$P(B \cap A) = P(B).P(A|B);\ P(B) \neq 0$$

P (B | A) என்பது A நடந்தது என்ற நிபந்தனையின் கீழ் B நிகழும் நிபந்தனை நிகழ்தகவு மற்றும் P (A | B) என்பது B நிகழ்ந்த நிபந்தனையின் கீழ் A நிகழும் நிபந்தனை நிகழ்தகவு ஆகும்.

சான்று:

A மற்றும் B கூறுவெளி S உடன் தொடர்புடைய நிகழ்வுகள்ஒரு சீரற்ற பரிசோதனையின் பூரணமான எண்ணிக்கையிலான விளைவுகளுடன் (கூறு புள்ளிகள்) N, அதாவது, n (S) = N பின்னர் வரையறை மூலம்

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

நிபந்தனை நிகழ்வுக்கு A | B (அதாவது, B நிகழ்ந்த நிபந்தனையின் கீழ் A இன் நிகழ்வு), சாதகமான முடிவுகள் (கூறு புள்ளிகள்) B இன் மாதிரி புள்ளிகளுக்கு வெளியே இருக்க வேண்டும்.

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

இதேபோல்,

$$P(B|A) = \frac{n(B \cap A)}{n(A)}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A)}{n(S)} \times \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = P(A).P(B|A)$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(B)}{n(S)} \times \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = P(B).P(A|B)$$

Self-Instructional Material

குறிப்பு

உதாரணமாக

ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் 8 சிவப்பு பந்துகள் உள்ளன. இரண்டு தொடர்ச்சியான நிகழ்வுகளில் 3 பந்துகள் எடுக்கப்பட்டன(அ) இரண்டாவது பந்து எடுக்கப்படுவதற்கு முன்பு பந்துகள் மீண்டும் வைக்கப்பட்டன மற்றும் (ஆ) இரண்டாவது பந்து எடுக்கப்படுவதற்கு முன்பு பந்துகள் மீண்டும் வைக்கப்படவில்லை. ஒவ்வொரு நிகழ்விலும் முதலில் எடுக்கப்பட்டவை 3 வெள்ளை மற்றும் இரண்டாவது 3 சிவப்பு பந்துகளை கொடுக்கும் நிகழ்தகவைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

(அ) பந்துகள் மீண்டும் வைக்கப்பட்ட நிகழ்வு.

பையில் மொத்த பந்துகள் = 8 + 5 = 13

மொத்தம் 13 பந்துகள் 3 பந்துகள் $^{13}C_3$ வழிகளில் எடுக்கப்பட்டன

5 வெள்ளை பந்துகளில் 3 பந்துகள் $^{5}C_3$ வழிகளில் எடுக்கப்பட்டன

3 வெள்ளை பந்துகளின் நிகழ்தகவு = $P(3W) = \frac{^{5}C_3}{^{13}C_3} = \frac{10}{286}$

முதல் பந்து எடுத்த பிறகு பந்துகள் மீண்டும் வைக்கப்படுவதால், பையில் 13 பந்துகள் உள்ளன 3 சிவப்பு பந்துகளை 8 சிவப்பு பந்துகளில் $^{8}C_3$ வழிகளில் எடுக்கலாம்.

3 சிவப்பு பந்துகளின் நிகழ்தகவு = $P(3R) = \frac{^{8}C_3}{^{13}C_3} = \frac{56}{286}$

நிகழ்வுகள் சார்பற்று இருப்பதால், தேவையான நிகழ்தகவு:

$$P(3W \text{ and } 3R) = P(3W) \times P(3R) = \frac{^{5}C_3}{^{13}C_3} \times \frac{^{8}C_3}{^{13}C_3} = \frac{10}{286} \times \frac{56}{286} = \frac{140}{20{,}449}$$

b) இரண்டாவது பந்து எடுப்பதற்கு முன்பு பந்துகளை மீண்டும் வைக்காதபோது

பையில் மொத்த பந்துகள் = 8 + 5 = 13

மொத்தம் 13 பந்துகள் 3 பந்துகள் $^{13}C_3$ வழிகளில் எடுக்கப்பட்டன

5 வெள்ளை பந்துகளில் 3 பந்துகள் $^{5}C_3$ வழிகளில் எடுக்கப்பட்டன

3 வெள்ளை பந்துகளின் நிகழ்தகவு = $P(3W) = \frac{^{5}C_3}{^{13}C_3}$

முதல் நிகழ்வுக்குப் பிறகு, மீதமுள்ள பந்துகள் 10, 10 பந்துகளில் 3 பந்துகளை 10 சி 3 வழிகளில் வரையலாம்.

8 பந்துகளில் 3 சிவப்பு பந்துகளை 8 சி 3 வழிகளில் எடுக்கலாம்

3 சிவப்பு பந்துகளின் நிகழ்தகவு = $\frac{^{8}C_3}{^{10}C_3}$

இரண்டு நிகழ்வுகளும் சார்புற்று இருப்பதால், தேவையான நிகழ்தகவு:

$$P(3W \text{ and } 3R) = P(3W)xP(3R|3W) = \frac{^5C_3}{^{18}C_3} \times \frac{^8C_3}{^{10}C_3} = \frac{5}{143} \times \frac{7}{15} = \frac{7}{429}$$

குறிப்பு

13.7 நிபந்தனை நிகழ்தகவு

A நிகழ்வின் நிகழ்வு மற்றும் மற்றொரு B நிகழ்வின் நிகழ்தகவைக் கண்டறிய வேண்டியிருக்கும் . இரண்டு நிகழ்வுகள் A மற்றும் B நிகழ்வு B நிகழ்ந்ததாக அறியப்பட்டால் மட்டுமே A நிகழ்வு நிகழும்போது சார்ந்து இருப்பதாகக் கூறப்படுகிறது, (அல்லது துணை மாறாய்). அத்தகைய நிகழ்வோடு இணைக்கப்பட்ட நிகழ்தகவு நிபந்தனை நிகழ்தகவு என அழைக்கப்படுகிறது, இது P (A | B) ஆல் குறிக்கப்படுகிறது எடுத்துக்காட்டாக, அட்டைகளின் தொகுப்பிலிருந்து எடுக்கும்போது இஸ்பேட் ஏஸின் நிகழ்தகவு கருப்பு பாக இருத்தல்

வரையறை:

A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு நிகழ்வுகள் சார்ந்து இருந்தால், அந்த நிகழ்வு A நிகழ்ந்தால் B இன் நிபந்தனை நிகழ்தகவு வரையறுக்கப்படுகிறது

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{if } P(A) \geq 0$$

ஒரு முறை ஒரு டை எறியும் சோதனை. இந்த சோதனையின் மாதிரி இடம் {1, 2, 3, 4, 5 மற்றும் 6} ஆகும்.

E1: ஒரு சம எண் மற்றும்

E2: 3p இன் பெருக்கங்கள்

பின்னர் E1: {2, 4, 6} மற்றும் E2: {3, 6}.

எனவே, P (E 1) = 3/6 = 1/2 மற்றும் P (E2) = 2/6 = 1/3

E1 நிகழ்ந்ததாகக் கொடுக்கப்படும் போது E2 நிகழும் நிகழ்தகவைக் கண்டறியும் பொருட்டு

2 அல்லது 4 அல்லது 6 ஒற்றை பகடை வீசுதல் 2 அல்லது 4 அல்லது 6 வந்துள்ளது.

இவற்றில் 6 மட்டுமே E2 க்கு சாதகமானது.

எனவே E1 நிகழ்ந்ததாகக் கொடுக்கப்படும் போது E2 நிகழும் நிகழ்தகவு 1/3 க்கு சமம்.

E1 ஏற்பட்டபோது E2 இன் இந்த நிகழ்தகவு இவ்வாறு எழுதப்பட்டுள்ளது

P (E 2 | E 1). இங்கே நாம் P (E2 | E1) = P (E2) என்பதைக் காணலாம்.

நிகழ்வைக் கருத்தில் கொண்டு

E3: 3 ஐ விட அதிகமான எண் E3: {4,5,6} மற்றும் P (E3) = 3/6 = 1/2

2,4 மற்றும் 6 இல், 4 மற்றும் 6 ஆகிய இரண்டு எண்கள் E3 க்கு சாதகமானவை.

எனவே, P (E 3 | E 1) = 2/3.

E1 மற்றும் E2 வகைகளின் நிகழ்வுகள் சார்பற்று நிகழ்வுகள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன, ஏனெனில் E1 இன் நிகழ்வு அல்லது நிகழாதது E2 இன் நிகழ்தகவு அல்லது நிகழாத நிகழ்தகவை பாதிக்காது. E1 and E3 நிகழ்வுகள் சார்பற்றுதாக இல்லை.

13.7.1 கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் தேற்றத்தின் ஒருங்கிணைந்த பயன்பாடு

நிகழ்தகவில் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் கோட்பாடுகள் இரண்டும் ஒரே நேரத்தில் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் கோட்பாடுகளின் ஒருங்கிணைந்த பயன்பாட்டை பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் விளக்குகின்றன.

உதாரணமாக

ஒரு பையில் 5 வெள்ளை மற்றும் 4 கருப்பு பந்துகள் உள்ளன. இந்த பையில் இருந்து ஒரு பந்து வரையப்பட்டு அது மாற்றப்பட்டு பின்னர் ஒரு பந்தின் இரண்டாவது சமநிலை செய்யப்படுகிறது. இரண்டு பந்துகள் வெவ்வேறு வண்ணங்களைக் கொண்டிருக்கும் நிகழ்தகவு என்ன.

தீர்வு: இரண்டு சாத்தியங்கள் உள்ளன

i) முதல் பந்து வெள்ளை மற்றும் வரையப்பட்ட இரண்டாவது பந்து கருப்பு.

ii) முதல் பந்து கருப்பு மற்றும் வரையப்பட்ட இரண்டாவது பந்து வெள்ளை.

நிகழ்வுகள் சார்பற்றுதாக இருப்பதால், பெருக்கல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்

i) முதல் பந்து வெள்ளை மற்றும் இரண்டாவது பந்து கருப்பு வரைவதற்கான நிகழ்தகவு = $\frac{5}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{81}$

ii) முதல் பந்து கருப்பு மற்றும் இரண்டாவது வெள்ளை பந்து வரைவதற்கான நிகழ்தகவு = $\frac{4}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{81}$

இந்த நிகழ்தகவுகள் ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வு இருப்பதால், கூட்டல் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்துவதன் மூலம்

நிகழ்தகவு

குறிப்பு

இரண்டு பந்துகள் வெவ்வேறு வண்ணங்களைக் கொண்டிருக்கும் நிகழ்தகவு= $\frac{20}{81} \times \frac{20}{81} = \frac{40}{81}$

உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்கவும்

1. கூறுவெளி என்றால் என்ன?
2. நிகழ்வு என்றால் என்ன?
3. கூட்டல் நிகழ்தகவு தேற்றத்திற்கான சூத்திரத்தை எழுதுக
4. நிகழ்தகவு வகைகளைக் குறிப்பிடுக
5. பேயெஸின்' தேற்றம் எவ்வாறு கணக்கிடப்படுகிறது

13.8 பேயெஸின் தேற்றம்

ஒரு சோதனையின் இறுதி முடிவு பல்வேறு இடைநிலை நிலைகளில் என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பொறுத்தது பல சூழ்நிலைகள் உள்ளன. இந்த பிரச்சினை பேயஸால் தீர்க்கப்படுகிறது'

P (A | B) மற்றும் P (B | A) இடையே மிகப் பெரிய வித்தியாசம் உள்ளது

பிற்கால வாழ்க்கையில் ஏதேனும் மரபணு நோயால் பாதிக்கப்படக்கூடிய நபர்களை அடையாளம் காண ஒரு புதிய சோதனை உருவாக்கப்பட்டுள்ளது என்று வைத்துக்கொள்வோம். நிச்சயமாக, எந்த சோதனையும் சரியானதல்ல; எதிர்மறையை சோதிக்கும் குறைபாடுள்ள மரபணுவின் சில கேரியர்கள் மற்றும் நேர்மறையை சோதிக்கும் சில கேரியர்கள் அல்லாதவை இருக்கும். எனவே, எடுத்துக்காட்டாக, A நிகழ்வாக இருக்கட்டும் 'நோயாளி ஒரு கேரியர் , மற்றும் B நிகழ்வு சோதனை முடிவு நேர்மறையானது' .

சோதனையை உருவாக்கும் விஞ்ஞானிகள் சோதனை முடிவு தவறானது, அதாவது P (B | A') மற்றும் P (B' | A) உடன் நிகழ்தகவுகளில் அக்கறை கொண்டுள்ளனர். இருப்பினும், பரிசோதனையை மேற்கொண்ட ஒரு நோயாளிக்கு வெவ்வேறு கவலைகள் உள்ளன.

நான் நேர்மறையை பரிசோதித்தால், எனக்கு நோய் வருவதற்கான வாய்ப்பு என்ன?

நான் எதிர்மறையை சோதித்திருந்தால், நான் ஒரு கேரியர் அல்ல என்பதில் நான் எப்படி உறுதியாக இருக்க முடியும்? வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், P (A | B) மற்றும் P (A ' | B ')

இந்த நிபந்தனை நிகழ்தகவுகள் பேயஸ் தேற்றத்தால் தொடர்புடையவை:

A மற்றும் B ஆகியவை பூஜ்ஜியமற்ற நிகழ்தகவு கொண்ட நிகழ்வுகளாக இருக்கட்டும். பிறகு $P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B)}$

P (A | B) • P (B) = P (A∩B) = P (B | A) • P (A),

Self-Instructional Material

நிபந்தனை நிகழ்தகவின் வரையறையை இரண்டு முறை பயன்படுத்துகிறது. (இங்கே பூஜ்ஜியமற்ற நிகழ்தகவு இருக்க A மற்றும் B இரண்டும் தேவை என்பதை நினைவில் கொள்க.) இப்போது இந்த சமன்பாட்டை P (B) ஆல் வகுத்து முடிவைப் பெறுக.

If P(A) $\neq$ 0,1 and P(B)$\neq$ 0, then

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B \mid A) \cdot P(A) + P(B \mid A') \cdot P(A')}$$

. பேயஸ் தேற்றம் பெரும்பாலும் இந்த வடிவத்தில் கூறப்படுகிறது.

உதாரணமாக

இந்த பிரிவின் தொடக்கத்தில் விவரிக்கப்பட்ட மருத்துவ பரிசோதனையை கவனியுங்கள். மக்கள்தொகையில் 1000 ல் 1 பேர் நோயின் கேரியர் என்று வைத்துக்கொள்வோம். ஒரு கேரியர் எதிர்மறையை சோதிக்கும் நிகழ்தகவு 1% என்றும், ஒரு கேரியர் அல்லாத நேர்மறை சோதனை நிகழ்தகவு 5% என்றும் வைத்துக்கொள்வோம். (இந்த மதிப்புகளை அடையும் ஒரு சோதனை மிகவும் வெற்றிகரமானதாகக் கருதப்படும்.)

A நிகழ்வு 'நோயாளி ஒரு கேரியர்' , மற்றும் B நிகழ்வு 'சோதனை முடிவு நேர்மறையானது' . P (A) = 0.001 (அதனால் P (A′) = 0.999) மற்றும் அந்த

P (B | A) = 0.99, P (B | A ′) = 0.05.

(அ) ஒரு நோயாளிக்கு நேர்மறையான சோதனை முடிவு கிடைத்துள்ளது. நோயாளி ஒரு கேரியர் என்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன?

$$P(A \mid B) = \frac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B \mid A) \cdot P(A) + P(B \mid A') \cdot P(A')} = \frac{0.99 \times 0.001}{(0.99 \times 0.001) + (0.05 \times 0.999)}$$

$$= \frac{0.00099}{0.05094} = 0.0194.$$

(ஆ) ஒரு நோயாளி எதிர்மறையான சோதனை முடிவைக் கொண்டுள்ளார். நோயாளி ஒரு கேரியர் என்பதற்கான நிகழ்தகவு என்ன? விடை என்னவென்றால்

$$P(A \mid B') = \frac{P(B' \mid A)P(A)}{P(B' \mid A)P(A) + P(B' \mid A')P(A')}$$

$$= \frac{0.01 \times 0.001}{(0.01 \times 0.001) + (0.95 \times 0.999)} = \frac{0.00001}{0.94095} = 0.00001.$$

குறிப்பு

13.9 சுருக்கம்

- **பேயஸ் தேற்றம்** பெரும்பாலும் இந்த வடிவத்தில் கூறப்படுகிறது.
  - P(A) $\neq$ 0,1 and P(B)$\neq$ 0, then
  - $\mathbf{P(A \mid B)} = \dfrac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B \mid A) \cdot P(A) + P(B \mid A') \cdot P(A')}$.
- **நிபந்தனை நிகழ்தகவு:** நிகழ்வு B நிகழ்ந்ததாக அறியப்பட்டால் மட்டுமே (அல்லது நேர்மாறாக) நிகழ்வு A நிகழும்போது A மற்றும் B ஆகிய இரண்டு நிகழ்வுகள் சார்ந்து இருப்பதாகக் கூறப்படுகிறது.
- **பெருக்கல் நிகழ்தகவு:** இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நிகழ்வுகள் ஒரே நேரத்தில் நிகழும் நிகழ்தகவு
- **கூட்டல் நிகழ்தகவு:** A மற்றும் B ஆகியவை பரஸ்பர நிகழ்வுகள் இல்லையென்றால், A அல்லது B அல்லது இரண்டுமே நிகழும் நிகழ்தகவு நிகழ்வு A நிகழும் நிகழ்தகவுக்கு சமம், மேலும் நிகழ்வு B நிகழும் நிகழ்தகவு நிகழும் நிகழ்தகவு கழித்தல் A மற்றும் B இரண்டிற்கும் பொதுவான நிகழ்வுகள்
- **நிகழ்தகவு வகைகள்:** அச்சு அணுகுமுறை, கணித அணுகுமுறை, நிகழ்தகவின் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் கோட்பாடு, அகநிலை அணுகுமுறை

13.10 முக்கிய சொற்கள்

நிகழ்தகவு, மாதிரி, நிகழ்வுகள், மாறிகள், கூட்டல் தேற்றம், பெருக்கல் தேற்றம், அச்சு அணுகுமுறை, கணித அணுகுமுறை, நிகழ்தகவின் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் கோட்பாடு, அகநிலை அணுகுமுறை, பேயெஸின்' தேற்றம்

13.11 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்

1. கூறுவெளி: மாதிரி விண்வெளி என்பது ஒரு பரிசோதனையின் சாத்தியமான அனைத்து விளைவுகளின் தொகுப்பாகும். இது எஸ்
2. நிகழ்வு: கூறுவெளியின் எந்த துணைக்குழுவும் ஒரு நிகழ்வு. நிகழ்வுகள் பொதுவாக A, B, C, D போன்ற பெரிய எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படுகின்றன.
3. ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வுகளுக்கான கூட்டல் தேற்றம்

   $$\mathbf{P(A \cup B) = P(A\ or\ B) = P(A) + P(B)}$$

   ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வு அல்லாத கூட்டல் தேற்றம்

$$P(A \cup B) = P(A \text{ or } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

4. நிகழ்தகவு வகைகள்: அச்சு அணுகுமுறை, கணித அணுகுமுறை, நிகழ்தகவின் ஒப்பீட்டு அதிர்வெண் கோட்பாடு, அகநிலை அணுகுமுறை
5. பேயஸ் தேற்றம் பெரும்பாலும் இந்த வடிவத்தில் கூறப்படுகிறது.

- $P(A) \neq 0,1$ and $P(B) \neq 0$, then
- $P(A \mid B) = \dfrac{P(B \mid A) \cdot P(A)}{P(B \mid A) \cdot P(A) + P(B \mid A') \cdot P(A')}$.

நிகழ்தகவு

குறிப்பு

13.12 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சி

குறுகிய கேள்வி பதில் :

1. நிகழ்தகவை வரையறுக்கவும்
2. கூறுவெளி என்றால் என்ன
3. சீரற்ற மாறியை வரையறுக்கவும்
4. பேயெஸின்’ தேற்றத்தைக் கூறுக
5. ஒன்றையொன்று விலக்கும் நிகழ்வை விளக்குக

நீண்ட விடை கேள்விகள்:

1. நிகழ்தகவை வரையறுத்து, நிகழ்தகவின் முக்கியத்துவத்தை வெளிப்படுத்துங்கள்
2. சார்பற்ற மற்றும் சார்புடைய நிகழ்வுகளை எழுதுக
3. பேயெஸின்’ தேற்றத்தை சுருக்கமாக விளக்குங்கள்
4. இயந்திரத்தால் உற்பத்தி செய்யப்படும் 20% பாட்டில்கள் குறைபாடுடையவை என்றால், 4 பாட்டில்களில் (i) 0, (ii) 1, (iii) அதிகபட்சம் 2 பாட்டில்கள் குறைபாடுள்ளவை என்பதை தீர்மானிக்கவும்

13.13 கூடுதல் வாசிப்புகள்

1. Statistics (Theory & Practice) by Dr. B.N. Gupta. SahityaBhawan Publishers andDistributors (P) Ltd., Agra.
2. Statistics for Management by G.C. Beri. Tata McGraw Hills Publishing CompanyLtd., New Delhi.
3. Business Statistics by Amir D. Aczel and J. Sounderpandian. Tata McGraw HillPublishing Company Ltd., New Delhi.
4. Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda. MacMillan India Ltd., NewDelhi.
5. Business Statistics by S.P. Gupta and M.P. Gupta. Sultan Chand and Sons.,NewDelhi.
6. Statistical Method by S.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.

குறிப்பு

அலகு14 – நிகழ்தகவு பரவல்

அமைப்பு

14.0 அறிமுகம்

நிகழ்தகவு பரவல் என்பது ஒரு அட்டவணை அல்லது ஒரு சமன்பாடு ஆகும், இது ஒரு புள்ளிவிவர பரிசோதனையின் ஒவ்வொரு முடிவையும் அதன் நிகழ்தகவுடன் இணைக்கிறது. இது ஒரு சீரற்ற மாறி அடையக்கூடிய சாத்தியமான மதிப்புகளின் வரம்பையும், சீரற்ற மாறியின் மதிப்பு அந்த வரம்பின் எந்தவொரு துணைக்குழுவிலும் இருக்கும் நிகழ்தகவையும் விவரிக்கிறது. எடுத்துக்காட்டாக, X ஒரு சீரற்ற மாறி என்றால், X நிகழும் நிகழ்தகவு என்று P(X) ஆல் குறிக்கவும். X மற்றும் ΣP (X) = 1 இன் ஒவ்வொரு மதிப்புக்கும் க்கும் 0 <= P (X) <= 1 (எல்லா நிகழ்தகவுகளின் கூட்டுத்தொகை 1)

14.1 நோக்கங்கள்

- நிகழ்தகவுப் பரவலைஅறிந்து கொ ள்ளுதல்
- தனித்த மற்றும் தொடர்பரவலைவேறுபடுத்துதல்
- ஈருறுப்பு மற்றும் பாய்சான்பரவலைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக்காணல்

- சீரான மற்றும் இயல்நிலைப் பரவலைப் பயன்படுத்தி மதிப்புகளைக் கணக்கிடுதல்
- பொருத்துதலைவெவ்வேறு பரவல்களுக்கு உபயோகித்தல்

14.2 சீரற்ற மாறி

குறிப்பு

ஒரு சீரற்ற மாறி ஒரு சீரற்ற சோதனையின் விளைவுகளுடன் இணைக்கப்பட்ட உண்மையான எண் X என வரையறுக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, E ஒரு நாணயத்தின் மூன்று டாஸைக் கொண்டிருந்தால், தலைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் சீரற்ற மாறி X ஐ நாம் கருத்தில் கொள்ளலாம் (0, 1, 2 அல்லது 3)

Outcome :	HHH	HTH	THH	THH	HTT	THT	TTH	TTT
Value of X :	3	2	2	2	1	1	1	0

எனவே, ஒவ்வொரு முடிவுக்கும் ஒரு உண்மையான எண் X (w) உடன் ஒத்திருக்கிறது. மாதிரி இடத்தின் புள்ளிகள் விளைவுகளுக்கு ஒத்திருப்பதால், இதன் பொருள் X (W) ஆல் நாம் குறிக்கும் ஒரு உண்மையான எண் ஒவ்வொரு w∈S க்கும் வரையறுக்கப்படுகிறது, மேலும் அவற்றை w1, w2,...., W8 ie X (w1) = 3, X (w2) = 2,...., X (w8) = 0. ஆகவே, ஒரு சீரற்ற மாறியை ஒரு உண்மையான மதிப்புமிக்க செயல்பாடாக வரையறுக்கிறோம், அதன் களம் ஒரு சீரற்ற பரிசோதனையுடன் தொடர்புடைய மாதிரி இடம் மற்றும் வரம்பு உண்மையான கோடு. பொதுவாக இது X, Y, Z, --- போன்ற பெரிய எழுத்துக்களால் குறிக்கப்படுகிறது.

14.3 சீரற்ற மாறுபடும் வகைகள்

தனித்த சீரற்ற மாறி

ஒரு சீரற்ற மாறி X ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட அல்லது எண்ணக்கூடிய மதிப்புகளின் தொகுப்பை மட்டுமே கருதினால், அது ஒரு தனித்துவமான சீரற்ற மாறி என்று அழைக்கப்படுகிறது. வேறு வார்த்தைகளில் கூறுவதானால், ஒரு தனித்துவமான மாதிரி இடத்தில் வரையறுக்கப்பட்ட உண்மையான மதிப்புள்ள செயல்பாடு தனித்துவமான சீரற்ற மாறி என அழைக்கப்படுகிறது. தனித்துவமான சீரற்ற மாறி இருந்தால், நாம் பொதுவாக ஒரு கட்டத்தில் மதிப்புகளைப் பற்றி பேசுகிறோம். பொதுவாக இது எண்ணப்பட்ட தரவைக் குறிக்கிறது. உதாரணமாக, ஒரு பால் ஆலையில் குறைபாடுள்ள பால் பாக்கெட்டின் எண்ணிக்கை, ஒரு வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை போன்றவை

தொடர்ச்சியான சீரற்ற மாறி

ஒரு சீரற்ற மாறி எல்லையற்ற மற்றும் கணக்கிட முடியாத மதிப்புகளின் தொகுப்பைக் கருதினால் அது தொடர்ச்சியானது என்று கூறப்படுகிறது. தொடர்ச்சியான சீரற்ற மாறி, இதில் நேர்மறையான மதிப்புகளின் தொகுப்போடு வெவ்வேறு மதிப்புகளை ஒன்றிலிருந்து ஒரு கடிதத்தில் வைக்க முடியாது. எடுத்துக்காட்டாக, குழந்தை யானையின் எடை 160 கிலோ முதல் 260 கிலோ வரையிலான இடைவெளியில் ஏதேனும் சாத்தியமான மதிப்பை எடுத்துக் கொள்ளுங்கள், 189 கிலோ அல்லது 189.4356 கிலோ என்று சொல்லுங்கள்; அதேபோல், ஒரு வகுப்பில் மாணவர்கள் எடுத்த மதிப்பெண்கள் போன்றவை. தொடர்ச்சியான சீரற்ற மாறி ஏற்பட்டால், வழக்கமாக ஒரு குறிப்பிட்ட இடைவெளியில் மதிப்புகளை எடுத்துக்கொள்வோம். தொடர்ச்சியான சீரற்ற மாறிகள் அளவிடப்பட்ட தரவைக் குறிக்கும்.

ஒரு சீரற்ற மாறியின் நிகழ்தகவு விநியோகம்

நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் கருத்து அதிர்வெண் விநியோகத்திற்கு சமம். ஒரு சீரற்ற மாறி எடுக்கக்கூடிய பல்வேறு மதிப்புகள் மத்தியில் ஒருவரின் மொத்த நிகழ்தகவு எவ்வாறு விநியோகிக்கப்படுகிறது என்பதை இது சித்தரிக்கிறது.

ஒரு சீரற்ற மாறியின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு

X1, x2, ---, xn உடன் தொடர்புடைய நிகழ்தகவுகளுடன் p1, p2, ---, pn மதிப்புகளைக் கொண்ட சீரற்ற மாறியை X குறிக்கட்டும் .அப்போது நிகழ்தகவு விநியோகம் பின்வருமாறு இருக்கும்

X:	x_1	x_2	... ...	x_n
P(X):	p_1	p_2	... ...	p_n

பிறகு

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1$$

மேலே உள்ள நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் சராசரி (μ) பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது

$$\mu = \frac{p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n}{p_1 + p_2 + \cdots + p_n} = \frac{\sum p_ix_i}{\sum p_i} = \sum p_ix_i$$

மாறுபாடு (σ2) இவ்வாறு வரையறுக்கப்படுகிறது

$$\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 p_i = \sum ({x_i}^2 + \mu^2 - 2x_i\mu)p_i = \sum {x_i}^2 p_i + \mu^2 \sum p_i - 2\mu \sum x_i p_i$$

$$= \sum x_i^2 p_i + \mu^2(1) - 2\mu(\mu) = \sum x_i^2 p_i - \mu^2 = \sum x_i^2 p_i - \left(\sum p_i x_i\right)^2$$

ஒரு சீரற்ற மாறி X இன் சராசரி எதிர்பார்த்த மதிப்பு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது மற்றும் இது E (X) ஆல் குறிக்கப்படுகிறது

$$E(X) = \mu = p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n = \sum p_i x_i$$

$$\text{Variance } (\sigma^2) = E(X^2) - (E(X))^2$$

உதாரணமாக 1

ஒரு பகடை இரண்டு முறை தூக்கி எறியப்படுகிறது. 4 ஐ விட அதிகமான எண்ணிக்கையைப் பெறுவது வெற்றியாகக் கருதப்படுகிறது. வெற்றியின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் மாறுபாட்டைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

இங்கே p, 4 = 2/6 = 1/3 மற்றும் q ஐ விட அதிகமான எண்ணின் நிகழ்தகவு, ஒரு எண்ணின் நிகழ்தகவு விட அதிகமாக இல்லை $4 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

$$P(X=0) = q \times q = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$P(X=1) = p \times q + q \times p = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

$$P(X=2) = p \times p = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

இவ்வாறு, எங்களிடம் உள்ளது:

x_i	p_i	p_ix_i	x_i^2	$p_ix_i^2$
0	4/9	0	0	0
1	4/9	4/9	1	4/9
2	1/9	2/9	4	4/9
Total		6/9		8/9

சராசரி $\mu = \sum p_i x_i = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

மாறுபாடு $\sigma^2 = \sum p_i x_i^2 - \mu^2 = \frac{8}{9} - \left(\frac{6}{9}\right)^2 = \frac{8}{9} - \frac{36}{81} = \frac{72-36}{81} = \frac{36}{81} = \frac{4}{9}$

14.4 ஈருறுப்பு பரவல்

ஈருறுப்பு பரவல் என்ப து ஒரு தனித்துவமான நிகழ்தகவு விநியோகமாகும். இந்த விநியோகத்தை சுவிஸ் கணிதவியலாளர் ஜேம்ஸ் பெர்னௌலியின் (1654-1705) கண்டுபிடித்தார். பெர்னௌலியின் சோதனை என்பது இரண்டு சாத்தியமான விளைவுகளை மட்டுமே கொண்ட ஒரு சோதனை, அதாவது

குறிப்பு

வெற்றி அல்லது தோல்வி. வேறுவிதமாகக் கூறினால், சோதனையின் முடிவு இருவேறுபட்ட

எ.கா. ஒரு நாணயத்தை தலை அல்லது பூ, ஒரு கன்றின் பாலினம் ஆண் அல்லது பெண், ஒரு தயாரிக்கப்பட்ட பால் தயாரிப்பு அல்லது ஒரு பொறியியல் உபகரணங்கள் அல்லது உதிரி பகுதி குறைபாடுள்ள அல்லது குறைபாடற்றதாக இருக்கும். இந்த விநியோகத்தை பின்வரும் நிபந்தனைகளின் கீழ் பயன்படுத்தலாம்:

1. சீரற்ற சோதனை மீண்டும் மீண்டும் ஒரு வரையறுக்கப்பட்ட மற்றும் நிலையான எண்ணிக்கையிலான முறை செய்யப்படுகிறது, அதாவது n, சோதனைகளின் எண்ணிக்கை வரையறுக்கப்பட்ட மற்றும் நிலையானது.
2. ஒரு சோதனையின் முடிவு நிகழ்வுகளின் இருவகை வகைப்பாட்டில் விளைகிறது, அதாவது ஒவ்வொரு சோதனையும் இரண்டு பரஸ்பர பிரத்தியேக விளைவுகளை விளைவிக்க வேண்டும், வெற்றி அல்லது தோல்வி
3. ஒவ்வொரு சோதனையிலும் வெற்றியின் நிகழ்தகவு (அல்லது தோல்வி) ஒரே மாதிரியாகவே உள்ளது, அதாவது ஒவ்வொரு தடத்திலும் வெற்றியின் நிகழ்தகவு, p ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. q = 1−p, பின்னர் தோல்வியின் நிகழ்தகவு என அழைக்கப்படுகிறது (நிகழாதது)
4. சோதனைகள் சுயாதீனமானவை, அதாவது எந்தவொரு சோதனையின் முடிவுகளும் அடுத்தடுத்த சோதனைகளின் விளைவுகளை பாதிக்காது

தேற்றம்:

மேற்கூறிய நிபந்தனைகளை பூர்த்தி செய்யும் n சோதனைகளில் வெற்றிகளின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்றால், X என்பது ஒரு சீரற்ற மாறி, இது 0,1,2,…., N அதாவது வெற்றி, ஒரு வெற்றி, இரண்டு வெற்றிகள், ………, அல்லது அனைத்து n வெற்றிகளும். வெற்றிகளின் நிகழ்தகவுக்கான பொதுவான வெளிப்பாடு பின்வருமாறு:

$$P(r) = P(X = r) = nC_r p^r q^{n-r} \text{ for } r = 0,1,2,\ldots, N$$

ஆதாரம்:

கலவை நிகழ்தகவு தேற்றத்தால், r சோதனைகள் வெற்றி மற்றும் மீதமுள்ள (nr) ஒரு குறிப்பிட்ட வரிசையில் n சோதனைகளின் வரிசையில் தோல்விகள் என்று S, F, S, F, S,… .., S வழங்கப்படுகிறது மூலம்

$$P(S \cap F \cap S \cap F \cap F \cap ---\cap S) = P(S)P(F)P(S)P(F)P(F) --- P(S)$$
$$= p.q.p.q.q --- p$$
$$= (pxpxpx --- r \text{ times })x(qxqxq — (n-r)\text{times}) = p^r q^{(n-r)}$$

ஆனால் எந்தவொரு r சோதனைகளும் வெற்றிகளாக இருப்பதில், மேலும் r சோதனைகள் nCr (பரஸ்பர பிரத்தியேக) வழிகளில் n சோதனைகளில் இருந்து தேர்ந்தெடுக்கப்படலாம் என்பதால். ஆகையால், மொத்த நிகழ்தகவு தேற்றத்தால், தொடர்ச்சியான n சுயாதீன சோதனைகளில் r வெற்றிகளின் வாய்ப்பு P (r) வழங்கப்படுகிறது

குறிப்பு

$P(r) = {}^nC_r p^r q^{n-r}$ $\quad 0 \le r \le n$

r நேர்மறை முழு மதிப்புகளை மட்டுமே எடுக்க முடியும்.
எனவே, வாய்ப்பு மாறுபடும், அதாவது வெற்றிகளின் எண்ணிக்கை, 0,1,2, .., r, .., n மதிப்புகளை தொடர்புடைய நிகழ்தகவுகளுடன் எடுக்கலாம் qn, nC1 p qn−1, .., nCr pr qn−r, .., pn

- அவ்வாறு பெறப்பட்ட வெற்றிகளின் எண்ணிக்கையின் நிகழ்தகவு விநியோகம் $(q + p)^n$ இன் இருவகை விரிவாக்கத்தின் பல்வேறு சொற்கள் நிகழ்தகவுகள் என்பதற்கான வெளிப்படையான காரணத்திற்காக இருவகை நிகழ்தகவு விநியோகம் என அழைக்கப்படுகிறது
- நிகழ்தகவுகளின் தொகை

$$\sum_{r=0}^{n} p(r) = p(0) + p(1) + p(2) + --- p(r)$$

$$= q^n + {}^nC_1 pq^{n-1} + --- + {}^nC_r p^r q^{n-r} + --- + p^n = (q+p)^n$$

$$= 1$$

P (X = r) க்கான வெளிப்பாடு n மற்றும் p அளவுருவுடன் ஈருறுப்புப் பரவலின் நிகழ்தகவு வெகுஜன செயல்பாடு என அழைக்கப்படுகிறது. இந்த நிகழ்தகவுச் சட்டத்தைப் பின்பற்றும் சீரற்ற மாறி X, அளவுரு n மற்றும் p உடன் X ~ B (n, p) எனக் குறிக்கப்படுகிறது. N மற்றும் p அறியப்பட்டால், ஈருறுப்பு பரவலை முழுமையாக தீர்மானிக்க முடியும்

உதாரணமாக :2
ஒவ்வொரு ஆண்டும் காசநோயால் பாதிக்கப்பட்ட 40% நோயாளிகள் இறக்கின்றனர் என்பது அறியப்படுகிறது. 6 நோயாளிகள் காசநோயால் பாதிக்கப்பட்ட மருத்துவமனையில் அனுமதிக்கப்படுகிறார்கள். அது என்ன நிகழ்தகவு
(i) மூன்று நோயாளிகள் இறப்பார்கள்.
(ii) குறைந்தது நோயாளிகள் இறந்துவிடுவார்கள்
(iii) அனைத்து நோயாளிகளும் குணப்படுத்தப்படுவார்கள்
(iv) எந்த நோயாளிகளும் காப்பாற்றப்பட மாட்டார்கள்

தீர்வு:

எங்களிடம் $p = 0.4$, $q = 1 - 0.40 = 0.6$ மற்றும் $n = 6$ உள்ளன

P (r) = nCr .pr .qn-r

குறிப்பு

(i) ஆய்வு [மூன்று நோயாளிகள் இறந்துவிடுவார்கள்]

$P[r = 3] = P(3) = 6C3. (0.4)^3 (0.6)^3$

$$P(3) = \frac{6!}{3!\,3!} (0.4)^3 (0.6)^3 = 20(0.4)^3(0.6)^3 = 0.2765$$

(ii) ஆய்வு (குறைந்தது ஐந்து நோயாளிகள் இறந்துவிடுவார்கள்)

$$P(5) + P(6) = 6C^5 (0.4)^5 (0.6)^1 + 6C^6 (0.4)^6 (0.6)^0$$
$$= 6 (0.4)^5 (0.6)^1 + (0.4)^6$$
$$= 0.0369 + 0.0041 = 0.0410$$

(iii) ஆய்வு. (அனைத்து நோயாளிகளும் குணப்படுத்தப்படுவார்கள்)

= 1 - P (எந்த நோயாளிகளும் இறக்க மாட்டார்கள்)

$$1 - P(0) = 1 - 6C^0 (0.4)^0 (0.6)^6$$
$$= 1 - (0.6)^6$$
$$= 1 - 0.0467 = 0.9533$$

(iv) ஆய்வு. (எந்த நோயாளிகளும் காப்பாற்றப்பட மாட்டார்கள்)

= P (அனைத்து நோயாளிகளும் இறந்துவிடுவார்கள்)

$$= P(6)$$
$$= 6C^6 (0.4)^6 (0.6)^0$$
$$= (0.4)^6 = 0.0041$$

ஈருறுப்பு பரவலின் பண்புகள்:

(i) ஓர் ஈருறுப்பு பரவல், ஒரு தனித்த வாய்ப்பு மாறியின் பரவல் ஆகும். ஏனெனில் X ஆனது $0, 1, 2, \dots n$ என்ற மதிப்புகளை மட்டும் பெறுகிறது.

(ii) ஈருறுப்பு பரவலின் அளவைகள்

சராசரி $= np$; மாறுபாடு $= npq$; திட்டவிலக்கம் $= \sqrt{npq}$

கோட்டளவை $= \dfrac{q-p}{\sqrt{npq}}$; தட்டையளவை $= \dfrac{1-6pq}{npq}$

(iii) இது ஒன்று அல்லது இரண்டு முகடுகளைக் கொண்டிருக்கும்.

(iv) $X \sim B(n_1, p)$) மற்றும் $Y \sim B(n_2, p)$ a எனில் X மற்றும் Y $X+Y \sim B(n_1+n_2, p)$ ஆகும்

(v) `$n$' சார்பற்ற முயற்சிகளைக் கொண்ட ஓர் ஈருறுப்பு பரவல் சோதனை $N$ தடவைகள் திரும்பத் திரும்ப நடத்தப்பட்டால் X வெற்றிகள் கிடைக்க எதிர்பார்க்கப்படும் நிகழ்வெண் மதிப்பு `x' $N \times nC_x\ p^x\ q^{n-x}$

(vi) $p = 0.5$, எனில் இப்பரவல் ஒரு சமச்சீர் பரவல் ஆகும்.

உதாரணமாக 3

ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி மற்றும் மாறுபாடு முறையே 9 மற்றும் 6 எனில், பரவலைக் கண்டறியவும்.

குறிப்பு

தீர்வு:

ஈருறுப்பு பரவலின் சராசரி np மற்றும் மாறுபாடு npq ஆகும்

$\therefore np = 9 \text{ and } npq = 6$

$Now\ \dfrac{npq}{np} = \dfrac{6}{9} \Rightarrow q = \dfrac{2}{3}$

$\therefore p = 1 - q = 1 - \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore np = 9 \Rightarrow n.\dfrac{1}{3} = 9 \Rightarrow n = 3 \times 9 = 27$

எனவே, ஈருறுப்பு பரவல் $\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\right)^{27}$ = ${}^{27}C_r(1/3)^r(2/3)^{27-r}$

14.5 பாய்சான் பரவல்

ஓர் ஈருறுப்பு பரவலின் பண்பளவைகள் n மற்றும் p இதில் n இன் சரியான மதிப்பு தெரியாததாகவும் p இன் மதிப்பு மிகக் குறைவானதாகவும் இருப்பின் நிகழ்தகவு காணஇயலாது.

n இன் மதிப்பு மிக அதிகமாக இருப்பின்கணக்கிடுவது கடினமானதாக இருக்கும். இம்மாதிரியான சூழ்நிலைகளில் பயன்படுத்தக் கூடிய ஒரு பரவல் பாய்சான் பரவல் ஆகும்.

சிமியான் டென்னிஸ் பாய்சான் என்ற பிரெஞ்சு கணிதவல்லுநர் 1837ஆம் ஆண்டு சில நிபந்தனைகளுக்கு உட்பட்டு ஈருறுப்பு பரவலிலிருந்து ஒரு பரவலை பெற்றார் . இப்பரவல்அவரின் பெயராலேயே பாய்சான் பரவல் என அழைக்கப்படுகிறது

சில எடுத்துக்காட்டுகள்

(i) ஒரு பிரபலமான தொழிற்சாலையில் இருந்த தயாரிக்கப்படும் பொருளிலிருந்து குறைபாடுடைய பொருளைக் காண்பது

(ii) ஒரு மாணவன் எல்லா தேர்விலும், எல்லா பாடத்திலும் முதல்தரம் பெறுவதற்கான நிகழ்வு

(iii) ஒரு பரபரப்பான சந்திப்பில் ஒரு நாளில் ஏற்படும் போக்குவரத்து விபத்துக்களின் எண்ணிக்கை

(iv) ஒரு அச்சிடப்பட்ட பக்கத்தில் உள்ள பிழைகளின் எண்ணிக்கை

. **உதாரணமாக 4**

திருகுகளின் உற்பத்தியாளர் தனது தயாரிப்பில் 5% குறைபாடுடையது என்பதை அறிவார். அவர் தனது தயாரிப்புகளை 100 பொருட்களின் அட்டைப்பெட்டியில் விற்று 10

நிகழ்தகவு பரவல்

குறிப்பு

பொருட்களுக்கு மேல் குறைபாடுடையதாக உத்தரவாதம் அளித்தால். உத்தரவாத தரம் தோல்வியடையும் அதன் நிகழ்தகவு என்ன?

இந்த எடுத்துக்காட்டில் $p = 0.05$, $n = 100$. எனவே, $m = n.\ p = 100\ (0.05) = 5$

நிகழ்தகவு[உத்தரவாத தரம் தோல்வியடையும்] = 1- நிகழ்தகவு [அட்டைப்பெட்டி உத்தரவாத தரத்தை பூர்த்தி செய்யும்] = நிகழ்தகவு. [10 உருப்படிகளுக்கு மேல் குறைபாடு இருக்காது] = $1 - P\ [r \le 10]$

$= 1- [P\ (0) + P\ (1) + P\ (2) + P\ (3) + \ldots\ldots\ldots\ldots + P\ (10)]$

பாய்சான் பரவல் $P\ (X = x) \ = \ \frac{e^{-\lambda}\lambda^{x}}{x!} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots\infty$

$P(r > 10) = 1- P(r \le 10) = 1 - \left(\frac{e^{-5}\,5^{0}}{0!} + \frac{e^{-5}\,5^{1}}{1!} + \frac{e^{-5}\,5^{2}}{2!} + \cdots + \frac{e^{-10}\,5^{10}}{10!}\right)$

$$1 - e^{-5}\left[1 + 5 + \frac{5^2}{2!} + \frac{5^3}{3!} + \cdots + \frac{5^{10}}{10!}\right] = 1 - 0.9865 = 0.0135$$

பாய்சன் பரவலின் பண்புகள்

i. பாய்சன் பரவலின் சராசரி m

$$\mu_1' = \text{Mean} = \sum_{r=0}^{\infty} r\frac{e^{-m}m^r}{r!} = \sum_{r=0}^{\infty} r\frac{e^{-m}m^r}{(r-1)!} = m\sum_{r=0}^{\infty}\frac{e^{-m}m^{r-1}}{(r-1)!}$$

$$= me^{-m}\left[1 + m + \frac{m^2}{2!} + \frac{m^3}{3!} + - - -\right] = m\,e^{-m}e^{m} = m$$

பாய்சன் பரவலின் மாறுபாடு

$$\text{Variance} = \sum_{r=0}^{\infty} r^2 p(r) - \left(\sum_{r=0}^{\infty} r\,p(r)\right)^2 = \sum_{r=0}^{\infty} r^2 p(r) - (m)^2$$

$$\mu_2' = \sum_{r=0}^{\infty} r^2\frac{e^{-m}m^r}{r!} = \sum_{r=0}^{\infty}[r + r(r-1)]\frac{e^{-m}m^r}{r!} = \sum_{r=0}^{\infty} r\frac{e^{-m}m^r}{r!} + \sum_{r=0}^{\infty} r(r-1)\frac{e^{-m}m^r}{r!}$$

$$= m + e^{-m}m^2\sum_{r=0}^{\infty}\frac{m^{r-2}}{(r-2)!} = m + e^{-m}m^2\left[1 + m + \frac{m^2}{2!} + \frac{m^3}{3!} + - - -\right]$$

$$= m + e^{-m}m^2e^{m} = m + m^2$$

$$\text{Variance} = \mu_2' - (\mu_1')^2 = m + m^2 - (m)^2 = m$$

எனவே, m சராசரி அளவுருவுடன் பாய்சன் பரவலின் மாறுபாட்டிற்கு சமம்.

ii. மூன்றாவது மற்றும் நான்காவது மைய தருணங்கள் $\mu_{\mu 3}$ மற்றும் $\mu_{\mu 4}$

$$\mu_3 = m, \quad \mu_4 = 3m^2 + m$$

iii. பியர்சனின் மாறிலிகள் ββ₁ & ββ₂ மற்றும் γ_1 மற்றும் γγ_2 ஆகியவை வழங்கப்படுகின்றன

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3} = \frac{(m)^2}{(m)^3} = \frac{1}{m}, \gamma_1 = \sqrt{\beta_1} = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} = \frac{3m^2+m}{(m)^2} = 3 + \frac{1}{m}, \quad \gamma_2 = \beta_1 - 3 = \frac{1}{m}$$

பாய்சன் பரவலின் முதல் மூன்று மைய தருணங்கள் ஒரே மாதிரியானவை மற்றும் அவை அளவுருவின் மதிப்புக்கு சமமானவை, அதாவது ' m'. எனவே பாய்சன் பரவல் எப்போதுமே m> 0 மற்றும் லெப்டோகுர்டிக் போன்ற நேர்மறையான வளைந்த பரவல்மாகும். M இன் மதிப்பு அதிகரிக்கும் போது γ1 குறைகிறது, இதனால் m இன் மதிப்புகளை அதிகரிப்பதற்காக வளைவு குறைகிறது. M−→∞ என, γ_1 γ மற்றும் γ_2γ பூஜ்ஜியமாக இருக்கும். ஆகவே, m→∞ என, பாய்சன் பரவலின் வளைவு m இன் பெரிய மதிப்புகளுக்கு சமச்சீர் வளைவாக இருக்கும் என்று முடிவு செய்கிறோம்.

iv. பாய்சன் பரவலின் முறை m மதிப்பால் தீர்மானிக்கப்படுகிறது. m என்பது ஒரு முழு எண்ணாக இருந்தால், பரவல் இரண்டு முகடுகள் ஆகும், இரண்டு மாதிரி மதிப்புகள் X = m மற்றும் X = m−1 ஆகும். m ஒரு முழு எண்ணாக இல்லாதபோது, விநியோகத்தின் தனித்துவமான மாதிரி மதிப்பு m இன் ஒருங்கிணைந்த பகுதியாகும்

v. சேர்க்கும் சொத்து: X1 மற்றும் X2 இரண்டு சுயாதீனமான பாய்சன் m1and m2 அளவுருக்கள் மாறுபடும் என்றால், அவற்றின் கூட்டுத்தொகை X1 + X2 ஆனது m1 + m2 அளவுருவுடன் ஒரு பாய்சன் மாறுபடும்

உதாரணமாக : 5

பாய்சன் பரவலின் சராசரி 2.25 ஆகும். பரவலின் மற்ற மாறிலிகளைக் கண்டறியவும்.

தீர்வு:

$$m = 2.25$$

$$\sigma = \sqrt{m} = \sqrt{2.25} = 1.5$$

$$\mu_1 = 0$$

$$\mu_2 = m = 2.25$$

$$\mu_3 = m = 2.25$$

$$\mu_4 = m + 3m^2 = 2.25 + 3(2.25)^2 = 2.25 + 15.1875 = 17.4375$$

$$\beta_1 = \frac{1}{m} = \frac{1}{2.25} = 0.444$$

$$\beta_2 = 3 + \frac{1}{m} = 3 + 0.444 = 3.444$$

$$\gamma_1 = \sqrt{\beta_1} = \frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{1}{1.5} = 0.67$$

$$\gamma_2 = \beta_2 - 3 = 3 + \frac{1}{m} - 3 = \frac{1}{2.25} = 0.444$$

குறிப்பு

உங்கள் முன்னேற்றத்தைசரிபார்க்கவும்- 1

1. சீரற்ற மாறி வகைகளை பட்டியலிடுங்கள்
2. ஈருறுப்பு பரவல் பண்புகள் யாவை?
3. பாய்சன் பரவலின் சில எடுத்துக்காட்டுகளை பட்டியலிடுங்கள்

14.6 இயல்நிலை பரவல்

தனித்த மாறிப் பரவல்களான ஈருறுப்புப்பரவல் மற்றும் பாய்சான் பரவல் இரண்டையும் இதற்கு முந்தய பகுதியில் நாம் விளக்கமாக அறிந்தோம். இப்பகுதியில் முக்கியமான தொடர்மாறிப்பரவலைப் பற்றிக் காண்போம். இத்தொடர்மாறிப்பரவலை 'இயல்நிலை நிகழ்தகவுப்பரவல் அல்லது 'இயல்நிலைப்பரவல்' என்று அழைக்கிறோம். புள்ளியியல் கோட்பாடுகளில் முக்கியப்பங்கு வகிப்பதால் இப்பரவல் மிகவும் முக்கியத்துவம் வாய்ந்தது.

முதன் முதலாக 1733 ல் ஆங்கில கணிதமேதை **டீ மாய்வர்** என்பவர் ஈருறுப்புப் பரவலின் எல்லை நிலையாகக் கொண்ட இயல்நிலைப்பரவலைக் கண்டுபிடித்தார். பின்னர் பிரான்சு கணிதமேதை **லாப்லாஸ்** என்பவரால் 1777 ல் பொது மற்றும் சமூக அறிவியலில் இப்பரவல் பயன்படுத்தப்பட்டது. **கார்ல் பிரிடெரிக் காஸியன்** (1809) என்பவர் இப்பரவலை உருவாக்கியதால் அவருக்கு மரியாதை செலுத்தும் வகையில் அவர் பெயரிலேயே "காஸியன் பரவல்" என்றும் இயல்நிலைப் பரவலை அழைக்கப்பட்டது.

வரையறை :

X என்ற தொடர் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்

சார்பு $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$; $-\infty < x < \infty$, $-\infty < \mu < \infty$,

$\sigma > 0$. எனில் X ன் சார்பானது சராசரி = μ மற்றும் திட்டவிலக்கம் = σ ஐ உடையதாக அமையும் போது இப்பரவலை இயல்நிலைப்பரவல் என்று அழைக்கிறோம்.

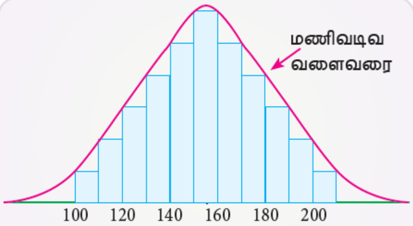
குறிப்பு :

சராசரி μ. திட்டவிலக்கம் σ ஆகியவை இயல்நிலைப்பரவலின் பண்பளவைகளாக அமைகிறது. எனவே இயல்நிலைப்பரவலை $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ என்று குறிக்கப்படும்

குறிப்பு

இயல்நிலைப் பரவலின் பண்புகள்

(i) இயல்நிலைப் பரவலின் வளைவரையானது மணிவடிவில் உள்ளது. மேலும் $X = \mu$ ஐப் பொறுத்து சமச்சீரானது.



மணிவடிவ வளைவரை
படம்10.1

(ii) சராசரி = இடைநிலை அளவு
= முகடு $= \mu$

(iii) $X = \mu$ எனில் முகடு $= \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ ஒரே ஒரு முகடு உடையது.

(iv) கோட்டளவை $\beta_1 = 0$ மற்றும் தட்டையளவை $\beta_2 = 3$.

(v) இதன் வளைவு மாற்ற புள்ளிகள் $x = \mu \pm \sigma$ எனும் போது கிடைக்கிறது.

(vi) X அச்சானது இவ்வளைவரைக்கு ஒரு தொலைத் தொடுகோடாக இருக்கும்.

(vii) சராசரியைப் பொறுத்து இதன் சராசரி விலக்கம் 0.8σ ஆகும்.

(viii) இதன் கால்மான விலக்கம் 0.6745σ ஆகும்.

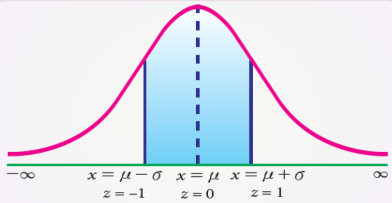
(ix) $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ மற்றும் $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ மேலும் X மற்றும் Y சார்பற்ற மாறிகள் எனில் $X + Y \sim N\left(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2\right)$ ஆகும்.

(x) பரப்பு பண்புகள்:

(a) மொத்த பரப்பு $P(-\infty < X < \infty) = 1$

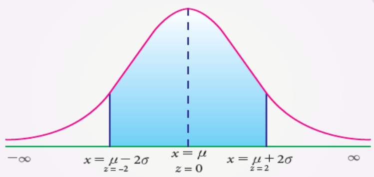
(b) $X = \mu$ ஐ பொறுத்து, $P(-\infty < X < \infty) = P(\mu < X < \infty) = 0.5$

(c) $P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) = P(-1 < Z < 1)$
$= 2\,P(0 < Z < 1)$
$= 2\,(0.3413)$
$= 0.6826$



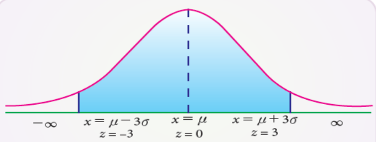
படம்10.2

(d) $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma)$
$= P(-2 < Z < 2)$
$= 2\,P(0 < Z < 2)$
$= 2\,(0.4772)$
$= 0.9544$



படம்10.3

(e) $P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma)$
$= P(-3 < Z < 3)$
$= 2\,P(0 < Z < 3)$
$= 2\,(0.49865)$
$= 0.9973$



படம் 10.4

(f) $P(|X - \mu| > 3\sigma = P(|Z| > 3)$
$= 1 - P(|Z| < 3)$
$= 1 - P(-3 < Z < 3)$
$= 1 - 0.9973$
$= 0.0027$

உதாரணமாக 6

குறிப்பு

1000 மாணவர்களுக்கு புலனாய்வு சோதனை நடத்தப்பட்டது. மாணவர்களின் சராசரி மதிப்பெண் 24 ஆக நிலையான விலகலுடன் 42 ஆக இருந்தது

(அ) மதிப்பெண் 50 ஐத் தாண்டிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

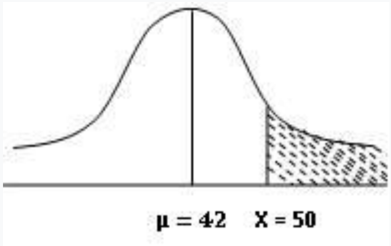
(ஆ) 30 மற்றும் 58 க்கு இடையில் மதிப்பெண் பெறும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

(இ) சிறந்த 100 மாணவர்களால் மதிப்பின் மதிப்பு

தீர்வு:

இந்த சிக்கலில் $\mu = 42$ மற்றும் $\sigma = 24$ மற்றும் X பெறப்பட்ட மதிப்பெண்ணைக் குறிக்கட்டும்

(அ) மதிப்பெண் 50 ஐத் தாண்டிய மாணவர்களின் எண்ணிக்கை



படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி

P (X > 50) அதாவது நிழலாடிய பகுதியின் நிகழ்தகவு

At X=50, $Z = \frac{50-42}{24} = \frac{8}{24} = 0.334$

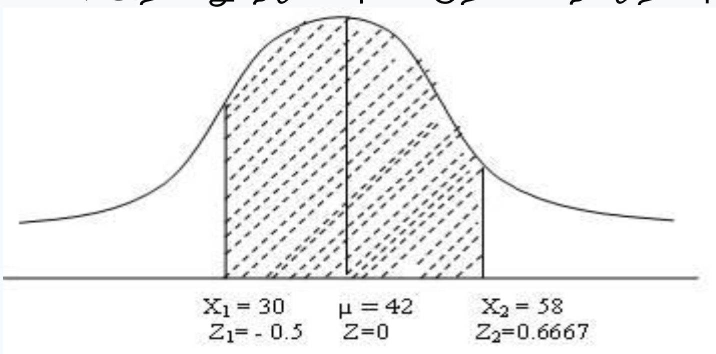
P (X > 50)=P(Z > 0.334)=0.5 - P (0≤ Z ≤ 0.334) = 0.5 - 0.1308 = 0.3692

மாணவர்கள் எண்ணிக்கை = 1000 * 0.3692 = 369.2 ~ 369 மாணவர்கள்

(ஆ) 30 முதல் 58 வரை மதிப்பெண் பெற்ற மாணவர்களின் எண்ணிக்கை

படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளபடி நாம் கண்டுபிடிக்க விரும்புகிறோம்

P (30 < X <58) அதாவது நிழலாடிய பகுதியின் நிகழ்தகவு



$$\text{At } X_1 = 30 \quad Z_1 = \frac{30-42}{24} = -0.5$$

$P(Z_1 > -0.5) = P(0 \le Z_1 \le 0.5) =$ **0.1915**

$$\text{At } X_2 = 58 \quad Z_2 = \frac{58-42}{24} = 0.6667$$

$P(Z_2 < 0.6667) = P(0 \le Z_2 \le 0.6667) =$ **0.2476**

$P(30<X<58)=P(-0.5 \le Z \le 0.6667) = 0.1915+0.2476 =$ **0.4391**

மாணவர்கள் எண்ணிக்கை = 1000 * .4391 = 439.1 ~ 439 மாணவர்கள்

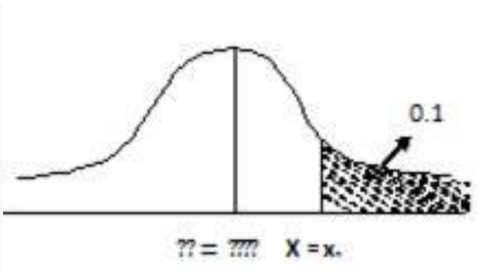
(இ) முதல் 100 மாணவர்களால் மதிப்பெண் மதிப்பு மீறப்பட்டது.

X1 முதல் 100 மாணவர்களைத் தாண்டிய மதிப்பெண்ணின் மதிப்பாக இருக்கட்டும், முதல் 100 மாணவர்களின் நிகழ்தகவு = 100 / N = 100/1000 = 0.1 அதாவது P (X> x1) = 0.1

At X= x_1, $Z = \frac{x_1 - 42}{24} = Z_1$.

$P(X>x_1) = P(Z>Z_1) = 0.1 \Rightarrow P(0 \le Z \le Z_1) = 0.4 \rightarrow \frac{X1-42}{24} = \mathbf{1.286}$

$\mathbf{x_1 = 72.86 \sim 73}$



தீர்மானம்

(அ) 369 மாணவர்கள் 50 க்கு மேல் மதிப்பெண் பெற்றனர்.

(ஆ) 30 & 58 க்கு இடையில் 439 மாணவர்கள் மதிப்பெண் பெற்றனர்.

(இ) முதல் 100 மாணவர்களின் குறைந்தபட்ச மதிப்பெண் 73 ஆகும்.

14.7 நினைவில் கொள்க

- ஈறுருப்பு நிகழ்தகவு பரவலின் கட்டுப்பாடுகளாவன
- முயற்சிகள் சார்பற்றவை
- முயற்சிகளின் எண்ணிக்கைமுடிவானவை
- ஒவ்வொரு முயற்சியும் வெற்றி மற்றும் தோல்வி என்ற இரு வாய்ப்புகள் மட்டுமே பெற்றிருக்கும்.
- ஒவ்வொரு முயற்சியிலும் வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு மாறிலியாகும்
- n சார்பற்ற முயற்சிகளில் சரியாக x வெற்றிக்கான நிகழ்தகவு

  $p(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$ இங்கு $x = 0,1,2,3.....n$ மற்றும் $q = 1 - p$
- n மற்றும் p என்பன ஈருறுப்புப்பரவலின் பண்பளவைகள் ஆகும்.
- ஈறுருப்பு பரவலின் சராசரி np மற்றும் மாறுபாடு npq ஆகும்.
- பாய்சான் பரவலை ஈருறுப்புப்பரவலின் எல்லையாகபின்வரும் நிபந்தனைகளில் பெறலாம். n ஆனது மிகப்பெரிய முடிவுறா எண் மற்றும் p மிகச்சிறியது மற்றும் np முடிவுறு எண்.

குறிப்பு

- பாய்சான் நிகழ்தகவு பரவலானது

$$p(x) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!} \quad x = 0,1,2,3\ldots \text{ இங்கு } \lambda = np$$

- பாய்சான் பரவலின் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டளவை λ ஆகும்.
- பாயசான் பரவலின் பண்பளவை λ மட்டுமே.
- பாய்சான் பரவல் ஒரு போதும் சமச்சீராக இருக்காது
- இது அரிதாக நடக்கும் நிகழச்சிக்கான பரவலாகும்.
- n ஆனது மிகப்பெரிய முடிவுறா எண் மற்றும் p -ம் q-ம் மிகச் சிறியவை அல்ல என்ற நிபந்தகைளின் கீழ் இயல்நிலைப் பரவலானது ஈருறுப்புப் பரவலின் எல்லையாக உள்ளது.
- இயல்நிலை நிகழ்தகவு பரவல்

$$f(x) = \left(\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\right)\left(e^{-1/2\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}\right)$$

- பரவலின் சராசரி μ ஆகும்.
- பரவலின் திட்ட விலிக்கம் σ ஆகும். இது ஒரு சமச்சீர் பரவலாகும். பரவலின் வரைபடம் மணிவடிவம் உடையது.

14.8 முக்கிய சொற்கள்

ஈருறுப்பு பரவல், பாய்சான் பரவல், இயல்நிலைபரவல், தொடர்ச்சியான பரவல, சீரற்ற மாறி, தனித்த சீரற்ற மாறி, தொடர்ச்சியான சீரற்ற மாறி, ஒரு சீரற்ற மாறியின் நிகழ்தகவு விநியோகம்.

14.9 உங்கள் முன்னேற்றத்தை சரிபார்க்க பதில்

1. தனித்துவமான சீரற்ற மாறி, தொடர்ச்சியான சீரற்ற மாறி,
2. சராசரி = np, SD = $\sqrt{npq}$, மாறுபாடு = npq
3. எடுத்துக்காட்டுகள்

• ஒரு வங்கிக்கு வரும் வாடிக்கையாளர்களின் மணிநேர எண்ணிக்கை

• ஒரு குறிப்பிட்ட நெடுஞ்சாலையில் தினசரி விபத்துக்கள்

• ஒரு குறிப்பிட்ட வலை சேவையகத்திற்கான மணிநேர அணுகல்

• 108 இல் தினசரி அவசர அழைப்புகளின் எண்ணிக்கை

• ஒரு புத்தகத்தில் உள்ள வகைகளின் எண்ணிக்கை

• ஒரு பெரிய நிறுவனத்தில் இல்லாத ஊழியர்களின் மாதாந்திர எண்ணிக்கை

14.10 கேள்விகள் மற்றும் பயிற்சிகள்

சிறு வினா

1. ஓர் ஈருறுப்பு பரவலுக்கான நிபந்தனைகளைக்கூறுக
2. ஒரு பாய்ஸான்பரவலிற்கு இரு எடுத்துக்காட்டுகள் தருக
3. இயல்நிலைபரவலின்பரப்புசம்பந்தப்பட்டபண்புகளைக்கூறுக

விரிவான விடையளி

1. ஒரு பாய்ஸான்பரவலின்குணங்களைக்கூறுக
2. ஒரு பாய்ஸான்பரவலின்மாறுபாடு 0.5 எனில்P(X=3) ஐ கணக்கிடுக. [e-0.5 = 0.6065]
3. ஓர்ஈருறுப்புப் பரவலின் கோட்டளவு மற்றும் தட்டையளவு முறையே1/6 மற்றும் – 11/36 எனில், அந்த ஈருறுப்புப் பரவலைக்காண்க.

குறிப்பு

14.11 கூடுதல் வாசிப்புகள்

1. Statistics (Theory & Practice) by Dr. B.N. Gupta. SahityaBhawan Publishers and Distributors (P) Ltd., Agra.
2. Statistics for Management by G.C. Beri. Tata McGraw Hills Publishing Company Ltd., New Delhi.
3. Business Statistics by Amir D. Aczel and J. Sounderpandian. Tata McGraw Hill Publishing Company Ltd., New Delhi.
4. Statistics for Business and Economics by R.P. Hooda. MacMillan India Ltd., NewDelhi.
5. Business Statistics by S.P. Gupta and M.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.
6. Statistical Method by S.P. Gupta. Sultan Chand and Sons., New Delhi.
7. Statistics for Management by Richard I. Levin and David S. Rubin. Prentice Hall of India Pvt. Ltd., New Delhi.

குறிப்பு

DISTANCE EDUCATION
B.B.A. DEGREE EXAMINATION, DECEMBER 2019
BUSINESS STATISTICS

Time: Three hours **Maximum: 75 marks**

PART A – (10 X 2 = 20 marks)
Answer ALL questions.

1. புள்ளிவிவரங்களை வரையறுக்கவும்
2. புள்ளிவிவரங்களில் பயன்படுத்தப்படும் வெவ்வேறு மாறிகள் யாவை? எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுங்கள்.
3. 58, 75, 60, 55, 61, 57, 55, 45, 70, 52, 55, 54, 60, 50, 46 என வழங்கப்பட்ட 15 நபர்களின் எடை (கிலோ) க்கான சராசரி மற்றும் பயன்முறையைக் கண்டறியவும்.
4. சீரற்ற எண் என்றால் என்ன? மாதிரியில் இது எவ்வாறு பயனுள்ளதாக இருக்கும்?
5. நிலையான பிழையை வரையறுத்து அதன் முக்கியத்துவத்தைக் குறிப்பிடவும்.
6. பூஜ்ய கருதுகோள் மற்றும் மாற்று கருதுகோளை எடுத்துக்காட்டுகளுடன் வரையறுக்கவும்
7. கருதுகோளின் சோதனையில் சி-சதுர விநியோகத்தின் எந்த நான்கு பயன்பாடுகளையும் குறிப்பிடுங்கள்.
8. மாறுபாட்டின் ஒரு வழி மற்றும் இரு வழி பகுப்பாய்வுகளுக்கு இடையில் வேறுபடுங்கள்.
9. ஒரு பாய்சன் விநியோகத்தை வரையறுத்து அதன் சராசரி மற்றும் மாறுபாட்டைக் குறிப்பிடவும்
10. தனித்துவமான நிகழ்தகவு விநியோகத்தின் பண்புகளைக் குறிப்பிடுங்கள்

PART B – (5 X 5 = 25 marks)
Answer ALL questions.

11. a. விகிதத்தின் நிலையான பிழையைப் பற்றி விவாதிக்கவும்.

அல்லது

b. சி சதுர சோதனையின் பயன்பாடுகளை விவரிக்கவும்

12. a. நேர வரிசை பகுப்பாய்வில் பயன்படுத்தப்படும் முன்கணிப்பு முறைகளை விளக்குங்கள்.

அல்லது

b. இரண்டு மாறிகள் இடையே தொடர்பு குணகம் சுருக்கமாக விளக்குங்கள்

13. a. தொடர்புக்கும் பின்னடைவுக்கும் இடையில் வேறுபடுங்கள்.

அல்லது

b. ஒரு காலத் தொடரில் பருவகால ஏற்ற இறக்கங்களுக்கான காரணங்களை பட்டியலிடுங்கள்

14. a. சங்கிலி அடிப்படை குறியீட்டு எண்ணை விரிவாக விவரிக்கவும்

அல்லது

b. ஸ்டேட் பேயஸ் தேற்றம் மற்றும் அதன் பயன்பாட்டிற்கான வர்த்தகத்தில் ஒரு சூழ்நிலையைக் குறிப்பிடவும்

15. a. இருவகையான விநியோகம் சாதாரண விநியோகமாக மாறும் நிலைமைகளைக் கூறுங்கள்

அல்லது

b. சராசரி, சராசரி மற்றும் GM ஐ கணக்கிடுங்கள்

Class :	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70-79
f	5	8	14	16	35	28	16	8

PART C – (3 X 10 = 30 marks)
Answer ANY THREE questions

16. தரவு என்றால் என்ன? அதன் வகைகளை விரிவாக விளக்குங்கள்
17. அடுக்குப்படுத்தப்பட்ட மாதிரி நுட்பத்தை விளக்கி, ஒரு குறிப்பிட்ட சூழ்நிலையில் எளிய சீரற்ற மாதிரியை விட இது எவ்வாறு சிறந்தது என்று விவாதிக்கவும்
18. அளவுருக்களை மதிப்பிடுவதிலும் முக்கியத்துவ சோதனையிலும் பின்னடைவு மாதிரியால் செய்யப்பட்ட அனுமானங்கள் யாவை?
19. மதிப்பீடு மற்றும் சோதனைகளில் எவ்வளவு பெரிய மாதிரி பயனுள்ளதாக இருக்கும்?
20. எக்ஸ் சராசரி 100 செ.மீ மற்றும் மாறுபாடு 25 செ.மீ கொண்ட ஒரு சாதாரண விநியோகத்தைப் பின்பற்றினால், (i) எக்ஸ் ≤ 88 (ii) எக்ஸ் ≥ 92, மற்றும் (iii) 76 ≤ எக்ஸ் ≤ 83 க்கான நிகழ்தகவுகளைக் கண்டறியவும்.